

# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 1 — 1962

В. И. КАНАВЕЦ, А. А. КАШИРИН

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН КОНЕЧНЫХ АМПЛИТУД В ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ

Теоретически рассмотрен вопрос о распространении волн возмущений тока и скорости конечных амплитуд в электронном потоке, движущемся в пространстве дрейфа. Предполагается, что начальная модуляция потока осуществляется в *ЛБВ*. Расчет проведен на электронной вычислительной машине при использовании дисковой модели потока. Показано, что в потоке имеет место возрастание амплитуд гармонических составляющих тока с расстоянием, обусловленное изменениями профилей волн возмущений. Проведено сравнение этого явления с явлением параметрического усиления в волноводных системах.

Показано, что в случае малого влияния дисперсии изменения в профилях приводят к образованию ударных волн.

### Введение

В работе [1] были сообщены результаты экспериментального изучения зондовым методом процессов, происходящих в электронном потоке, движущемся в цилиндре дрейфа на выходе *ЛБВ*. Обнаружено явление нарастания амплитуды третьей гармоники с расстоянием. На некотором расстоянии от входа в цилиндр дрейфа, превышающем длину волны электронных плазменных колебаний в потоке, амплитуда гармоники достигает максимума, затем убывает. Особенно отчетливо эффект наблюдался при слабонелинейных режимах усиления в *ЛБВ*, когда на выходе *ЛБВ* гармоники малы по амплитуде. На начальном участке цилиндра дрейфа нарастание амплитуды гармоники объясняется на основе теории параметрических явлений в волноводных системах. Однако в рамках этой теории (теории малых амплитуд) нельзя объяснить изменения амплитуды на всем протяжении участка дрейфа при различных уровнях сигнала в *ЛБВ*. Необходима теория, учитывающая конечные амплитуды возмущений в потоке и применимая для случая пересечения траекторий электронов.

Нелинейные явления в потоке достаточно полно могут быть учтены в теории, использующей дисковую модель потока. Дисковая модель использована в нелинейных теориях *ЛБВ* [2—4], клистрона [5]. Уравнения, полученные в этих теориях, решались на быстродействующих электронных вычислительных машинах. Результаты расчета, касающиеся электронного потока, представляются в виде фазовых диаграмм (траекторий

движения дисков на фазовой плоскости). Диаграммы позволяют найти значения тока и скорости в каждом сечении потока. Теории верны и в случае пересечения электронных траекторий. Дискковая модель отражает волновые свойства потока, например, фазовые диаграммы ясно указывают на распространение медленной волны в потоке, движущемся в замедляющей системе ЛБВ [2, 3].

Используем дискковую модель для изучения процессов распространения волн возмущений тока и скорости в потоке конечного поперечного сечения при конечных амплитудах возмущений. Ограничимся случаем изучения процессов в потоке, движущемся в пространстве дрейфа на выходе ЛБВ. В этом случае начальные условия для тока (расположение дисков) и скорости могут быть взяты из фазовых диаграмм нелинейной теории ЛБВ. Будем следовать нелинейной теории [2], верной для случая малых значений параметра усиления. В результате решения получим фазовые диаграммы. Характер изменения амплитуд гармоник вдоль потока получим путем разложения найденных из фазовых диаграмм функций тока в ряд Фурье.

### Постановка задачи

Пусть электронный поток, фокусируемый бесконечно большим продольным магнитным полем, движется внутри цилиндра дрейфа. Система аксиально-симметрична; цилиндр дрейфа расположен на выходе ЛБВ. Уравнение движения электронов в цилиндре дрейфа

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{e}{m_e} E_s, \quad (1)$$

где  $E_s$  — напряженность электрического поля, созданного пространственным зарядом электронов,  $e$  — заряд,  $m_e$  — масса электрона. Сила, действующая на электроны,  $-eE_s$ , является функцией координаты  $z$ , диаметров потока и цилиндра дрейфа. В дискковой модели электронный поток предполагается состоящим из последовательности одинаковых заряженных дисков. Сила, действующая на каждый диск, является суммой электрических сил со стороны остальных дисков. Она зависит от взаимного расположения дисков. Сила со стороны отдельного диска убывает с увеличением расстояния от этого диска. Конкретный вид функции силы в дискковой модели у разных авторов различен [2—5], мы возьмем экспоненциальный вид функции, использованный в работах [2, 5]. Перейдем к переменным, введенным в теории ЛБВ [2], для того, чтобы непосредственно воспользоваться результатами этой теории для нахождения начальных условий. Независимыми переменными считаем нормализованную координату  $y$  и начальную фазу электрона в невозмущенном потоке ( $t=0$ )  $\Phi_0$

$$y = C\gamma z_0; \quad \Phi_0 = \frac{\omega}{v_0} z_0, \quad (2)$$

где  $C$  — параметр усиления Пирса, в нашей задаче играет роль параметра малости;  $\gamma$  — волновое число;  $\gamma = \omega/v_0$ ;  $\omega$  — частота сигнала в ЛБВ;  $v_0$  — постоянная составляющая скорости электронов. Зависимой переменной является фаза электрона относительно волны, распространяющейся со скоростью электронного потока

$$\Phi(\Phi_0, y) = \frac{\omega}{v_0} z(\Phi_0, y) - \omega t. \quad (3)$$

Полная скорость электронов дается выражением

$$\frac{dz}{dt} = v_0 [1 + 2Cq(\Phi_0, y)]; \quad 2q = \frac{\partial \Phi}{\partial y}. \quad (4)$$

