

И. А. БОЛЬШАКОВ

ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ ШУМОВ

Введение

Инерционный импульсный детектор, схема которого приведена на рис. 1, выделяет «огibaющую» амплитудно-модулированную импульсную последовательность (АИМ, цепи АРУ). Поэтому представляет интерес провести анализ совместного детектирования им регулярной импульсной последовательности и флуктуационных помех, сопровождающих передачу любого сигнала.

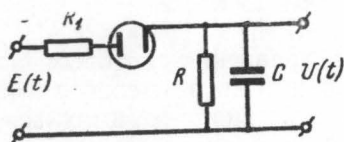


Рис. 1. Схема импульсного детектора: $RC=T$, $R_1C=T_1$

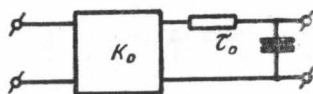


Рис. 2. Эквивалентная схема: K_0 — идеальный усилитель с коэффициентом усиления K_0

Детектор в качестве демодулятора для прямоугольных импульсов постоянного периода повторения T_r и постоянной длительности γT , ($\gamma = \text{const}$; $\gamma \ll 1$) рассматривался в литературе (напр., [1], [2]). Если предположить, что амплитуда каждого входного импульса больше напряжения на емкости C в момент действия импульса, то детектор эквивалентен линейной импульсной цепи (рис. 2). В целом ряде важных для практики случаев приведенное выше допущение может не выполняться. Так, при детектировании последовательности с огibaющей, периодически меняющейся около постоянного значения, при достаточно большом коэффициенте модуляции на падающих участках выходного напряжения возможны явления, когда очередные импульсы емкости не подзаряжают. Такие явления назовем перегрузками. Строго говоря, перегрузки неизбежны также при случайном законе модуляции, когда после большого импульса возможен малый.

В настоящей работе рассматривается с учетом перегрузок прохождение через детектор модулированных импульсных последовательностей из прямоугольных равноотстоящих импульсов постоянной длительности, закон модуляции которых содержит регулярную и случайную составляющие. Практически это соответствует случаю приемника, запертого между импульсами, или малыми флуктуациями, так что они воздействуют на детектор лишь во время действия импульса.

§ 1

Будем рассматривать работу детектора в импульсном режиме, иллюстрируемом рис. 3. Выходное напряжение детектора $u(t)$ полностью определяется значениями напряжения в конце действия импульсов, которые обозначим $u[k]$.

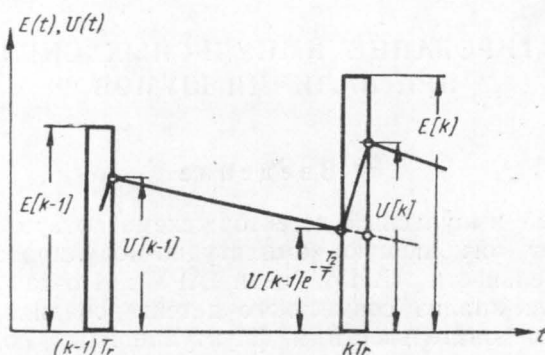


Рис. 3. Напряжения в импульсном детекторе. Пунктиром показан случай перегрузки

Рассматривая дифференциальные уравнения, которым подчиняется $u(t)$ во время действия импульсов и в паузе между ними, можно при отсутствии перегрузки во время действия k -го импульса и допущениях $\gamma \ll 1$, $1/T \ll 1/T_1$ получить рекуррентное соотношение:

$$u[k] - u[k-1] e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1} - \frac{T_r}{T}} = \left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right) E[k] \quad (1)$$

Обобщение (1) на случай, когда перегрузка возможна, ведет к уравнению:

$$u[k] - u[k-1] e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1} - \frac{T_r}{T}} = \left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right) E[k] + \left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right) f\left\{u[k-1] e^{-\frac{T_r}{T}} - E[k]\right\}, \quad (2)$$

где введена «функция нелинейности»

$$f\{x\} = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & x \geq 0. \end{cases}$$

Действительно, при отсутствии перегрузки $u(k-1) e^{-T_r/T} < E(k)$

(рис. 3) и (2) переходит в (1), при перегрузке же (2) переходит в $u(\kappa) = u(\kappa - 1)e^{-T_r/T}$.

Следовательно, импульсный детектор в режиме с перегрузками описывается нелинейным разностным уравнением (2). Так как решение его для любого вида входного сигнала найти трудно, ограничимся некоторыми важными видами входного сигнала.

