

А. Г. ПОПОВА

ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ ВЕТРА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ВОЛН

Как показывают наблюдения, в каждой рассматриваемой точке моря при волнении наряду с преобладающими волнами имеют место волны самой различной высоты, периода, длины и т. д. Следовательно, имеется некоторое основание рассматривать различные элементы волн (высоты, периоды и т. д.) как случайные величины, а теоретическую задачу по определению их распределения около среднего значения как вероятностную, статистическую.

Исходя из чисто вероятностных соображений при рассмотрении колебаний поплавка на взволнованной поверхности моря, Ю. М. Крылов [1], а также И. С. Бровиков [2] получили выражение плотности распределения вероятностей отклонений поплавка $h(t)$ от положения покоя

$$f(h) = \frac{\pi}{2h} \cdot \frac{h}{\bar{h}} e^{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^2}$$

и интегральную функцию распределения этой величины

$$F(h) = \int_h^{\infty} f(x) dx = e^{-\frac{\pi}{4} \left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^2},$$

которая представляет вероятность того, что отклонение поплавка будет больше величины h . Для характеристики волнения Ю. М. Крылов строит графики $f(h)$ и $F(h)$ в зависимости от отношения h/\bar{h} , где \bar{h} — среднее арифметическое для данного диапазона значений h . Эти кривые не имеют явной зависимости от скорости ветра и особенностей водоема.

Нейман [3], Дарбишайр [4], Пирсон [5] считают, что скорость ветра оказывает существенное влияние на волновой спектр, а следовательно, и на ход кривых распределения элементов волн. И Нейман и

Дарбишайр рассматривали энергетический спектр полностью развитого волнения. На основе своих теоретических, а затем и визуальных наблюдений в штормовой области Нейман нашел возможным представить этот спектр в виде:

$$T_{\tau} = \frac{c}{8} \frac{g^2}{(2\pi)^2} \tau^4 e^{-\frac{2g^2}{(2\pi v)^2} \tau^2},$$

где T_{τ} — пропорционально энергии процесса, приходящейся на единичный интервал периода, g — гравитационное ускорение, c — постоянный коэффициент, равный $0,827 \cdot 10^{-3}$ сек. $^{-1}$, $\tau = 2\pi/\omega$ — период в разложении Фурье и v — скорость ветра, вызвавшего это волнение. Этот спектр дает усредненную картину распределения энергии процесса по периодам элементарных гармонических составляющих. Несколько иное выражение энергетического спектра, полученного с помощью частотного анализа волновых регистраций, произведенных датчиком давления, дал Дарбишайр [4]:

$$T_{\tau} = c' \tau^2 e^{-2\left(\frac{g\tau}{v} - 4,6\right)^2},$$

где c' — постоянный коэффициент, равный 22 см 2 ·сек. $^{-3}$, а остальные обозначения те же, что и выше. Периоды, которые соответствуют максимальному значению T_{τ} , равны $7,1 g^{-1}v$, по Дарбишайру, и $2\pi g^{-1}v$, по Нейману. Средний квадрат высоты волны, определяющий среднюю потенциальную и среднюю кинетическую энергию гравитационных волн, однако, выражается различными законами:

$$\bar{h}^2 = \int_0^{\infty} T_{\tau} d\tau = 6,4 \cdot 10^{-5} v^3$$

(по Дарбишайру),

$$\bar{h}^2 = \int_0^{\infty} T_{\tau} d\tau = 3,2 \cdot 10^{-12} v^5 \quad v \text{ в см/сек}$$

(по Нейману).

Целью настоящей работы является выяснить путем непосредственных наблюдений над волнением, влияет ли действительно существенным образом скорость ветра на распределение элементов волн на поверхности водоема.

Достаточно свободную от приборных искажений запись профиля взволнованной ветром поверхности водоема удалось получить в штормовом бассейне [9] Черноморского отделения Морского гидрофизического института АН СССР (Крым, Кацивели) и непосредственно в открытом море (Черное море).

