

М. И. КИСЕЛЕВ

## К ТЕОРИИ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА

Исследуется влияние профилирования канала магнитогазодинамического генератора на к. п. д. превращения тепловой энергии в электрическую и габариты генератора.

Указывается порядок к. п. д. для малых магнитных чисел Рейнольдса в сверхзвуковой области и дается метод оценки к. п. д. для  $Re \gg 1$ . Вязкостью и теплопроводностью пренебрегаем.

Для оценки к. п. д. магнитогазодинамического преобразования тепловой энергии в электрическую можно рассмотреть модельную задачу о диффузорных и конфузорных течениях ионизованного газа в магнитном поле, пренебрегая вязкостью, теплопроводностью и рассеянием силовых линий магнитного поля вследствие краевых эффектов. При этом система уравнений в частных производных магнитной газодинамики превращается в систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Рассмотрим два случая плоских течений в цилиндрической системе координат: I.  $\{v_r, H_z, j_\varphi\}$ ; II.  $\{v_r, H_\varphi, j_z\}$  и один случай пространственного течения: III.  $\{v_r, H_\theta, j_\varphi\}$  в сферической системе координат. При условии, что эквипотенциали индуцированного в потоке газа электрического поля путем подбора параметров внешней электрической цепи «положены» на проводящие стенки канала [1], система уравнений запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= A\psi^2 \frac{(\gamma-1) \left(y - \frac{C_{1,2}}{tm_\psi}\right)^2 \frac{1}{t^N} - \frac{N\gamma}{A} \frac{xy}{t^{N+1}} \frac{1}{\psi^2} + \left(y - \frac{C_{1,2}}{tm_\psi}\right) x}{y/t^N - x\gamma B/A}, \\ \frac{dy}{dt} &= -B\psi^2 \frac{(\gamma-1) \left(y - \frac{C_{1,2}}{tm_\psi}\right)^2 - \frac{N\gamma}{A} \frac{xy}{t} \frac{1}{\psi^2} + \left(y - \frac{C_{1,2}}{tm_\psi}\right) y}{y/t^N - x\gamma B/A}, \\ \frac{dz}{dt} &= B\psi^2 \frac{(\gamma-1) \left(y - \frac{C_{1,2}}{tm_\psi}\right)^2 \frac{1}{y^2 t^N} - \frac{N}{B} \frac{1}{t^{2N+1}} \frac{1}{\psi^2} + \left(y - \frac{C_{1,2}}{tm_\psi}\right) z}{y/t^N - x\gamma B/A}, \\ \exists \frac{1}{t^n} \frac{\partial}{\partial t} (t^n \zeta) &= Re_{M\psi} \left(y - \frac{C_{1,2}}{tm_\psi}\right), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$\psi = \varphi + \zeta$ ;  $n = 0$ ,  $\mathcal{E} = -1$ ; для I;  $n = 1$ ,  $\mathcal{E} = 1$  для II и III.

О коррекции зависимости скорости малых возмущений от электропроводности см. [2,5]. Система (1) имеет первый интеграл  $yzt^N = \pm 1$ . Знак минус соответствует конфузорным течениям, плюс — диффузорным. Пере-

менные  $x = \frac{r}{\rho_0}$ ,  $y = \frac{u}{u_0}$ ,  $t = \frac{\rho}{\rho_0}$ ,  $t = \frac{r}{r_0}$ ,  $\psi = \frac{H+h}{H_0}$  обозначают