Пусть на детектор подана последовательность $E[k] = E_0[k] + \xi[k]$, где $E_0[k]$ — регулярный сигнал, передаваемый в отсутствие флуктуаций без перегрузок, а $\xi[k]$ — флуктуационная добавка с коррелированными вообще значениями и нормальным распределением со средним значением 0 и дисперсией σ_0^2 .

Функцию $f\{x\}$ аппроксимируем полиномом n -ной степени с коэффициентами, зависящими от времени. Способ их вычисления дан ниже. Ограничиваемся случаем малых флуктуаций, так что нелинейное уравнение (2) должно переходить в линейное (1) при уменьшении σ_0^2 . Поэтому $f(x)$ удобно записать в виде:

$$f(x) = \mu \bar{b}_0^{(n)}[k] + \mu \bar{b}_1^{(n)}[k]x + \dots + \mu \bar{b}_n^{(n)}[k]x^n, \quad (3)$$

где μ — малый параметр; $\mu \ll 1$ и $\mu \rightarrow 0$ при $\sigma_0 \rightarrow 0$. В дальнейшем будет показано, что малость μ определяется средней частотой появления перегрузок. Решение ищем по степеням того же малого μ

$$u[k] = u_0[k] + \mu v_1[k] + \mu^2 v_2[k] + \dots \quad (4)$$

Подставляя соотношения (3) и (4) в (2), получим:

$$\begin{aligned} u_0[k] + \mu v_1[k] + \mu^2 v_2[k] + \dots - e^{-T_r/\tau_0} u_0[k-1] - e^{-T_r/\tau_0} \times \\ \times \mu v_1[k-1] - e^{-T_r/\tau_0} \mu^2 v_2[k-1] - \dots = \left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right) E[k] + \\ + \left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right) \left\{ \mu \bar{b}_0^{(n)}[k] + \mu \bar{b}_1^{(n)}[k] \left[u_0[k-1] e^{-T_r/T} - E[k] + \right. \right. \\ \left. \left. + \mu v_1[k-1] e^{-T_r/T} + \mu^2 v_2[k-1] e^{-T_r/T} + \dots \right] + \dots + \right. \\ \left. + \mu \bar{b}_n^{(n)}[k] \left[u_0[k-1] e^{-T_r/T} - E[k] + \mu v_1[k-1] e^{-T_r/T} + \right. \right. \\ \left. \left. + \mu^2 v_2[k-1] e^{-T_r/T} + \dots \right]^n \right\}, \quad (5) \end{aligned}$$

где $1/\tau_0 = \gamma/T_1 + 1/T$ (физический смысл τ_0 рассмотрен ниже).

Приравнявая в (5) члены при одинаковых степенях μ , получим бесконечный ряд уравнений:

$$u_0[k] - e^{-T_r/\tau_0} u_0[k-1] = \left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right) E[k], \quad (6)$$

$$\begin{aligned} u_1[k] - e^{-T_r/\tau_0} u_1[k-1] = \left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right) \left\{ b_0^{(n)}[k] + \right. \\ \left. + b_1^{(n)}[k] \left[u_0[k-1] e^{-T_r/T} - E[k] \right] + \dots + \right. \\ \left. + b_n^{(n)}[k] \left[u_0[k-1] e^{-T_r/T} - E[k] \right]^n \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

$$u_2[k] - e^{-T_r/\tau_0} u_2[k-1] = \left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right) \left\{ b_1^{(n)}[k] \times \right. \\ \left. \times u_1[k-1] e^{-T_r/T} + 2b_2^{(n)}[k] u_1[k-1] e^{-T_r/T} \left[u_0[k-1] e^{-T_r/T} - \right. \right. \\ \left. \left. - E[k] \right] + \dots + nb_n^{(n)}[k] u_1[k-1] e^{-T_r/T} \left[u_0[k-1] e^{-T_r/T} - E[k] \right]^{n-1} \right\}, \quad (8)$$

где

$$b_m^{(n)}[k] = \mu \bar{b}_m^{(n)}[k] \quad (m=0, \dots, n); \quad (9)$$

$$u_m[k] = \mu^m v_m[k] \quad (m=1, 2, \dots) \quad (10)$$

Решая последовательно уравнения (6) — (8) и т. д., находим (для данной аппроксимации) все более точное значение $u[k] = u_0[k] + u_1[k] + u_2[k] + \dots$