В штормовом канале могут создаваться волны с максимальной длиной около 10 м и высотой до 1 м. Скорость ветра может быть доведена до 19 м/сек. В центре кольца штормового бассейна находится фоторегистрирующая аппаратура, с помощью которой через застекленный сектор бассейна регистрируются волны методом щелевой фотографии, впервые примененным А. Н. Крыловым [6] для фиксации качки корабля. Изображение волн на светлом фоне неба фокусируется на ленте фотобумаги, движущейся с постоянной скоростью позади вертикально расположенной щели шириной в 0,15 мм. Небольшая ско-

рость протяжки ленты позволяет сильно сжать масштаб. На рис. 1 представлен образец регистрации волн на ленте фотобумаги. Нами были получены записи волн при скоростях ветра 7,1, 12,8, 15,7 м/сек.

С помощью волнографа открытого моря в августе—сентябре 1957 г. производились измерения на Черном море.

Действие сконструированного нами волнографа основывается на следующем принципе. Поверхностные волны, как известно, не влияют на величину гидростатического давления на глубине, большей половины длины наибольшей из волн. Показания приемника, помещенного на такой глубине, будут определяться высотой столба воды от места нахождения прибора до

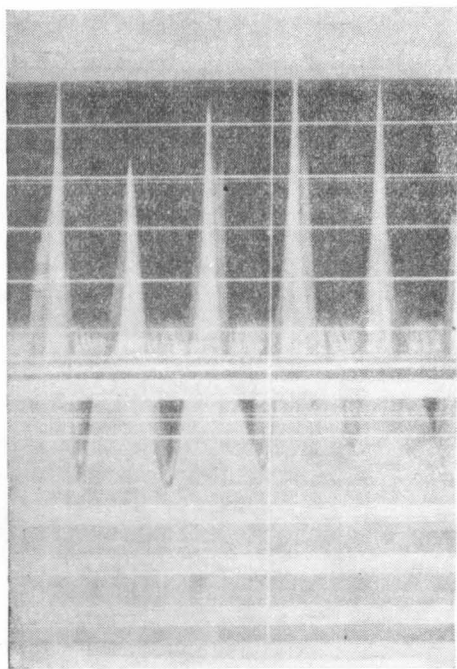


Рис. 1. Регистрация волн методом щелевой фотографии

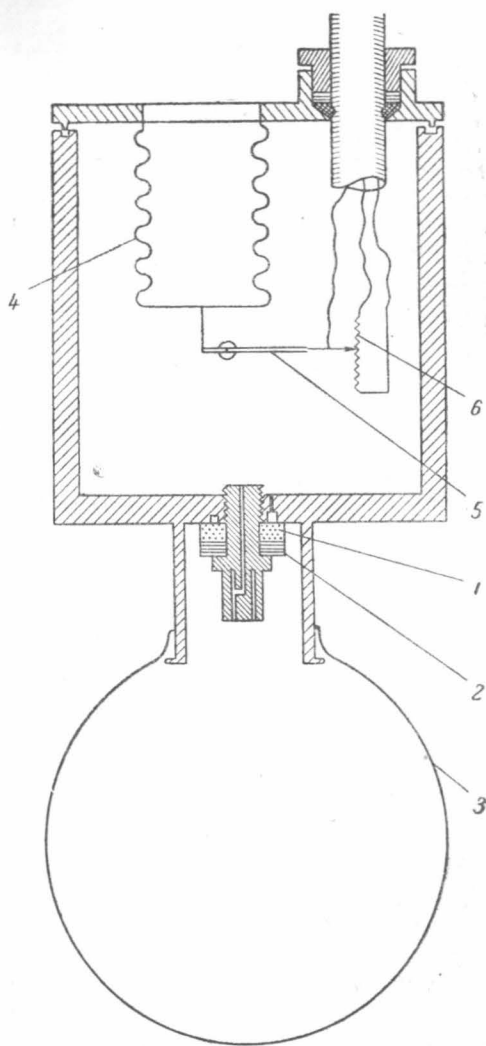


Рис. 2. Принципиальная схема поплавкового датчика давления

среднего уровня моря. Если приемник (рис. 2) соединить с поплавком, находящимся на морской поверхности и перемещающимся по вертикали вместе с проходящей волной, то он (приемник) будет испытывать гидростатическое давление, меняющееся с высотой волны. Чтобы исключить среднюю величину гидростатического давления на приемник, с внутренней частью прибора через «утечку» (1) соединен шарпилот, наполненный воздухом. «Утечка» представляет собой кольцо