Преобразование уравнения движения электронов в цилиндре дрейфа (1) к виду, позволяющему провести программирование задачи, осуществлено в работе [5]. Уравнение движения записано в виде системы уравнений движения  $N$  дисков на период основной волны. В переменных теории ЛБВ [2]  $(\Phi, y)$  эта система  $N$  уравнений при условии периодичности вдоль оси  $\Phi$   $\Phi_n(y) \pm 2\pi = \Phi_{n+N}(y)$  записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 \Phi_n(y)}{\partial y^2} = -\frac{\pi}{N} \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega^2 C^2} \sum_{i=-N}^N (\exp\{-k|\Phi_{n+i}(y) - \Phi_n(y)|\}) \text{sign}[\Phi_{n+i}(y) - \Phi_n(y)]; \quad (5)$$

$$\text{sign } x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$$

где  $\omega_p$  — частота плазменных колебаний бесконечноширокого потока. Для данного потока радиуса  $r_0$  и постоянной составляющей тока  $I_0$   $\omega_p = (eI_0/m_e \epsilon_0 \pi r_0 v_0)^{1/2}$  ( $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума),  $k$  — нормализованный параметр. Уравнение непрерывности запишем в виде выражения для тока

$$I(\Phi, y) = I_0 \left| \frac{\Delta \Phi_0}{\Delta \Phi(\Phi, y)} \right|; \quad \Delta \Phi = \Phi_{n+1} - \Phi_n. \quad (6)$$

Система  $N$  уравнений движения (5) и уравнение непрерывности (6) являются исходными уравнениями для решения задачи. Начальные условия задаются в точке  $y_1$ :  $\Phi_n(y_1)$ ,  $\frac{\partial \Phi_n(y_1)}{\partial y}$ ,  $n = 0, 1, \dots, N$ .

Они также периодичны по  $\Phi$  с периодом  $2\pi$ .

Выпишем соотношения, связывающие параметры ЛБВ и электронного потока и характеризующие силы пространственного заряда в дисковой модели [2]:

$$QC = \frac{\omega_p^2}{4\omega^2 C^2 (k^2 + 1)}; \quad (7)$$

$$k = \frac{2}{\gamma r_0};$$

где  $QC$  — параметр пространственного заряда в теории ЛБВ,  $\omega$  — частота сигнала в ЛБВ. Параметр  $QC$  пропорционален величине сил пространственного заряда, параметр  $k$  характеризует протяженность этих сил. Конечная протяженность действия сил является характерным свойством потока конечного радиуса. В теории малых амплитуд для частоты электронных плазменных колебаний в потоке конечного радиуса имеем

выражение  $\omega_q = R\omega_p$ , где  $R$  фактор редукции (уменьшения сил пространственного заряда) [2].

$$R = (1 + k^2)^{-\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

Параметр  $R$ , даваемый формулой (8), не зависит от радиуса цилиндра дрейфа. Это является упрощением, основанным на слабой зависимости  $k$  от отношения  $r_0/a$ , где  $a$  — радиус цилиндра дрейфа [2]. Параметры введены для волн основной частоты, этого достаточно для проведения расчетов. Можно ввести эти параметры для гармоник, тогда для гармоники номера  $m$  параметры  $R_m$  и  $k_m$  находятся по формулам (7), (8), если вместо  $\gamma r_0$  взять значения  $m\gamma r_0$ . В потоке, движущемся в цилиндре дрейфа, при малых модуляциях распространяются медленная и быстрая волны. Наблюдается интерференция этих волн и появление стоячей волны. Длина стоячей волны  $m$ -гармоники равна  $\pi v_0/\omega_{qm}$ , где  $\omega_{qm}$  — частота плазменных колебаний при распространении волны  $m$ -гармоники. В нормализованных координатах согласно (7), (8) длина стоячей волны  $m$ -гармоники соответствует интервалу вдоль оси  $y$ .

$$\Delta y_m = (\pi/2 \sqrt{QC})(R_1/R_m). \quad (9)$$

Дисперсия волн в потоке зависит от величины параметра  $\gamma r_0$ . Случай  $\gamma r_0 \gg 1$  соответствует дисперсионному потоку, при  $\gamma r_0 \ll 1$  в потоке дисперсии волн нет.

Амплитуды гармоник тока  $i_m(y)$  находим при разложении тока (6) в ряд Фурье. Нами использованы формулы, данные в работе [5].

Вид тока  $m$ -гармоники следующий:

$$i_m(\Phi, y) = i_m(y) \cos(m\Phi - \varphi_m), \quad (10)$$

где  $i_m(y)$  — амплитуда,  $\varphi_m$  — фаза гармоники,  $\varphi_m = \arctg(b_m/a_m)$ .