§ 2

Нулевое (линейное) приближение. Решая (6), получим:

$$u_0[k] = \sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(0)}[n] E[k-n] = \sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(0)}[n] E_0[k-n] + \\ + \sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(0)}[n] \xi[k-n] = u_0^{E_0}[k] + u_0^{\xi}[k], \quad (11)$$

$$D\{A_1^{(0)}[n]\} = \frac{1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}}{1 - e^{-T_r/\tau_0} e^{-q}}, \quad (12)$$

$$A_1^{(0)}[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ \left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right)^{-n} \frac{T_r}{\tau_0} & n \geq 0 \end{cases} \quad (13)$$

$D\{\}$ обозначает операцию дискретного преобразования Лапласа. Частотная характеристика импульсной цепи (12)

$$K(e^{j\omega T_r}) = D\{A_1^{(0)}[n]\}_{q=j\omega T_r} = \frac{1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}}{1 - e^{-T_r/\tau_0} e^{-j\omega T_r}}. \quad (14)$$

Часто $\gamma \frac{T_r}{T_1} \ll 1$ и $\frac{T_r}{T} \ll 1$. Тогда для частот $\omega \ll \pi/T$, (14) выразится (рис. 4):

$$K(e^{j\omega T_r}) = \frac{K_0}{1 + j\omega\tau_0} = \frac{R/(R + R_1/\gamma)}{1 + j\omega \frac{C}{\gamma/R_1 + 1/R}}. \quad (15)$$

В нулевом приближении регулярный и случайный сигналы передаются независимо, и статистические характеристики $u_0^\xi[k]$ найдем по (13) и (14). Функцию корреляции на выходе детектора получим по формуле:

$$R_{\text{вых.}}[m] = \sum_{k, l=-\infty}^{\infty} A_1^{(0)}[k] A_1^{(0)}[k+m-l] R_{\text{вх.}}[l].$$

Для случая некоррелированных значений $\xi[k]$, что соответствует, например, тепловым шумам в приемнике,

$$R_{\text{вх.}}[l] = \begin{cases} \sigma_0^2 & l=0 \\ 0 & l \neq 0 \end{cases}$$

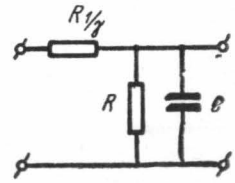


Рис. 4. Эквивалентная схема

$$R_{\text{вых.}}[m] = \sigma_0^2 \sum_{k=0}^{\infty} A_1^{(0)}[k] A_1^{(0)}[k+m] = \sigma_0^2 \frac{\left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}}\right)^2}{1 - e^{-2T_r/\tau_0}} e^{-|m| \frac{T_r}{\tau_0}}.$$

Первое приближение. Из (7) аналогично (11) получим:

$$u_1[k] = \sum_{i=0}^{\infty} A_1^{(0)}[l] b_i^{(n)}[k-l] + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^{(0)}[l] b_1^{(n)}[k-l] \{\omega[k-l] + \eta[k-l]\} + \dots + \sum_{i=0}^{\infty} A_1^{(0)}[l] b_n^{(n)}[k-l] \{\omega[k-l] + \eta[k-l]\}^n, \quad (16)$$

где обозначено

$$\omega[k] = u_0^{E_0}[k-1] e^{-T_r/T} - E_0[k]; \quad (17)$$

$$\eta[k] = u_0^\xi[k-1] e^{-T_r/T} - \xi[k]. \quad (18)$$

(16) можно преобразовать так, что для $u_0^\xi[k] + u_1[k]$ получим:

$$\begin{aligned} u_0^\xi[k] + u_1[k] &= A_0^{(1)}[k] + \sum_{p_1=0}^{\infty} A_1^{(1)}[k; p_1] \xi[k-p_1] + \\ &+ \sum_{p_1, p_2=0}^{\infty} A_2^{(1)}[k; p_1, p_2] \xi[k-p_1] \xi[k-p_2] + \dots + \\ &+ \sum_{p_1, p_2, \dots, p_n=0}^{\infty} A_n^{(1)}[k; p_1, p_2, \dots, p_n] \xi[k-p_1] \dots \xi[k-p_n]. \end{aligned} \quad (19)$$

В (19) $A_i^{(1)}[k; p_i]$ — функции, не зависящие от мгновенного значения флуктуационного сигнала. Для регулярного сигнала по-прежнему по (11)

$$u_0^{E_0}[k] = \sum_{l=0}^{\infty} A_1^{(0)}[l] E_0[k-l]. \quad (20)$$

Для регулярного сигнала решение остается линейным в форме (20), а для флуктуаций принимает сложный функциональный вид (19). Выражение (19) содержит и регулярную составляющую $A_0^{(1)}[k]$, появив-

шуюся из-за наличия флуктуаций. Это объясняется большей вероятностью перегрузок на падающих участках регулярного сигнала, чем на нарастающих.