из фетра, через которое воздух проходит из шара-пилота внутрь прибора и обратно. Скорость прохождения воздуха можно регулировать, поджимая кольцо с помощью металлического диска (2). «Утечка» в то же время дает возможность не прибегать к точному расчету объема воздуха, которым наполняют шар-пилот (3) при погружении датчика на определенную глубину. В зависимости от того, находится ли поплавок на гребне или подошве волны, сильфон (4) будет либо растягиваться, либо сжиматься, а жестко соединенный с ним движок (5) перемещаться вдоль реостата (6), включенного в мостовую схему, и вызывать изменения тока в диагонали моста. Эти изменения тока затем фиксируются на пленке шлейфового осциллографа ПО-4, включенного в диагональ моста. К одному из шлейфов был подключен мультивибратор, который дал возможность наносить на пленку отметки времени через каждые 1,5 сек.

Тарировка прибора производилась в штормовом канале и непосредственно в море при отсутствии компенсатора (практически шар-пилот не был наполнен воздухом). Как показали измерения, прибор имеет линейную характеристику.

Запись взволнованной поверхности моря производилась при трех скоростях ветра: $v = 9,5$ м/сек, $v = 6,4$ м/сек, $v = 3$ м/сек. Скорость ветра измерялась во время работы волнографа с помощью анемометра, расположенного на высоте приблизительно 3—3,5 м над уровнем моря.

Обработка результатов

Записи волн для штормового канала и для моря обрабатывались аналогично. Протягивая ленту справа налево, определяли высоту и период каждой из волн изучаемой совокупности (обычно в совокупности было около 500 волн). Полученные данные разбивались по группам в интервалах значений:

0—5, 5—10, 10—15 см, ... (высоты)
0—0,3, 0,3—0,6, 0,6—0,9 сек, ... (периоды).

Затем вычислялась вероятность появления волны с высотой (или периодом), отнесенной к данному интервалу, и, наконец, простым суммированием этих вероятностей получалась $F\%$ — вероятность появления волны с высотой (или периодом) не более данной. Таким путем были обработаны результаты регистрации при всех скоростях ветра для штормового канала и для моря, собраны в таблицы и нанесены на интегральные графики. На рис. 3—4 представлены интегральные кривые распределения высот и периодов волн на поверхности штормового бассейна. Аналогичные кривые построены для поверхности моря.

Графики, построенные для высот, показывают, что с уменьшением скорости ветра интегральные кривые располагаются более круто по отношению к оси абсцисс (ось высот) и обрываются при меньших значениях h , что легко объясняется уменьшением диапазона высот с уменьшением скорости ветра.

Интегральные кривые, построенные для периодов, не так явно изменяются с изменением скорости ветра.

Чтобы более четко выделить влияние скорости ветра на распределение высот и периодов волн, мы перешли к построению графиков плотности вероятностей, пользуясь уже полученными интегральными кривыми (рис. 3—4).

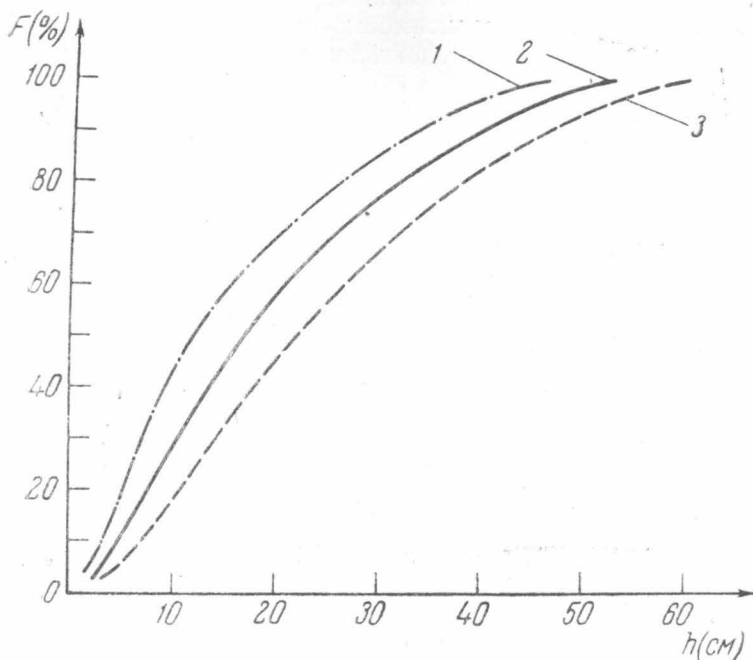


Рис. 3. Интегральные кривые распределения высот волн на поверхности штормового бассейна при различных скоростях ветра: 1—7,1 м/сек, 2—12,8 м/сек, 3—15,7 м/сек