безразмерные давление, скорость, плотность, радиус и магнитные поля;  $\varphi$  — безразмерное индуцирующее поле,  $\zeta$  — индуцированное поле,  $\psi$  — сумма этих полей. Процесс моделируют константы, составленные из начальных параметров

$$A = \frac{\sigma u_0 H_0^2 r_0}{c^2 \rho_0} = 2\text{Re}_m \frac{H_0^2}{8\pi \rho_0} = 2\text{Re}_m \frac{\rho_m}{\rho_0},$$

$$B = \frac{\sigma r_0 H_0^2}{u_0 \rho_0 c^2} = \text{Re}_m \frac{H_0^2}{4\pi \rho_0 u_0^2} = \frac{V_0^2 A}{u_0^2} \text{Re}_m,$$

$$c_{1,2} = \begin{cases} \frac{V_0 c_0}{u H a r} = \frac{V}{E_0} = \frac{\omega_0}{u_0}, \\ \frac{V c}{u H l} = \frac{V}{E} = \frac{\omega_{02}}{u_0}, \end{cases}$$

$\text{Re}_m = \frac{\sigma u_0 r_0}{c^2}$  — эффективное магнитное число Рейнольдса. Здесь

$\rho_m = \frac{H_0^2}{8\pi}$  — магнитное давление,  $\sigma$  — электропроводность,  $c$  — скорость

света,  $V$  — напряжение на выходе генератора,  $E$  — э.д.с., развиваемая в парциальной трубке тока на входе в канал,  $\omega = c \frac{V}{a r H}$  — скорость дрейфа

заряженных частиц в скрещенных полях. Константы  $A$  и  $B$  связаны с числом Маха  $M$  соотношением  $M^2 = \frac{A}{\gamma B}$ ,  $\gamma$  — показатель политропы.

В цилиндрической системе координат  $N = 1$ , в сферической  $N = 2$ ,  $m = 0$  для случая  $(u_r, H_t, j_\varphi)$ , в остальных случаях  $m = 1$ .

Плотность тока  $j$  равна

$$j = \begin{cases} \sigma \left[ \frac{U(H+h)}{c} - \frac{V}{a r} \right] & \text{для случаев I и III.} \\ \sigma \left[ \frac{U(H+h)}{c} - \frac{V}{l} \right] & \text{для случая II.} \end{cases}$$

Здесь  $\alpha$  — угол раствора диффузора,  $l$  — расстояние между проводящими стенками во втором случае.

Задав конкретную зависимость одного из параметров от  $t$ , например  $y = u(t)$  или  $\psi = \psi(t)$ , можно с помощью системы уравнений (1) найти численными методами распределение остальных параметров и, в частности, распределение индуцированного поля  $\zeta$ . В области малых магнитных чисел Рейнольдса индуцированным полем  $\zeta$  можно пренебречь и

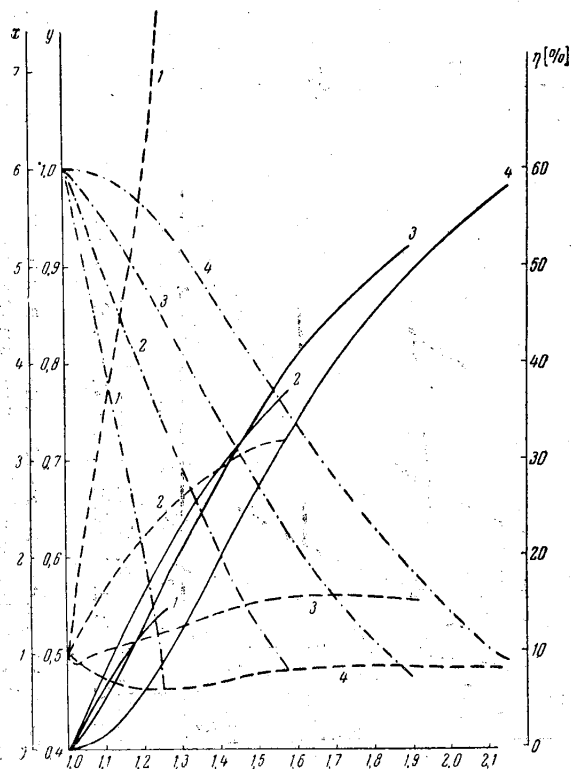


Рис. 1. График взаимного изменения к.п.д., безразмерных давления и скорости в канале диффузора при:  $M = 5$ ,  $B = 2$ ,  $N = 2$ ; — — —  $x$ , — — —  $y$ , — · — · —  $\eta$ . 1.  $C = 0,1$ ; 2.  $C = 0,3$ ; 3.  $C = 0,5$ ; 4.  $C = 0,7$ ; 5.  $C = 0,9$