Дальнейшие приближения. Продолжая процесс решения, найдем сколь угодно высокие приближения, так что m -ое приближение представится в виде:

$$u_0^{(m)}[k] + u_1[k] + \dots + u_m[k] = A_0^m[k; p_1] + \sum_{p_1=0}^{\infty} A_1^{(m)}[k; p_1] \xi[k - p_1] + \dots + \\ + \sum_{p_1, p_2, \dots, p_n=0}^{\infty} A_n^{(m)}[k; p_1, p_2, \dots, p_n] \xi[k - p_1] \xi[k - p_2] \dots \xi[k - p_n]. \quad (21)$$

Ход решения, изложенный выше, является развитием метода, предложенного П. И. Кузнецовым, Р. Л. Стратоновичем и В. И. Тихоновым [3] для непрерывных функций. При нелинейном преобразовании вида (21) моментные функции случайного процесса, полностью его характеризующие, преобразуются линейно.

§ 3

Вычислим $b_0^{(n)}[k], b_1^{(n)}[k], \dots, b_n^{(n)}[k]$. С учетом характеристик флуктуаций эти коэффициенты зависят от входного регулярного сигнала.

Так как $f\{x\}$ имеет излом, хорошая аппроксимация ее полиномами низких степеней трудна, но ввиду роста вычислительных трудностей ограничимся низкими степенями. Хорошая аппроксимация важна в той области значений аргумента функции нелинейности $x = x[k]$, где вероятность выпадения наибольшая. Определим эту область. В нулевом приближении получено, что

$$x[k] = u[k - 1] e^{-T_r/T} - E[k] \approx u_0[k - 1] e^{-T_r/T} - E[k] = w[k] + \eta[k].$$

Формулу (18) перепишем в виде:

$$\eta[k] = e^{-T_r/T} \sum_{n=0}^{\infty} A_1^{(0)}[n] \xi[k - n - 1] - \xi[k] = \sum_{l=0}^{\infty} C[l] \xi[k - l], \quad (22)$$

$$C[l] = \begin{cases} 0 & l < 0 \\ -1 & l = 0 \\ e^{-T_r/T} A_1^{(0)}[l - 1] & l > 0 \end{cases}$$

Как следует из (22), $\eta[k]$ является нормальным случайным сигналом со средним значением 0 и дисперсией

$$\overline{\eta^2} = \sum_{k, l=-\infty}^{+\infty} C[k] C[k + m - l] R_{\text{вх.}}[l] = R_{\text{вх.}}[l] + e^{-2T_r/T} R_{\text{вх.}}[0] - \\ - 2e^{-T_r/T} \sum_{m=0}^{\infty} A_1^{(0)}[m] R_{\text{вх.}}[m + 1]. \quad (23)$$

При некоррелированных значениях флуктуаций

$$\overline{\eta^2} = R_{\text{вх.}} [0] + e^{-2T_r/T} R_{\text{вых.}} [0] = \sigma_0^2 \left[1 + \frac{e^{-2T_r/T} (1 - e^{-\gamma(T_r/T_1)})^2}{1 - e^{-2T_r/\tau_0}} \right] \approx \sigma_0^2. \quad (24)$$

Формула (24) иллюстрируется рис. 5. В случае исчезающей корреляции по (23)

$$\overline{\eta^2} < R_{\text{вх.}} [0] + e^{-2T_r/T} R_{\text{вых.}} [0] \approx \sigma_0^2.$$

Таким образом, в нулевом приближении плотность распределения $W[x; \kappa]$ выразится, как

$$W[x; \kappa] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\overline{\eta^2}}} \exp \left\{ -\frac{[x - \omega[k]]^2}{2\overline{\eta^2}} \right\}.$$