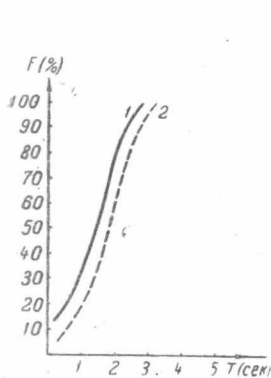


Рис. 4. Интегральные кривые распределения периодов волн на поверхности штормового бассейна при скоростях ветра: 1—12,8 м/сек, 2—15,7 м/сек

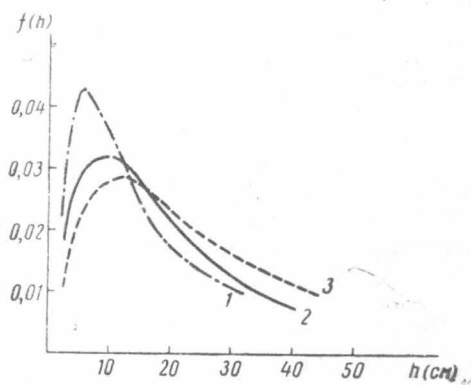


Рис. 5. Кривые плотности распределения вероятностей высот волн на поверхности штормового бассейна при скоростях ветра: 1—7,1 м/сек, 2—12,8 м/сек, 3—15,7 м/сек

Так как $f(h) = \frac{d}{dh} F(h)$, то если продифференцировать (например графически) интегральные кривые, можно построить кривые плотности вероятностей в зависимости от высот или соответственно периодов волн. На рис. 5—6 представлен ход функций для тех же ско-

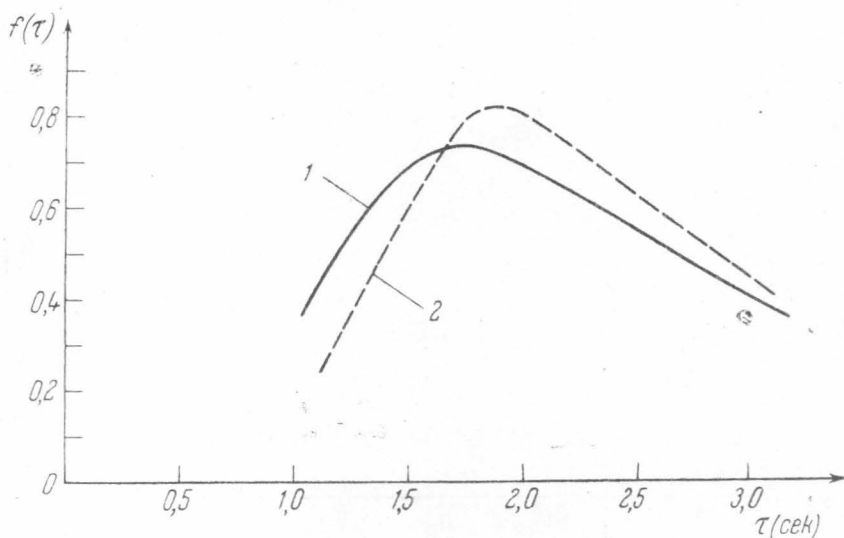


Рис. 6. Кривые плотности распределения вероятностей периодов волн на поверхности штормового бассейна при скоростях ветра: 1—12,8 м/сек, 2—15,7 м/сек

ростей ветра, что и на рис. 3—4. Даже качественный анализ этих кривых показывает систематическое изменение их характера с изменением скорости ветра.

В штормовом канале удалось зафиксировать и развивающееся с нарастанием скорости ветра волнение. Проведенная точно таким же методом обработка записей неустановившегося волнения показала наличие в нем более узкой спектральной полосы высот и занижение элементов развивающейся волны по сравнению с элементами волны, установившейся при той же скорости ветра.

Эмпирический закон распределения высот и периодов волн

Как указывалось выше, теоретическая функция плотности вероятностей высот волн Ю. М. Крылова [1] и И. С. Бровикова [2] не зависит в явном виде от скорости ветра, развившего данное волнение.