Как было отмечено выше, начальные условия для проведения расчета взяты из фазовых диаграмм нелинейной теории ЛБВ [2]. Было рассчитано несколько случаев с различными  $QC$ ,  $k$ ,  $b$ , где  $b$ -параметр, вызывающий отклонение скорости электронов от скорости холодной волны в замедляющей системе ЛБВ  $u_0$ ,  $b \equiv (u_0 - v_0)/Cu_0$ .

Решение системы уравнений (5) было осуществлено с помощью электронной вычислительной машины «Стрела». Основные результаты получены при использовании дисковой модели с 24 электронными дисками на период ( $N=24$ ), так же, как в исходной работе по нелинейной теории ЛБВ [2]. Задача решалась методом Рунге. В работе [2] использован шаг  $\Delta y=0,2$ . В наших расчетах шаг  $\Delta y=0,2$  взят при значениях  $QC \ll 0,5$ ;  $k \ll 2,5$ . В случае больших и короткодействующих сил пространственного заряда ( $QC > 0,5$ ;  $k > 2,5$ )  $\Delta y=0,1$ . Выдача результатов счета осуществлялась через шаг. Время расчета одного варианта в 50 шагов составляло около 6—8 минут. Для оценки точности счета ряд вариантов был рассчитан с шагами  $\Delta y=0,2$ ;  $\Delta y=0,1$ . Получено хорошее совпадение результатов. Варианты, соответствующие большой начальной модуляции, рассчитаны с  $N=48$ . Этим расчетом проверены результаты, представленные на рис. 3—5. Оказалось, что числа дисков  $N=24$  достаточно для выявления явлений параметрического нарастания амплитуд гармоник с расстоянием и образования ударной волны.

При  $N=48$  учитывается роль высших гармонических составляющих. В случае большой модуляции их амплитуды могут нарастать и они оказывают некоторое влияние на характер изменения амплитуд гармоник

первых номеров. Однако это влияние незначительно. Для оценки точности метода проведен расчет группировки электронов в клистроне. Полученные данные о росте амплитуд гармоник с расстоянием находятся в соответствии с результатами расчетов других авторов [6, 7]. Далее, результаты расчетов показывают, что изменения амплитуд гармонических составляющих тока вдоль потока носят характер стоячих волн. Величины длин стоячих волн в случае малых амплитуд модуляций совпадают со значениями, найденными по формуле (9). Этот вопрос рассмотрен ниже.

### Результаты расчета в случае небольшой начальной модуляции

Рассмотрим результаты, полученные при малой модуляции в потоке на входе в пространство дрейфа. На рис. 1—2 показаны графики изменения амплитуд гармоник тока вдоль потока при  $QC=0,5$ ,  $k=1,25$ ,  $y_1=2,8$ ,  $b=1,3$  и  $QC=1,0$ ,  $k=2,5$ ,  $y_1=4,8$ ,  $b=1,9$ . Свойства тока полно-

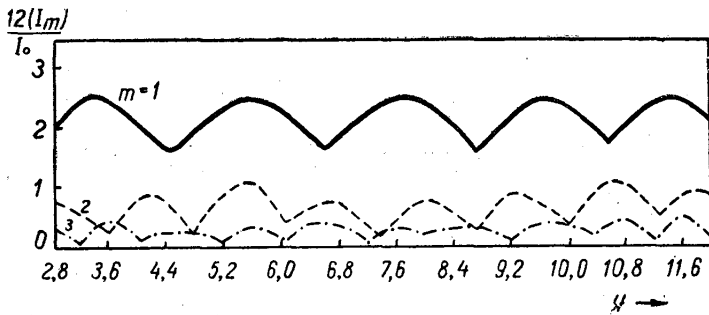


Рис. 1. Зависимость амплитуд 1—3 гармоник от расстояния  $y$ :  $QC = 0,5$ ;  $k = 1,25$ ;  $y_1 = 2,8$ ;  $b = 1,3$

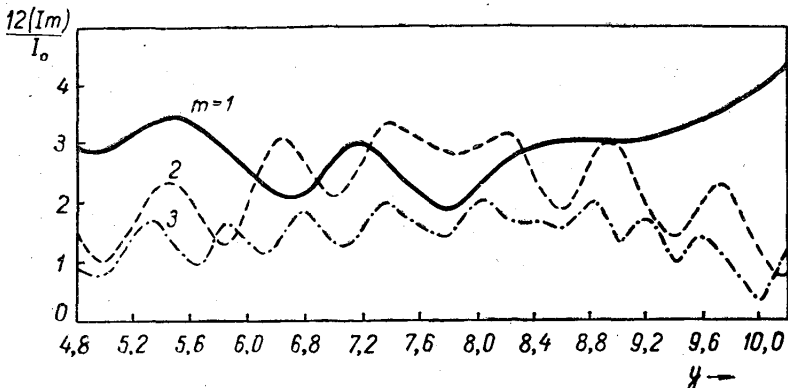


Рис. 2. Зависимость амплитуд 1—3 гармоник от расстояния  $y$ :  $QC = 1,0$ ;  $k = 2,5$ ;  $y_1 = 4,8$ ;  $b = 1,9$