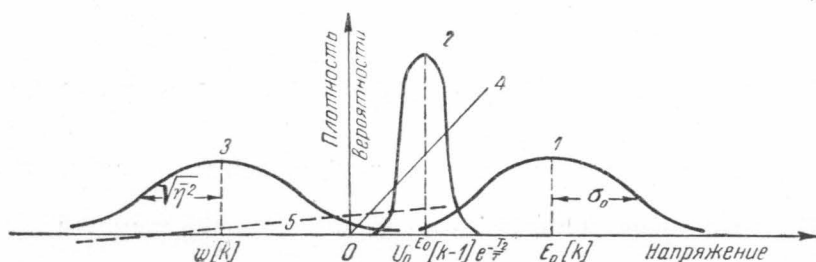


Рис. 5. Плотности вероятности в детекторе: 1 — значения входного импульса; 2 — значения выходного напряжения к концу паузы; 3 — значения аргумента $f\{x\}$; 4 — $f\{x\}$; 5 — ее квазилинейная аппроксимация

Дальнейшие вычисления проведем для некоррелированных значений $\epsilon[k]$. При быстро убывающей функции корреляции это явится оценкой сверху, а для медленно убывающей вся нелинейная теория дает пренебрежимые поправки.

Зная область наивероятнейших значений $x[k]$ и следуя [3], потребуем минимума интеграла:

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \sum_{i=0}^n b_i^{(n)} [k] x^i - f(x) \right\}^2 W[x; \kappa] dx.$$

Дифференцируя I по $b_i^{(n)}$ и приравнявая нулю производные, получим систему линейных уравнений:

$$\sum_{i=0}^n b_i^{(n)} [k] m_{i+j} [k] = \int_0^{\infty} x W[x; \kappa] dx \quad (j = 0, 1, \dots, n),$$

где m_l — l -ый момент распределения $W[x; \kappa]$.

С помощью детерминантов для $b_i^{(n)} [k]$ получим:

а) для полинома 1-й степени

$$b_0^{(1)} [k] = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-\omega^2[k]/2\sigma_0^2},$$

$$b_1^{(1)} [k] = \frac{1}{2} + \Phi \left\{ \frac{\omega [k]}{\sigma_0} \right\} \Phi \{ \alpha \} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt. \quad (25)$$

в) для полинома 2-й степени

$$b_0^{(2)} [k] = \frac{\omega^2 [k] + \sigma_0^2}{2\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\omega^2[k]/2\sigma_0^2},$$

$$b_1^{(2)} [k] = \left[\frac{1}{2} + \Phi \left\{ \frac{\omega [k]}{\sigma_0} \right\} \right] - \frac{\omega [k]}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\omega^2[k]/2\sigma_0^2}, \quad (26)$$

$$b_2^{(2)} [k] = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\omega^2[k]/2\sigma_0^2}.$$

Аналогично можно вычислить коэффициенты полиномов любой степени.

В привлечении моментных функций нет необходимости, если берется простейшая аппроксимация нелинейности

$$f \{x\} = b_0^{(1)} [k] + b_1^{(1)} [k]x.$$

В этом случае (16) имеет вид:

$$u_1[k] = \sum_{l=0}^{\infty} A_1^{(0)} [l] \{ b_0^{(1)} [k-l] + b_1^{(1)} [k-l]\omega[k-l] \} + \sum_{l=0}^{\infty} A_1^{(0)} [l] b_1^{(1)} [k-l] \eta[k-l].$$

С учетом (25) для $u_0^{\xi} [k] + u_1[k]$ получим:

$$u_0^{\xi} [k] + u_1[k] = \sum_{l=0}^{\infty} A_1^{(0)} [l] \{ b_0^{(1)} [k-l] + b_1^{(1)} [k-l]\omega[k-l] \} +$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ A_1^{(0)} [m] [1 - b_1^{(1)} [k-m]] + e^{-T_r/T} \sum_{l=0}^{m-1} A_1^{(0)} [l] \times \right.$$

$$\left. \times b_1^{(1)} [k-l] A_1^{(0)} [m-1-l] \right\} \xi[k-m] = A_0^{(1)} [k] +$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} A_1^{(1)} [k; m] \xi[k-m],$$

что является частным случаем соотношения (19). Такое решение мож-

но назвать квазилинейным. Детектор при этой аппроксимации для флуктуаций, наложенных на неперегружающий регулярный сигнал, представляет собой нелинейную импульсную цепь с переменными параметрами, зависящими как от текущего времени (κT_r), так и от статистики флуктуаций.