Полученные нами кривые плотности вероятностей высот и периодов для разных скоростей ветра являются сдвинутыми друг относительно друга асимметричными кривыми, что указывает на существенное влияние скорости ветра на распределение элементов волн. Если, пользуясь описанным Хальдом [7] методом, построить графики плотности вероятностей логарифмов высот и периодов, то асимметричные кривые преобразуются в симметричные, сохраняя тот же характер зависимости от скорости ветра. На рис. 7—8 представлены кривые плот-

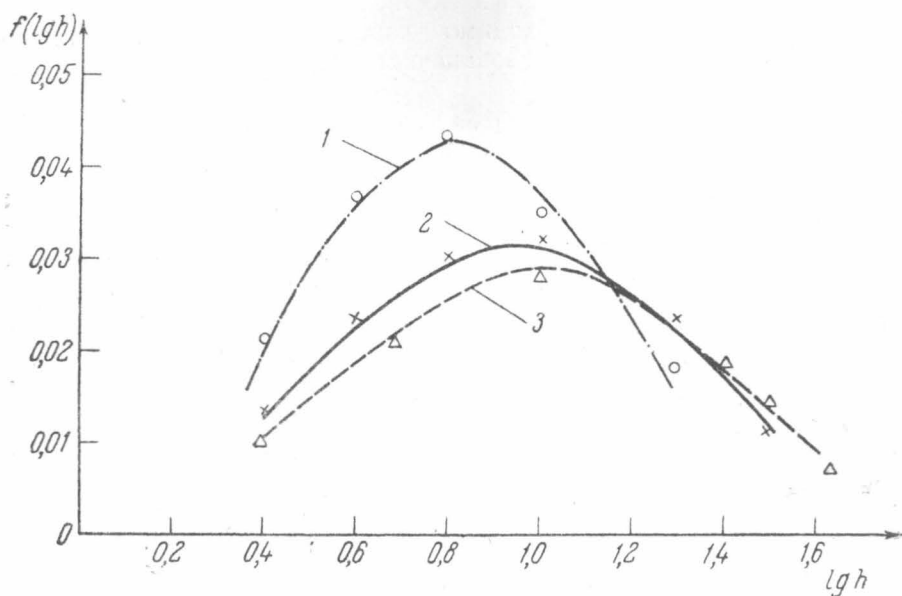


Рис. 7. Кривые плотности распределения вероятностей логарифмов высот волн на поверхности штормового бассейна при скоростях ветра: 1—7,1 м/сек, 2—12,8 м/сек, 3—15,7 м/сек

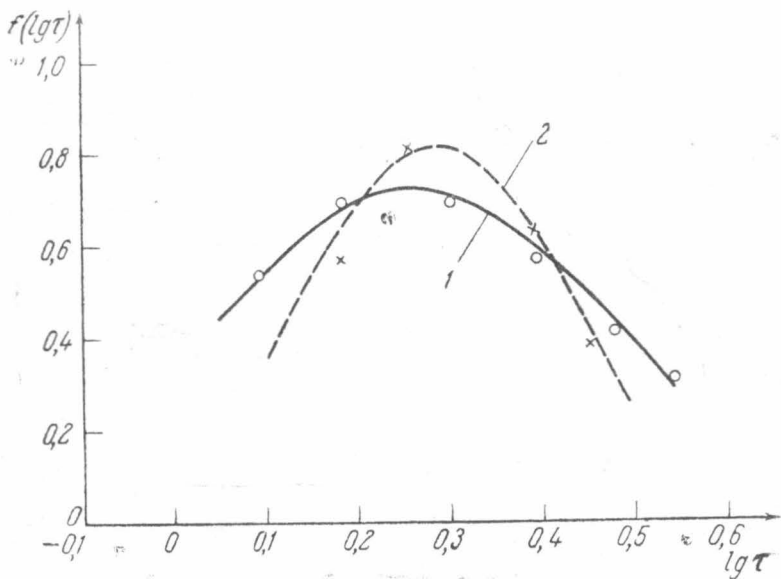


Рис. 8. Кривые плотности распределения вероятностей логарифмов периодов волн на поверхности штормового бассейна при скоростях ветра: 1—12,8 м/сек, 2—15,7 м/сек

ности вероятностей логарифмов высот и периодов для разных скоростей ветра. Подобрать нормальный закон для каждой из этих кривых нетрудно. Прежде всего, необходимо учесть, что каждая кривая может быть полностью охарактеризована параметрами (α , β , σ) в выражении:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\alpha}} e^{-\frac{(x-\beta)^2}{2\alpha}}, \quad (1)$$

где $x = \lg h$ или $x = \lg \tau$, параметр α определяет абсолютную величину максимума каждой кривой, β — сдвиг кривой вдоль оси абсцисс и σ — ширину спектра.