стью характеризуются параметрами  $QC$ ,  $k$ ; параметры  $y_1$ ,  $b$  относятся к режиму ЛБВ. Фазовые диаграммы, полученные в результате расчета, свидетельствуют о распространении в основном медленных волн возмущений. Амплитуды волн гармонических составляющих гораздо меньше постоянной составляющей тока (режим малых амплитуд). Амплитуды гармоник изменяются с расстоянием, указывая на наличие небольшой стоячей волны. Это в свою очередь означает, что в потоке распростра-

няются быстрые волны с амплитудами, меньшими амплитуд медленных волн. Длины стоячих волн оценены по формуле (9). Получено хорошее совпадение величин, указывающее на согласие результатов расчета с теорией волн пространственного заряда малых амплитуд. При  $QC=0,5$ ,  $k=1,25$  роста амплитуд гармоник нет (рис. 1). При  $QC=1,0$ ,  $k=2,5$  наблюдается плавное уменьшение амплитуды основной волны и рост амплитуд 2 и 3 гармоник с расстоянием вплоть до  $y=8$ . В дальнейшем имеет место обратная картина: уменьшение амплитуд гармоник и рост амплитуды основной волны.

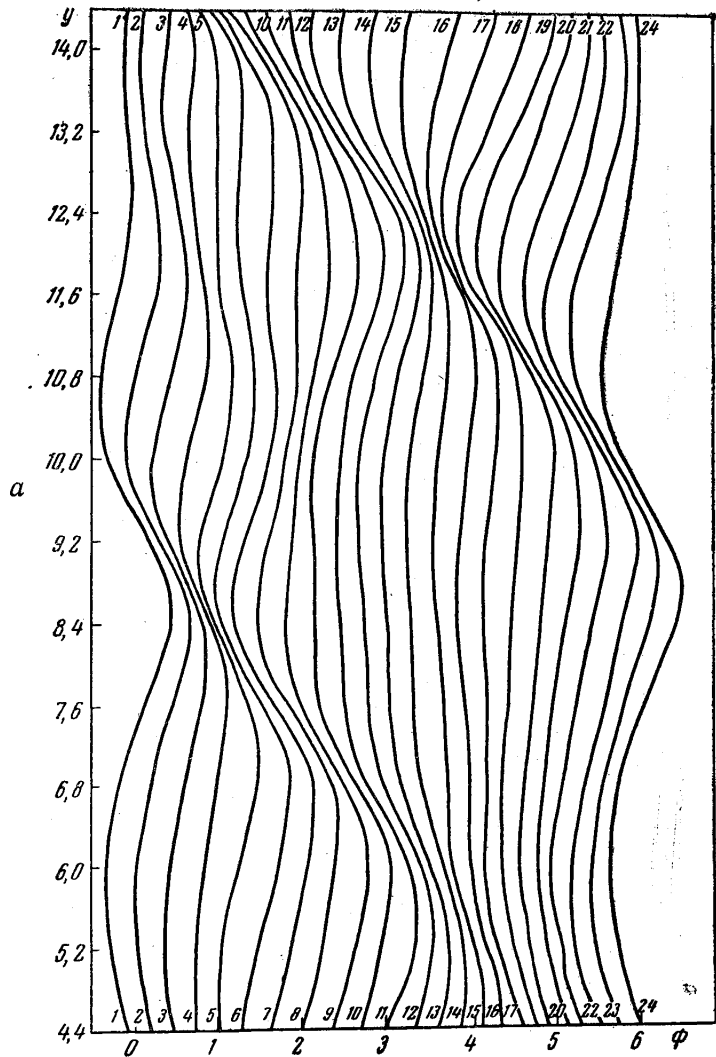
Была установлена связь полученных результатов с теорией параметрического усиления волн малых амплитуд. Оказалось, что для случая  $QC=0,5$  и  $k=1,25$  (рис. 1) условия параметрического усиления не выполняются. В случае  $QC=1,0$ ,  $k=2,5$  изменение амплитуд гармоник с расстоянием, наблюдаемое на рис. 2, можно объяснить в терминах параметрической теории. Рост второй гармоники при  $y < 8$  вызван действием волны накачки на основной частоте. При  $y > 8$  имеет место обратная картина, накачкой является вторая гармоника для основной волны. Вторая гармоника является накачкой для третьей гармоники, поэтому амплитуда третьей гармоники изменяется с расстоянием почти аналогично изменению амплитуды второй гармоники. Усиление амплитуды второй гармоники при  $y \approx 8$  прекращается из-за малости амплитуды основной волны.

Рассмотрим фазовую диаграмму рис. 3а, графики амплитуд рис. 3б и фаз рис. 3в. Параметры потока  $QC=0,2$ ,  $k=2,5$ ,  $y_1=4,4$ ,  $b=1,8$ . Режим отличается от предыдущих большей начальной амплитудой возмущений и меньшей величиной сил пространственного заряда. На рис. 3б наблюдается отчетливое нарастание амплитуд медленных волн 2 и 3 гармонических составляющих тока с расстоянием на начальном участке дрейфа. Амплитуда основной волны примерно в два раза меньше значения постоянной составляющей тока. Нельзя говорить о режиме малого сигнала. В этом случае оказалось, что нельзя также применить выводы теории параметрического усиления волн малых амплитуд для объяснения полученных результатов.