§ 4

Вырожденным случаем является импульсная последовательность, закон модуляции которой содержит постоянную составляющую и нормальный флуктуационный сигнал: $E_0[\kappa] = a_0 = \text{const}$. При этом по (17)

$$\omega[k] = a_0 (K_0 e^{-T_r/T} - 1) \approx -a_0 (1 - K_0). \quad (27)$$

Подставляя (27) в (25) и (26) и учитывая разложение

$$\frac{1}{2} - \Phi(y) = \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{y^3} + \dots \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}$$

(при $y > 1$), замечаем, что все $b_i^{(n)}$ постоянны и имеют множителем $e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{a_0}{\sigma_0} \right)^2 (1 - K_0)^2} < 1$. Он является определяющим и быстро убывает при $a_0/\sigma_0 \rightarrow \infty$, так что его можно рассматривать как малый параметр μ , вводимый при решении уравнения (2).

Решение для квазилинейной аппроксимации выразится в виде:

$$u_0^\xi[k] + u_1[k] = A_0^{(1)} + \sum_{m=0}^{\infty} A_1^{(1)}[m] \xi[k - m],$$

$$A_0^{(1)} = K_0 [b_0^{(1)} + b_1^{(1)} \omega] = K_0 \frac{\sigma_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{a_0}{\sigma_0} \right)^2 (1 - K_0)^2} - a_0 K_0 (1 - K_0) \left\{ \frac{1}{2} - \Phi \left(\frac{a_0}{\sigma_0} [1 - K_0] \right) \right\},$$

$$D \{ A_1^{(1)} [l] \} = \left\{ \frac{1}{2} + \Phi \left[\frac{a_0}{\sigma_0} (1 - K_0) \right] \right\} \frac{\left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}} \right) e^{q}}{e^q - e^{-T_r/\tau_0}} + \left\{ \frac{1}{2} - \Phi \left[\frac{a_0}{\sigma_0} (1 - K_0) \right] \right\} \frac{\left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}} \right)^2 e^{-T_r/T} e^{q}}{(e^q - e^{-T_r/\tau_0})^2}. \quad (28)$$

Заметим, что, как и следовало ожидать,

$$\lim_{\sigma_0 \rightarrow 0} D \{ A_1^{(1)} [l] \} = \frac{\left(1 - e^{-\gamma \frac{T_r}{T_1}} \right) e^{q}}{e^q - e^{-T_r/\tau_0}} = D \{ A_1^{(0)} [l] \}.$$

Из (28) аналогично (15) легко получить для частот $\omega \ll \ll \pi/T_r$.

$$K(e^{j\omega T_r}) \approx \left\{ \frac{1}{2} + \Phi \left[\frac{a_0}{\sigma_0} (1 - K_0) \right] \right\} \frac{K_0}{1 + j\omega\tau_0} + \left\{ \frac{1}{2} - \Phi \left[\frac{a_0}{\sigma_0} (1 - K_0) \right] \right\} \frac{K_0^2}{(1 + j\omega\tau_0)^2}, \quad (29)$$

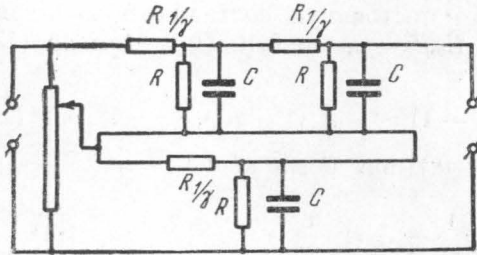


Рис. 6. Эквивалентная схема для нелинейного случая

что представляется эквивалентной схемой рис. 6. Входным потенциометром управляет статистический параметр σ_0 . При $\sigma_0 \rightarrow 0$ движок в верхнем положении и схема переходит в схему рис. 5. Увеличение σ_0 ведет к сдвигу движка вниз, и сглаживающие свойства детектора увеличиваются.

есть вероятность того, что флуктуации с законом распределения $W(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0}} e^{-\xi^2/2\sigma_0}$

Отметим, что множитель $\frac{1}{2} - \Phi \left[\frac{a_0}{\sigma_0} (1 - K_0) \right]$ в (29)

примут значение, меньшее, чем

$a_0 K_0 e^{-T_r/T} \approx a_0 K_0$, то есть среднее значение выходного напряжения к концу паузы. Но при упрощенном рассмотрении оказывается, что перегрузка происходит именно в этом случае. Следовательно, по (29), часть входного напряжения, равная части перегружающих импульсов, подвергается двойному сглаживанию, а остальное проходит через прежнюю схему рис. 4. Тем самым даже грубейшая аппроксимация дает физически объяснимые результаты.