Оказалось, что поведение функции $f(\lg h)$ при разных скоростях ветра хорошо описывается формулами типа (1), в которых параметры α , β , σ имеют значения, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Параметры	Штормовой канал			Море	
	V м/сек	7,1	12,8	15,7	3
α	9,32	12,8	13,8	8,5	15,1
β	0,82	0,94	0,99	0,69	0,94
σ	0,122	0,164	0,182	0,2	0,35

Таблица показывает, что с увеличением скорости ветра параметры α , β , σ увеличиваются. Следовательно, $\alpha = f_1(v)$; $\beta = f_2(v)$; $\sigma = f_3(v)$, где v — скорость ветра. Простой расчет позволяет определить, что при измерении скорости ветра в метрах в секунду с достаточной точностью для штормового бассейна $\alpha = 3,5v^{0,5}$, $\beta = \lg(2,46v^{0,5})$, $\sigma = 0,046v^{0,5}$, а для моря $\alpha = 4,9v^{0,5}$, $\beta = \lg 2,8v^{0,5}$, $\sigma = 0,115v^{0,5}$.

Таким образом, функция $f(\lg h)$ при различных скоростях ветра для штормового бассейна представляется формулой:

$$f(\lg h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi 3,5v^{0,5}}} e^{-\frac{[\lg h - \lg(2,46v^{0,5})]^2}{2 \cdot 0,046v^{0,5}}}, \quad (2)$$

а для моря:

$$f(\lg h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi 4,9v^{0,5}}} e^{-\frac{[\lg h - \lg(2,8v^{0,5})]^2}{2 \cdot 0,115v^{0,5}}}. \quad (3)$$

Действительно, рис. 7—8 показывают, что экспериментальные точки для штормового бассейна при различных v в основном группируются около кривых, описываемых формулой (2), а формула (3) дает возможность построить кривые, около которых группируются экспериментальные точки для моря.

Ход кривых плотности вероятностей логарифмов периодов хорошо описывается функцией $f(\lg \tau)$ с параметрами α' , β' , σ' , изменяющимися в зависимости от скорости ветра согласно табл. 2.

Таблица 2

Параметры	Штормовой канал		Море	
	$V_m/\text{сек}$	12,8	15,7	6,4
α'	0,55	0,495	0,605	0,495
β'	0,26	0,28	0,19	0,29
σ'	0,043	0,023	0,033	0,01

Аналогично предыдущему находим для штормового канала

$$\frac{1}{\alpha'} = 0,51 v^{0,5}, \quad \beta' = \lg 1,1 v^{1/5}, \quad \frac{1}{\sigma'} = \frac{1}{90} v^3,$$

а для моря:

$$\frac{1}{\alpha'} = 0,66 v^{0,5}, \quad \beta' = \lg 1,25 v^{1/5}, \quad \frac{1}{\sigma'} = \frac{1}{8,7} v^3.$$

Таким образом, функция $f(\lg \tau)$ для штормового бассейна при разных скоростях ветра может быть представлена формулой

$$f(\lg \tau) = \frac{0,51 v^{0,5}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\lg \tau - \lg(1,1 v^{1/5})]^2}{2 \cdot 90/v^3}}, \quad (4)$$

а для моря:

$$f(\lg \tau) = \frac{0,66 v^{0,5}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\lg \tau - \lg(1,25 v^{1/5})]^2}{2 \cdot 8,7/v^3}}. \quad (5)$$

Поведение кривых плотности вероятностей высот и периодов (рис. 5—6), построенных нами на основе экспериментальных наблюдений при различных скоростях ветра, хорошо согласуется с опубликованными в 1953 г. Венкатараманом [8] графиками изменения высот и периодов волн в зависимости от скорости ветра. В этих графиках автор обобщил все наблюдения за 1952—1953 гг., которые были проделаны с корабля в Аравийском море.