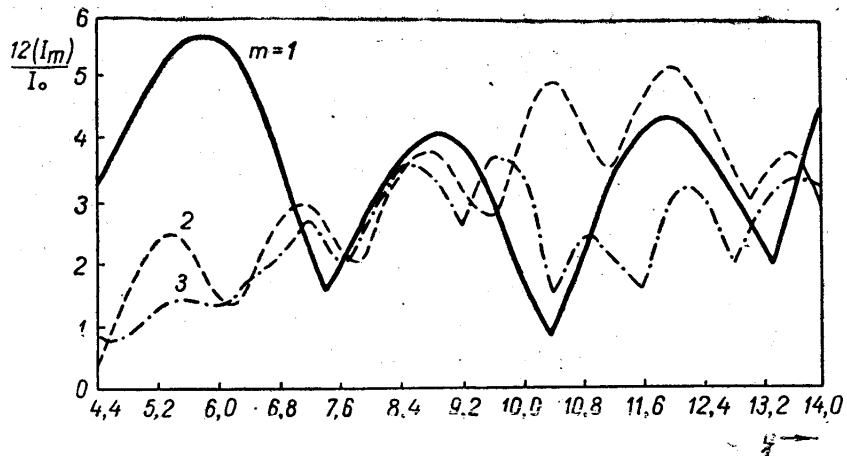
Обратимся к графикам фаз гармоник  $(1/m)\varphi_m$ , рис. 3в. Линии этого графика имеют определенный наклон, указывающий на то, что волны гармоник с индексами  $m=1, 2, 3$  являются медленными волнами ( $d\Phi/dy = 2q < 0$ ). Наличие быстрых волн сказывается в существовании некоторых колебаний линий графиков. Графики показывают непрерывное по нелинейному закону возрастание разности фаз между основной волной и волнами гармоник. Именно возрастание разности фаз является причиной прекращения усиления амплитуд третьей, а затем и второй гармоник. В области, где амплитуды гармоник достигают максимумов, разности фаз  $m\varphi_1 - \varphi_m$ ,  $m=1, 2$ , близки к  $\pi$ . Фазовые скорости волн гармоник по абсолютной величине больше фазовых скоростей волн, найденных на основе линейной теории для гармоник соответствующих номеров. Фазовые скорости волн в линейной теории находятся с помощью соотношения

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)_m = 2\sqrt{QC} \frac{R_m}{mR_1}.$$

Это соотношение легко следует из формул (4, 7) и соотношения для постоянных распространения медленных волн в электронном потоке  $\gamma = \gamma_0 + \omega_q/v_0$ .



б



в

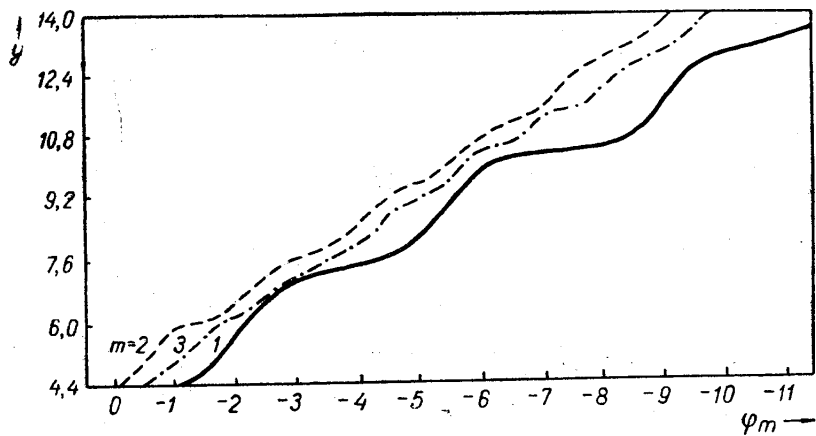


Рис. 3. Распространение волн конечных амплитуд.  $Q_c=0,2$ ;  $k=2,5$ ;  $y=4,4$ ;  
 $b=1,8$ ;

а. Фазовая диаграмма, б. Зависимость амплитуд 1—3 гармоник от расстояния, в. Зависимость фаз 1—3 гармоник от расстояния

Таким образом, результаты расчета в случае волн возмущений малых амплитуд согласуются с теорией параметрического усиления. В случае волн конечных амплитуд выходят за рамки этой теории.

### Результаты расчета в случае большой начальной модуляции

Рассмотрим еще раз фазовые диаграммы рис. 3а. Медленная волна возмущения тока с ростом  $y$  претерпевает изменения. Характерным является сужение ее профиля. Под формой профиля подразумевается распределение заряда или скорости возмущения в направлении распространения (в случае малости параметра с распределения заряда и тока одинаковы, распределения по  $y$  близки к распределениям по  $\Phi$ ).

Изменения, происходящие с профилем медленной волны возмущения, еще более отчетливо видны на фазовой диаграмме рис. 4а для тех же значений  $QC$ ,  $k$  ( $QC=0,2$ ,  $k=2,5$ ), но при большей начальной модуляции по току и скорости ( $y_1=5,2$ ).