§ 5

Известный прикладной интерес представляет совместное детектирование флуктуаций и сигнала, модулированного косинусоидой $E_0[k] = a_0(1 + m \cos \omega_0 k T_r)$, где m, a_0 постоянные и m меньше критического коэффициента модуляции $m_{кр.}$, при котором начинаются перегрузки от самого регулярного сигнала. Если $\omega_0 \ll \ll \pi/T_r$, то для $u_0^{E_0}[k]$ и $\omega[k]$ получим:

$$u_0^{E_0}[k] = a_0 K_0 + \frac{a_0 K_0 m}{\sqrt{1 + (\omega_0 \tau_0)^2}} \cos(\omega_0 k T_r - \arctg \omega_0 \tau_0) = u_0^{\tilde{E}_0} + u_0^{\omega} [k] \quad (30)$$

и

$$\omega[k] = -a_0(1 - K_0) \left[1 + m \sqrt{\frac{1 + (\omega_0 T)^2}{1 + (\omega_0 \tau_0)^2}} \cos(\omega_0 k T_r + \psi) \right],$$

где

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{K_0 e^{-T_2/T} \omega_0 \tau_0}{1 - K_0 e^{-T_2/T} + (\omega_0 \tau_0)^2}. \quad (31)$$

Отметим, что из (31) следует:

$$m_{\text{кр}}^2 = \frac{1 + (\omega_0 \tau_0)^2}{1 + (\omega_0 T)^2} = \frac{1 + \omega_0^2 [TT_1 / (T_1 + T)]^2}{1 + (\omega_0 T)^2}$$

Если m достаточно мало и $\frac{a_0}{\sigma_0} (1 - K_0) > 1$, то

$$A_0^{(1)} [k] \approx \frac{\sigma_0}{2\rho \sqrt{2\pi}} \sum_{l=0}^{\infty} A_1^{(0)} [l] \frac{\exp \{-\rho [1 + m_2 \cos (\omega_0 (k-l) T_r + \psi)]^2\}}{[1 + m_2 \cos (\omega_0 (k-l) T_r + \psi)]^2}, \quad (32)$$

где для краткости обозначено $\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{a_0}{\sigma_0} \right)^2 (1 - K_0)^2$ и $m_2 = \frac{m}{m_{\text{кр}}}$ ($m_2 < 1$).

$A_0^{(1)} [k]$ выражает дополнительный регулярный сигнал на выходе, содержащий постоянную составляющую и гармоники частоты ω_0 . Непосредственное суммирование (32) затруднительно. Чтобы проследить изменение составляющей частоты ω_0 , можно выделить первую гармонику из множителя при $A_1^{(0)} [l]$ в (32), а затем подставить под знак суммы. Но и это возможно лишь при упрощающем предположении малого m_2 .

Тогда

$$\begin{aligned} I(\rho, m_2) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{e^{-\rho [1 + 2m_2 \cos x]} \cos x dx}{1 + 2m_2 \cos x} = \\ &= -2e^{-\rho} \left\{ m_2 (\rho + 1) + \frac{m_2^3}{2} (\rho^3 + 3\rho^2 + 6\rho + 6) + \dots \right\} \approx -2m_2 e^{-\rho}, \end{aligned}$$

если $m_2 \ll 1$ и $m_2 \rho < 1$.

Для исправленного значения регулярного сигнала частоты ω_0 получим:

$$\begin{aligned} u_{0\omega}^{E_0} [k] + A_{0\omega}^{(1)} [k] &= \frac{a_0 K_0}{\sqrt{1 + (\omega_0 \tau_0)^2}} m \left[1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} \left(1 + \frac{2}{\lambda^2 (1 - K_0)^2} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\cos \psi}{m_{\text{кр}}} e^{-\lambda^2 (1 - K_0)^2 / 2} \right] \cos (\omega_0 k T_r - \operatorname{arctg} \omega_0 \tau_0) + \\ &\quad + \frac{a_0 K_0 m}{\sqrt{1 + (\omega_0 \tau_0)^2}} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} \left(1 + \frac{2}{\lambda^2 (1 - K_0)^2} \right) \frac{\sin \psi}{m_{\text{кр}}} e^{-\lambda^2 (1 - K_0)^2 / 2} \right] \times \\ &\quad \times \sin (\omega_0 k T_r - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \omega_0 \tau_0), \quad \lambda = \frac{a_0}{\sigma_0}, \end{aligned} \quad (33)$$

