Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 1 — 1962

К. П. СТАНЮКОВИЧ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕЛ, ИЗЛУЧАЮЩИХ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ (II) *

В статье изучается механизм излучения гравитационных волн нуклонами в предположении, что их энергия уносится в виде волн-частиц (квантов тяготения), причем для описания этого процесса используется аппарат релятивистской гидродинамики.

Полученные результаты показывают, что этот механизм приводит численно к таким же результатам, как и теория квадрупольного излучения гравитационных волн общей теории относительности.

В работе [1] было показано, что гравитационное поле «частицы» (нуклона) можно объяснить квадрупольным излучением гравитационных волн, излучаемых вследствие вращения «мезонного» облака около керна ядра. Покажем, что эти представления можно подтвердить исходя из иной «гидродинамической» концепции излучения гравитационных волн частицами.

Взаимодействие двух «частиц»

В 1935 г. М. П. Бронштейном было впервые показано, что слабое гравитационное поле можно проквантовать.

Квантование поперечных гравитационных волн, возникающих при квадрупольных колебаниях, в настоящее время корректно проведено Д. Д. Иваненко [2, 3]. Гравитационное поле оказывается эквивалентно полю так называемых гравитонов, обладающих нулевой массой покоя и подчиняющихся статистике Бозе так же, как и в случае фотонного газа. Поэтому можно интерпретировать поле гравитационных волн, как состояние некоторого газа — гравитонного газа. При этом

$$p = Av^{-\frac{4}{3}} = \frac{1}{3}\rho c^2 \sim T^4 \text{ (причем } \rho v = 1),$$

где T — «температура» излучения. В случае периодических колебаний будем иметь [4]

$$p = \frac{\Phi(r_1 - ct)}{r_1^4}; \quad \frac{\dot{E}}{4\pi c^2} = -\frac{\dot{E}_g}{4\pi c^2} = f(r_1 - ct)\frac{cr_1^2}{v}\left(\frac{p_0}{p}\right)^{1/4} =$$

$$= f(r_1 - ct)\frac{cr_1^2}{v}\frac{T_0}{T}, \tag{1}$$

* Часть I статьи опубликована в «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, 1961, № 5.

где r_1 — текущее расстояние от центра p_0; T_0 — давление и «температура» начального состояния гравитонного газа. Здесь Φ и f — некоторые волновые функции, определяемые из условий излучения. Соотношение (1) можно написать в виде

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^4 F(r_1 - ct),$$

где r_0 — некоторый начальный радиус излучения, который можно принять за эффективный радиус тела, излучающего гравитационные волны. Можно так выбрать F и f, чтобы их средние значения равнялись единице, тогда

$$\frac{p}{\bar{p}_0} = \left(\frac{\bar{r}_0}{r_1}\right)^4 = \left(\frac{\bar{v}_0}{v}\right)^{4/3}; \quad -\frac{\bar{\dot{E}}_g}{4\pi c^2} = \frac{r_1^2 c}{v}\left(\frac{\bar{p}_0}{p}\right)^{1/4}.$$

Это выражение можно написать в виде

$$\left(\frac{\bar{\dot{E}}_g v_0}{4\pi c^3 r_1^2}\right) = \frac{p}{\bar{p}_0},$$

причем

$$\bar{r}_0^4 = \left(\frac{\bar{\dot{E}}_g \bar{v}_0}{4\pi c^3}\right)^2.$$

Полагая, что $\dot{E}_g = \alpha M c^2$, придем к выражениям (опуская черточки)

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\alpha M v_0}{4\pi c r_1^2}\right)^2, \tag{2}$$

$$r_0 = \left(\frac{\alpha M v_0}{4\pi c}\right)^{1/2}. \tag{3}$$

Полагая теперь, что $M = \frac{4}{3}\pi\delta_0 R_0^3$, найдем

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\alpha\delta_0 v_0 R_0^3}{3 c r_1^2}\right)^2; \quad \frac{r_0}{R_0} = \left(\frac{\alpha\delta_0 v_0 R_0}{3c}\right)^{1/2},$$

где R_0 — радиус тела, δ_0 — его плотность. Принимая, что $r_0 = R^*_0$, получим

$$\alpha = \frac{3c}{\delta_0 v_0 R_0^*},$$

где R_0^* — эффективный радиус нуклона (заметим, что температура гравитонного газа $T \sim \frac{1}{r_1}$, что естественно, поскольку для фотонного газа и электромагнитного излучения потенциал (энергия) также $\sim \frac{1}{r}$). Квант гравитационного поля — гравитон должен в среднем обладать энергией

$$\varepsilon = \frac{\bar{\dot{E}}}{\omega} = \frac{4\pi r_0^2 c^3}{v_0 \omega} = \frac{3c^3 M}{v_0 \delta_0 R_0 \omega} = \frac{\alpha}{\omega} M c^2.$$

Одно тело испускает гравитационные волны во все стороны изотропно. Если в некоторой области находятся два тела, то изотропность излучения волн (гравитонов) обоими телами будет нарушена.