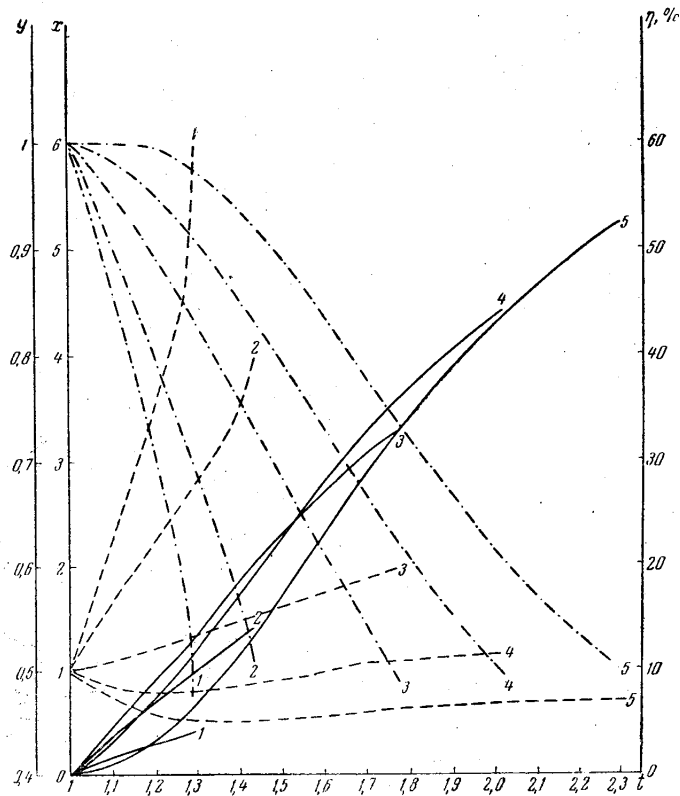


Рис. 2.  $M = 4$ ,  $B = 1$ ,  $N = 2$ ; — · — · —  $x$ , — — —  $y$ , — — —  $\eta$ . 1.  $C = 0,1$ ; 2.  $C = 0,3$ ; 3.  $C = 0,5$ ; 4.  $C = 0,7$ ; 5.  $C = 0,9$

считать магнитное поле заданным [3] или подбирать его к заданному распределению других параметров.

Первые члены в числителях уравнений системы (I) описывают тепловое воздействие на поток газа (джоулево тепло за счет протекания