где $A_{0\omega}^{(1)} [k]$ разложено на составляющую в фазе с выходным регулярным сигналом $u_{0\omega}^{E_0} [k]$ из (30) и составляющую со сдвигом фазы

$\pi/2$. Первое слагаемое (33) можно трактовать как уменьшение коэффициента модуляции до величины:

$$m_{fl} = m \left[1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi} \lambda} \left(1 + \frac{2}{(1 - K_0)^2 \lambda^2} \right) \frac{\cos \psi}{m_{кр.}} e^{-\lambda^2(1 - K_0)^2/2} \right].$$

Изменение фазы можно характеризовать отношением сдвинутой по фазе составляющей из (33) к амплитуде $u_{(\omega)}^E[k]$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \lambda} \left(1 + \frac{2}{(1 - K_0)^2 \lambda^2} \right) \frac{\sin \psi}{m_{кр.}} e^{-\lambda^2(1 - K_0)^2/2}.$$

Прохождение через детектор флуктуаций при наличии модуляции нужно рассматривать на базе теории линейных импульсных цепей с переменными параметрами, развитой в работах [4 и 5]. При малой модуляции можно считать, что эквивалентная схема рис. 6 не меняется.

Число примеров закона модуляции легко увеличилось. Так, для случая модуляции двумя косинусоидами частот ω_0 и ω_1 учет нелинейности ведет к появлению на выходе малых комбинационных колебаний частот $|n\omega_0 \pm l\omega_1|$, что характерно для нелинейных устройств вообще.

Результаты вычислений можно уточнить путем:

- а) нахождения последующих приближений;
- б) выбора более высокой степени аппроксимации, что предполагает пользование моментными функциями;
- в) уточнения коэффициентов полинома, что достигается использованием при их вычислении последующих приближений.

Наибольшие изменения может внести лишь пункт «б». Полученные результаты имеют прикладное значение. Пусть, например, ставится задача наименьшего фазового искажения при передаче косинусоиды, так как этот фазовый сдвиг нельзя уничтожить предварительной регу-

лировкой. Ввиду определяющего влияния $e^{-\frac{\lambda^2}{2}(1 - K_0)^2}$, можно уменьшить искажение, уменьшив K_0 . Если это нежелательно, можно искать компромисс, требуя $\beta(K_0) / K_0 = \min$. Рекомендации для синтеза схемы будут различными в зависимости от поставленной задачи.

Выводы

Выведено разностное уравнение импульсного детектора для любых последовательностей из прямоугольных равноотстоящих импульсов постоянной длительности.

С помощью решения этого уравнения рассмотрено прохождение через детектор слабо модулированного сигнала при наличии флуктуационных помех. Даны новые эквивалентные схемы, включающие линейный случай, как предельный. Для важного случая модуляции косинусоидой дано выражение фазовых и амплитудных искажений.

Детектор с большим K_0 при наличии флуктуаций, а если флуктуации очень интенсивны, и с малым K_0 , имеет плохие свойства.

Выведенное уравнение легко обобщить на случай переменной длительности импульса при $\gamma[k] \ll 1$. Не является обязательным также постоянство флуктуационного сигнала в течение импульса. При $\gamma T_1 / T_1 \ll 1$ в качестве добавки $\xi[k]$ должно рассматриваться среднее значение флуктуаций за импульс.

В заключение приношу благодарность Г. П. Тартаковскому, без ценных указаний которого статья едва ли была бы написана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тартаковский Г. П. Динамика систем автоматической регулировки усиления. Госэнергоиздат, 1957.
2. Тартаковский Г. П. и Сергиенко Ю. М. Радиотехника, **13**, 1, 1958.
3. Кузнецов П. И., Стратонович Р. Л., Тихонов В. И. Автоматика и телемеханика, **14**, 4, 1953.
4. Тартаковский Г. П. Электросвязь, **10**, 11, 1956.
5. Тартаковский Г. П. Радиотехника и электроника, № 4, 1957.

Поступила в редакцию
23. 6 1957 г.