Фазовые диаграммы рис. 4а также указывают на быстрое сужение профиля волны. Объяснить это явление можно следующим образом.

В режиме малого сигнала изменением постоянной составляющей плотности заряда можно пренебречь, скорости распространения каждой точки профиля волны одинаковы. В режиме конечных амплитуд это не выполняется. Скорость электронной волны меняется вдоль профиля соответственно изменению средней плотности заряда. В системе координат, связанной с потоком, с увеличением плотности скорость волны растет по абсолютной величине, с уменьшением плотности скорость уменьшается (11). Различие в скоростях различных точек профиля приводит к изменению его формы со временем. Как следует из рис. 4а, при движении медленной волны на участке  $6,0 < y < 8,4$  точки профиля, где заряд возрос (точки сжатия), выдвигаются в направлении распространения. В это же время точки профиля, где плотность заряда уменьшилась и стала меньше равновесной (точки разряжения), отстают. В результате такого движения точек сгущения и разряжения передний фронт волны возмущения  $\Phi_0(\Phi) - \Phi$  при постоянном  $y$  становится все более крутым, возникает скачок; при  $y > 8,2$  пересечения траекторий. Характерные картины изменений профилей тока (плотности заряда) и скорости показаны на рис. 5а и 5б. Масштабы для кривых на каждом из этих рисунков одинаковы. Изменение профиля  $\Phi_0(\Phi, y)$  по мере движения волны приводит к появлению импульсов тока и образованию профиля скорости, близкого к треугольному. Картина явления близка к картине распространения одномерных волн конечной амплитуды и образования ударной волны в сжимаемом газе [8]. Аналогия явлений оправдана в результате общности основных уравнений: уравнений движения и непрерывности. Некоторое отличие имеется в виде функции для силы.

При  $y > 8,4$  наблюдается «отсекание» вершины профиля. Это явление характерно для ударной волны. «Отсекание» проявляется в значительном отклонении электронного диска  $n=2$  влево на фазовой плоскости рис. 4а, 5б. При дальнейшем движении этот диск пересекает траектории других дисков под большим углом, его влияние незначительно. При  $y > 9,2$  его траектория не изображена. Для правильного понимания результатов расчета, представленных на рис. 4а при  $y > 7,6$ , нужно отметить следующее. Профили тока и скорости для  $y > 7,6$  значительно сужены по сравнению с профилем вблизи точки  $y=7,6$ . Сужение профилей обусловлено конечной протяженностью сил пространственного заряда. При  $k=2,5$  величина силы пространственного заряда убывает в  $\epsilon$  раз



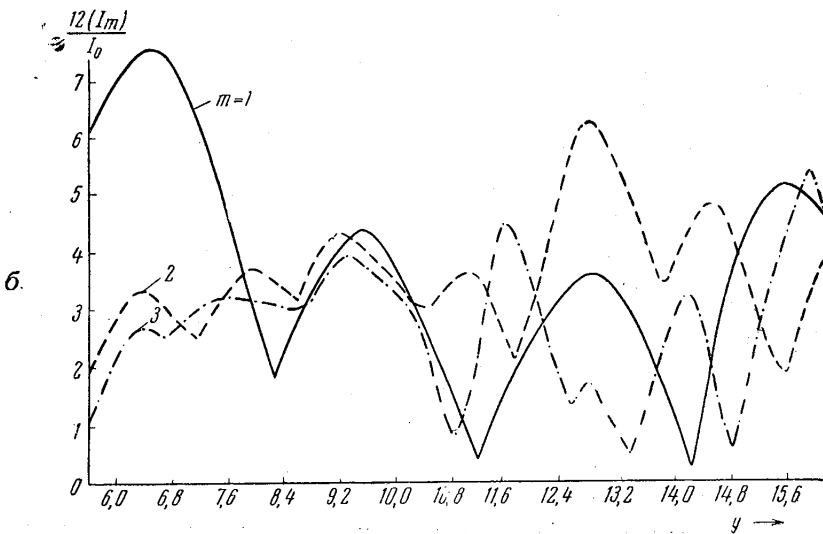
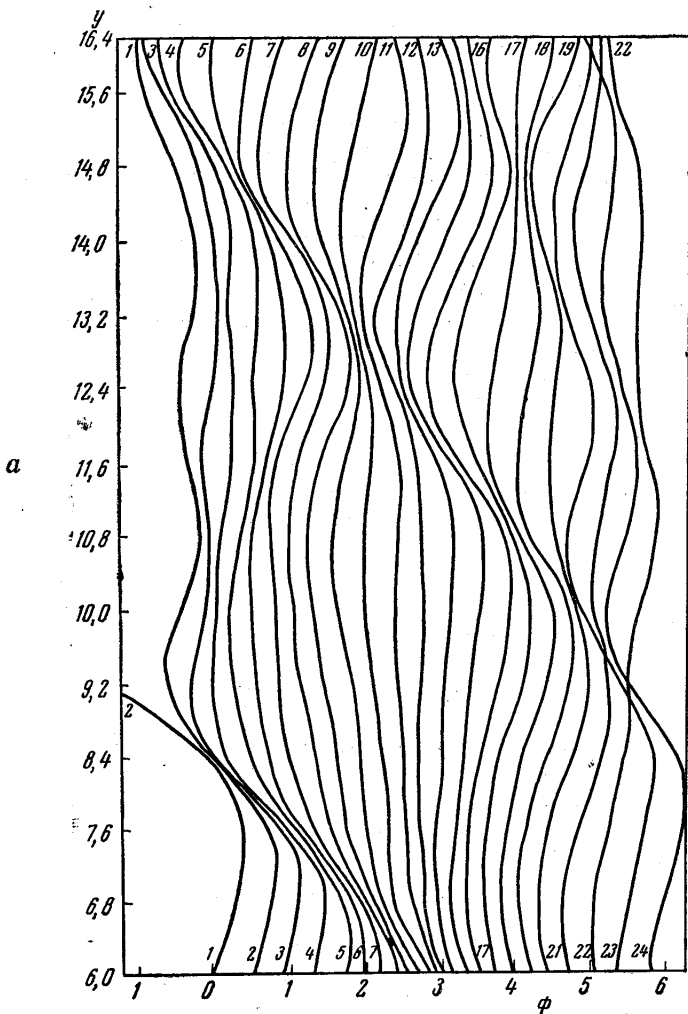