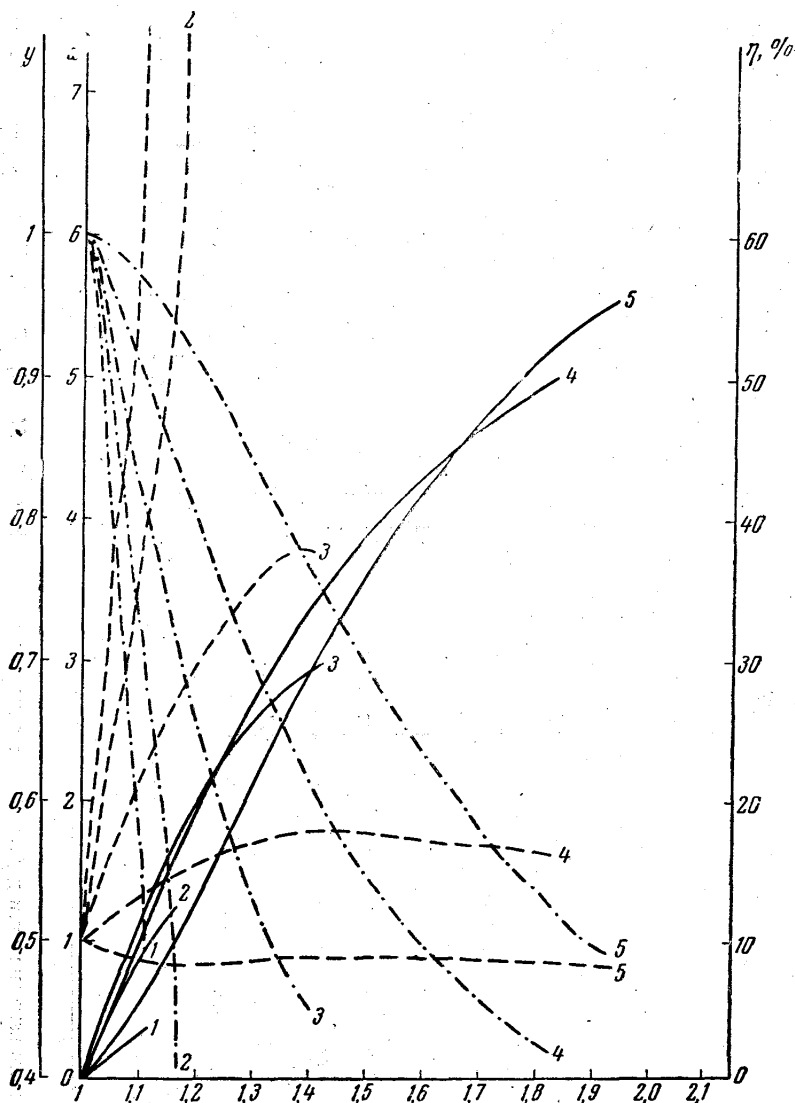


Рис. 3.  $M=4$ ,  $B=3$ ,  $N=2$ ; — — —  $x$ , — · — · —  $y$ , — — —  $\eta$ .  
1.  $C=0,1$ ; 2.  $C=0,3$ ; 3.  $C=0,5$ ; 4.  $C=0,7$ ; 5.  $C=0,9$

тока через газ), вторые — геометрическое воздействие (профилирование), третьи — механическое (пондермоторная сила за счет магнитного поля). Влияние этих воздействий на поток газа подробно исследовано [4]. Очевидно, влияние геометрического воздействия не должно превышать влияния теплового и пондермоторного воздействий. В противном случае магнитогазодинамические эффекты будут малы по сравне-

нию с эффектами немагнитной газодинамики и к.п.д. генерации электрической энергии снизится. Так как члены, отражающие геометрические воздействия для диффузорных течений, входят в уравнения со знаком, противоположным знаку теплового и механического воздействий, числители уравнений системы (1) могут обратиться в нуль одновременно со знаменателем, что соответствует переходу через скорость звука без образования ударной волны. В критическом сечении выполняется соотношение, общее для всех трех уравнений

$$(\gamma - 1) \left( y - \frac{c_{1,2}}{t^m \psi} \right)^2 - \frac{Ny^2}{Bt^{N+1}} + \left( y - \frac{c_{1,2}}{t^m \psi} \right) \frac{y}{t^N} = 0. \quad (2)$$

В конфузорах и при достаточно малых углах раствора диффузора, пока тепловое и механическое воздействие преобладают над геометрическим, дозвуковой поток газа отдает энергию остывая и разгоняясь. При дальнейшем увеличении угла раствора диффузора газ истекает замедляясь, и геометрическое воздействие уже не интенсифицирует, а «подавляет» процесс преобразования энергии. Сверхзвуковой поток газа, ставший «полупроводником» звука, тормозится и нагревается о «магнитную стенку». Возможно движение сверхзвукового потока с уменьшением давления и скорости в диффузоре, с дальнейшим увеличением угла раствора скорость растет, а давление падает, падает и к.п.д. преобразования тепла в электрическую энергию. Кроме того, с уменьшением давления и температуры должна упасть и электропроводность. Для интенсификации преобразования энергии в дозвуковом потоке наиболее выгодно профилирование, увеличивающее кинетическую энергию потока, внутренняя энергия при этом падает.