Желательно сравнить полученные эмпирическим путем формулы распределения элементов волн с теоретическими выводами авторов, учитывающих влияния скорости ветра на это распределение, например с результатами Неймана [3] и Дарбишайра [4].

Так как невозможно произвести сравнение вычисленного по введенным нами эмпирическим формулам $\bar{h}_{\text{теор}}^2$ и $\bar{h}_{\text{экс}}^2$ непосредственно, поскольку мы нашли эмпирическим путем не $f(h)$, а $f(\lg h)$, то воспользуемся таблицами, составленными при обработке регистраций волн. По этим таблицам, с одной стороны, можно найти $\bar{h}_{\text{экс}}^2$ и сравнить с $\bar{h}_{\text{теор}}^2$ и, с другой стороны, найти $(\lg \bar{h})_{\text{экс}}^2$ и сравнить со значением $(\lg \bar{h})_{\text{теор}}^2$, вычисленным по формуле

$$(\lg \bar{h})_{\text{теор}}^2 = \int_0^{\infty} (\lg h)^2 f(\lg h) d(\lg h), \quad (6)$$

где $f(\lg h)$ — эмпирическая функция плотности вероятностей логарифмов высот

$$\bar{h}_{\text{экср}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m h^2 n}{m},$$

n — частота появления, m — полное число волн в рассматриваемой совокупности.

Вычисления показали, что для

$$v = 15,7 \text{ м/сек}, \quad \bar{h}_{\text{экср}}^2 = 665 \text{ см}^2,$$

$$v = 7,1 \text{ м/сек}, \quad \bar{h}_{\text{экср}}^2 = 134 \text{ см}^2,$$

то есть $\bar{h}_{\text{экср}}^2 = 2,68 \cdot 10^{-4} v^2$ (здесь v в см/сек и h в см), что больше соответствует выводу Дарбишайра при анализе частотного спектра. Аналогично, для открытого моря при

$$v = 9,5 \text{ м/сек}, \quad \bar{h}_{\text{экср}}^2 = 1898 \text{ см}^2,$$

$$v = 3 \text{ м/сек}, \quad \bar{h}_{\text{экср}}^2 = 209 \text{ см}^2,$$

то есть $\bar{h}_{\text{экср}}^2 = 2,2 \cdot 10^{-3} v^2$ (где v в см/сек).

$$(\lg h)_{\text{экср}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (\lg h)^2 \cdot n}{m}.$$

Значение $\overline{\lg h}_{\text{экср}}^2$, вычисленное по таблицам (для штормового бассейна), равно $1,17 \cdot 10^{-5} v$, что находится в хорошем согласии с $(\lg h)_{\text{теор}}^2 = 2,1 \cdot 10^{-5} v$, вычисленным по формуле (6.) Таким образом, косвенно (через таблицы) нам удалось провести сравнение между выведенными эмпирическим путем формулами и данными некоторых других авторов.

Подводя итог всем полученным результатам, можно сделать следующие выводы:

1. Распределение элементов волн на поверхности водоема существенно зависит от скорости ветра, так что описывать реальное распределение формулами, игнорирующими скорость ветра, нельзя.

2. С изменением скорости ветра наблюдается закономерный сдвиг кривых распределения элементов волн.

3. Средний квадрат высоты волны, определяющий среднюю энергию гравитационных волн, пропорционален второй степени скорости ветра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов Ю. М. Труды ГОИНа, вып. 26 (38), 1954.
2. Бровиков И. С. Труды ГОИНа, вып. 26 (38), 1954.
3. Neumann G. «On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind generated sea» Techn. Mem. Beach Erosion Beard, 1953.
4. Darbuschire J. Proc. Roy. Soc. (A) 215, 299—328, 1952.
5. Pirson E. S. Trans. Amer. Geophys. Union, 33, 834—844, 1952.
6. Крылов А. Н. Качка корабля, изд. В. М. А. РККФ, 1938, стр. 247.
7. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложениями. ИЛ, 1956.
8. Venkataraman N. Ind J. Meteorol. and Geophys, 7, № 2, 1953.
9. Шулейкин В. В. Физика моря, 1953, стр. 226.

Поступила в редакцию
1.10 1958 г.

Кафедра физики моря
и вод суши