Рис. 4. Распространение волн конечных амплитуд.  $Qc = 0,2$ ;  $k = 2,5$ ;  $y = 5,2$ ;  $b = 1,8$ ;  
 а. Фазовая диаграмма, б. Зависимость амплитуд 1—3 гармоник от расстояния  $y$

при удалении от диска на величину разности фаз  $\Delta\Phi = (1/k) = 0,4$ . При движении одномерных волн конечных амплитуд в сжимаемом газе при образовании ударной волны профиль не сужается [8]. В результате сужения профиля волны в электронном потоке дисковая модель из 24 или 48 дисков на период при  $y > 7,6$  не позволяет точно рассчитать явления, происходящие в узкой части профиля. Требуется модель с большим числом дисков. После пересечения траекторий при  $y > 8,4$  ударной волны нет, распространяются медленная и быстрая волны.

Фазовая диаграмма, рис. 4а, и графики амплитуд гармоник, рис. 4б, свидетельствуют о значительном росте амплитуды быстрой волны после пересечения траекторий ( $y > 9,2$ ).

В теории ударных волн [8] указывается на то, что изменение профиля бегущей волны и появление ударных волн должно происходить во всякой волне, в которой имеются участки, где скорость волны убывает в направлении распространения. Конечно, должно выполняться условие не слишком большого затухания волны. Затуханием волн электронного потока можно пренебречь, поэтому в потоке при малом влиянии дисперсии явление должно иметь место для всех волн конечных амплитуд, как медленных, так и быстрых. Изменение профиля волны тока приводит к нарастанию амплитуд гармонических составляющих. Таким образом, нарастание амплитуд гармоник в потоке с расстоянием является следствием механизма распространения волн конечных амплитуд в средах, подобных сжимаемому газу. На данных выше рисунках представлены графики изменения амплитуд первых трех гармоник. Исходя из механизма образования ударных волн, можно сделать вывод о возможности нарастания амплитуд с расстоянием у гармоник большего номера. При расчете с  $N=48$  видим, что амплитуды гармоник нарастают по крайней мере до 12 номера. Исследовано влияние дисперсии волн на процесс образования ударной волны. Первые результаты расчета в случае большой дисперсии ( $k=1,25$ ) и не слишком большой начальной модуляции ( $12(I_1/I_0) \approx 6$ ) не показывают образования ударной волны и существенного роста гармоник. В случае  $k=2,5$ ,  $QC=0,2$ ,  $y_1=4,4$  (рис. 3), как было показано выше, дисперсия волн является причиной прекращения нарастания амплитуд гармоник с расстоянием. Нарастание амплитуд гармоник вызвано изменениями профиля волны возмущения конечной амплитуды, но эти изменения не приводят к образованию ударной волны вследствие дисперсии волн. В зависимости от характера дисперсии наблюдается появление одной или нескольких дополнительных волн возмущений в промежутках между первоначальными основными волнами возмущений. Дополнительные медленные волны видны на фазовых диаграммах рис. 3а, 4а. Эти волны образуются в результате конечной протяженности сил пространственного заряда в потоках конечного поперечного сечения. При  $k=2,5$  образуется одна дополнительная волна. Она отчетливо видна на рис. 4а, при  $y > 10$ . Результаты расчета в случае малой дисперсии волн ( $k=5$ ) показали образование двух дополнительных волн. В дополнительных волнах также происходит процесс изменения профиля. Наличие этих волн оказывает большое влияние на процесс образования ударных волн в основной волне возмущения.