Полный ток, протекающий через нагрузку, равен интегралу от плотности тока по поверхности проводящей стенки

$$I = \frac{\sigma u_0 H_0}{c} \Sigma_{ст} \begin{cases} \int_1^t \left( y\psi - \frac{C_1}{t} \right) t^{N-1} dt = \frac{\sigma u_0 H_0}{c} I_{1,3} \Sigma_{ст}, \\ \int_1^t (y\psi - C_2) t dt = \frac{\sigma u_0 H_0}{c} I_2 \Sigma_{ст}. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $\Sigma_{ст}$  — площадь проводящей стенки.

Коэффициент полезного действия генератора определим как отношение мощности, выделяемой в нагрузке, к потоку энергии газа через входное сечение канала

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{IV}{\sum_{вх} \rho_0 u_0 \left( \frac{\gamma p_0}{(\gamma - 1) \rho_0} + \frac{u_0^2}{2} \right)} = \text{Re}_M \frac{S_{эм}}{S_r} I_{1,2,3} = \\ &= \frac{2C_{1,2} B}{\frac{2}{\gamma - 1} \frac{1}{M_0^2} + 1} I_{1,2,3}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $S_r$  и  $S_{эм}$  векторы Умова — Пойтинга газа и индуцированного поля на входе в канал. Эти векторы в соответствии с законом фарадеевой индукции противоположно направлены. Из формулы (3) видно, что величина к.п.д. генератора и его габариты существенно зависят от вели-

чин  $M, C, B$  и  $t_R$ . Параметр  $t_R$  определяет величину пробега газа до состояния с  $M=1$  и характеризует степень «согласования» потока с каналом МГД-генератора. Преобразование энергии идет путем «проталкивания» через магнитное поле потоком преобладающих нейтралов относительно малого количества (доли %) частиц токонесящей компоненты — ионов и электронов, что приводит к разделению разноименных зарядов и получению э.д.с. Если концентрация заряженных частиц низка по сравнению с необходимой для оптимума электропроводности, обмен энергией и импульсом путем достаточного количества столкновений между нейтралами и заряженными частицами, требующейся для генерации электрического тока, должен быть распространен на большие объемы. Естественно, частицы малой массы легче тормозятся в поле, поэтому на легких газах в меньших габаритах достигается оптимальный к.п.д. преобразования.

Численная обработка системы (1) для  $Re_M \ll 1, H = \text{const}, \gamma \frac{5}{3}$  в сверхзвуковой области ( $2 \leq M \leq 6$ ) дает для к.п.д. величину порядка двух третей от начального потока энергии. Интенсифицирующее процесс превращения энергии и сокращающее габариты профилирование канала влияет на относительное повышение к. п. д., но не на его абсолютную величину, имеющую предел. В области  $Re_M \geq 1$  роль степени профилирования повышается. В первом приближении в этой области можно вести оценочные вычисления, пренебрегая влиянием джоулева тепла.

Для окончательного выяснения оптимума к.п.д. необходимо перейти от модельных задач к более реалистическим, учитывающим диссипацию в пограничных слоях, влияние объемного заряда, краевые эффекты рассеяния поля, теплопроводность и т. п.

В заключение приношу благодарность за обсуждение результатов профессорам К. П. Станюковичу и В. Л. Грановскому, участникам руководимых ими семинаров, а также Г. С. Аравину, Н. И. Колосницыну, В. П. Шевелеву и И. И. Ночевкиной, производившей численные расчеты.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Neuringev L. J. Fluid. Mech., 7, No. 2, 287, 1960.
2. Павлов К. Б. Диссертация. МВТУ, 1961.
3. Брагинский С. И. ЖЭТФ, 37, 1417, 1959.
4. Вулис Л. А. Газовая динамика. М., 1949.
5. Вулис Л. А., Гусика П. Л. ЖТФ, 31, 807, 1961.

Поступила в редакцию  
22. 4 1961 г.

Кафедра  
статистической физики и механики