## Выводы

Распространение в электронном потоке волны возмущений тока и скорости конечной амплитуды сопровождается изменениями в профиле волны. При малом влиянии дисперсии волн в потоке эти изменения при-

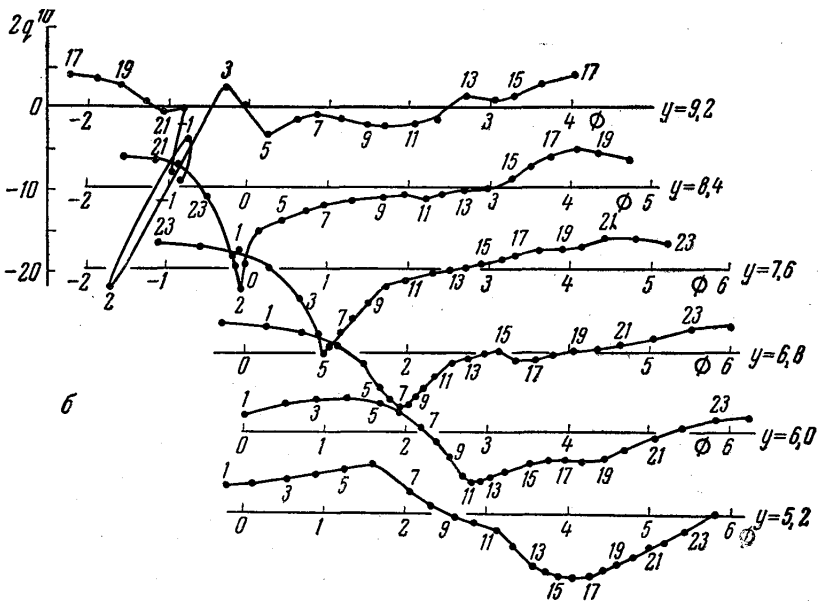
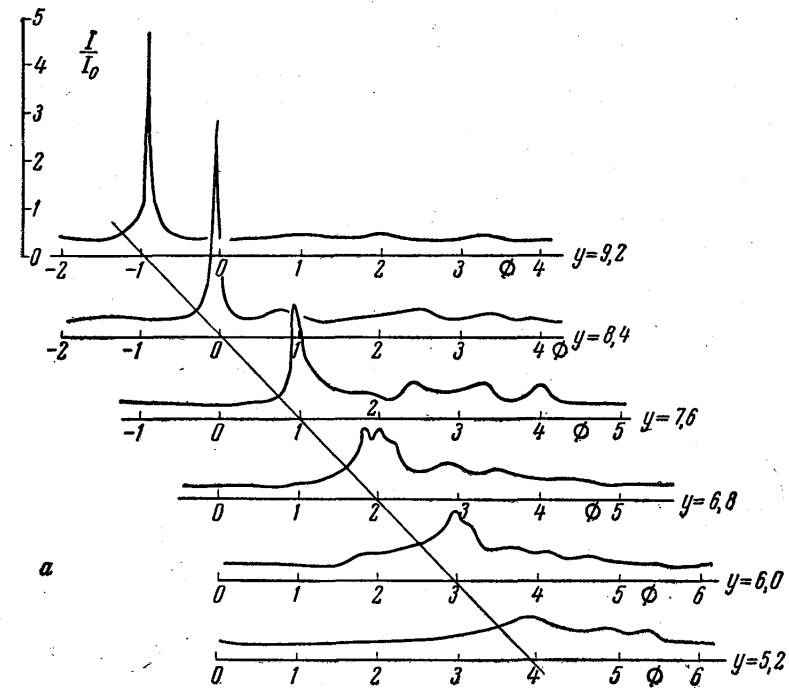


Рис. 5. Профили волн тока и скорости  $Q_c = 0,2$ ;  $k = 2,5$ ;  $y_1 = 5,2$ ;  $b = 1,8$ ;  
 а. Профили волны тока (заряда), б. Профили волны скорости

входят к образованию ударной волны. В случае большого влияния дисперсии ударная волна не образуется. Изменения в профиле волны конечной амплитуды обуславливают нарастание амплитуд гармоник с расстоянием. В случае малых амплитуд возмущений результаты расчета согласуются с данными теории параметрического усиления волн.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Канавец В. И. Гармоники в электронном потоке на выходе ЛБВ. Доклад на IV Всесоюзной конференции по радиоэлектронике. Харьков, 1960.
2. Tien P. K., Walker L. K., Wolontis V. M. A. Large signal theory of traveling-wave amplifiers. *Proceed. IRE*, **43**, No. 3, 1955.
3. Rowe I. E. A Large-signal analysis of the traveling-wave amplifiers. *IRE Trans. ED—5*, No. 1, 1956.
4. Вайнштейн Л. А. Нелинейная теория ЛБВ. «Радиотехника и электроника», № 7—8, 1957.
5. Webber S. E. Large signal analysis of multicavity klistron. *IRE, Trans. ED—5*, No. 4, 1958.
6. Mihran T. G. Harmonic current growth in velocity-modulated electron beams. *Journ. appl. Phys.*, No. 9, 1959.
7. Paschke F. Generation of second harmonic in velocity-modulated electron beam of finite diameter. *RCA Revue*, **19**, No. 4, 1958.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. ГИТТЛ, М., 1953.

Поступила в редакцию  
15. 3 1961 г.

Кафедра  
радиотехники