Если два тела одинаковы, то имеет место симметричное взаимодействие гравитационных волн.

В случае различных тел взаимодействие уже не будет симметричным. Для того чтобы представить себе характер этого взаимодействия, подсчитаем приблизительно возможное число гравитонов в единице объема (n_g) и длину их свободного пробега l_g.

Очевидно, что

$$n_{g_0} = \frac{3}{4\pi r_0^3}$$

и при $r_0 = 10^{-13}$ *см* дает $n_{g_0} = 10^{38} \frac{1}{см^3}$. Длина свободного пробега

$$l_{g_0} = \frac{1}{\pi n_{g_0} R_{g_0}^2} = \frac{4}{3} \frac{r_0^3}{R_{g_0}^2} \approx r_0, \quad \text{т. е. } l_{g_0} \approx 10^{-13}\ см.$$

Такого же порядка должна быть длина гравитационной волны $\lambda \sim \frac{c}{\omega} = 3 \cdot 10^{-14} см$.

Здесь R_{g_0} — начальный радиус гравитонов. Таким образом, можно полагать, что длина свободного пробега гравитона порядка радиуса элементарных частиц. Следовательно, за единицу времени в единице объема происходит такое число столкновений ($>10^{60}$), что гравитационный газ можно считать равновесным. Гравитоны обмениваются импульсами и энергиями на расстояниях, малых по сравнению с радиусом атомов ($10^{-8} см$). Поскольку $n_g = n_{g_0}\left(\frac{r_0}{r}\right)^3$ и можно считать, что $R_g = R_{g_0} = \frac{r}{r_0}$, то $l_g = l_{g_0} \frac{r}{r_0} = r$, т. е. длина свободного пробега гравитона возрастает с расстоянием.

Таким образом, взаимодействие двух тел, испускающих гравитоны, будет осуществляться с помощью обмена импульсами (и энергиями) двух потоков гравитонов (гравитационных волн), испускаемых этими телами. В том случае, когда в пространстве находится много тел (реальный случай), взаимодействие происходит и между испускаемыми телом гравитонов с гравитонами, находящимися в пространстве, и гравитонным фоном.

Вычислим взаимодействие двух тел (элементарных частиц), пренебрегая пока взаимодействием с фоном, что вполне допустимо для элементарных частиц.

Среднее значение потока импульса ($\dot{I}$), соответствующего силе F и потока энергии ($\dot{E}$), определяется выражениями

$$d\dot{J} = -dF = \frac{(p + \rho u^2)\, ds}{\theta^2}, \tag{4}$$

$$d\dot{E} = -d\dot{E}_g = \frac{ds a}{\theta v c^2}. \tag{5}$$

Здесь $\theta = \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}}$, где ds — элементарная площадка, $a \approx c$ — скорость грваитонов. Исключая из (4) и (5) ds, придем к выражению

$$\frac{d\dot{E}\,(p + \rho a^2)\, V}{\theta a c^2} = -dF. \tag{6}$$

Средний поток плотности энергии определяется выражением

$$\frac{W}{\theta} = \frac{pV + \rho Vc^2}{\theta} = W_0. \tag{7}$$

Поскольку для ультрарелятивистского газа $pV^{4/3} = A$, $p = \frac{1}{3}\rho c^2$, то, исключая из (6) с помощью (7) ρ, V и ω, напишем выражение для dF в виде

$$-dF = \frac{4}{3}\rho_0 v_0 \frac{d\dot{E}}{c}\left[1 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{p}{p_0}}\right],$$

отсюда

$$-F = \frac{4}{3}\frac{\dot{E}}{c}\left[1 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{p}{p_0}}\right].$$

Это выражение может быть использовано при любых значениях a, включая предельный случай $a = c\,(\theta \to 0)$.

Для гравитационного Бозе-газа можно принять, что $\rho_0 v_0 = 1$, и окончательно написать

$$-F = \frac{4}{3}\frac{\dot{E}}{c}\left[1 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{p}{p_0}}\right].$$

В пределе

$$-F_\infty = \frac{4}{3}\frac{\dot{E}}{c}.$$

Сила, приходящаяся на элементарную площадку $ds = r^2 \cos\varphi\, d\varphi\, d\lambda$ (где λ — «долгота», φ — «широта»), запишется в виде

$$-dF = \frac{4}{3}\frac{d\dot{E}}{4\pi c}\frac{ds}{r_1^2}\left(1 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{p}{p_0}}\right) =$$

$$= \frac{d\dot{E}}{3\pi c}\left(1 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{p}{p_0}}\right)\cos\varphi\, d\varphi\, d\lambda. \tag{8}$$

Проекция силы на ось x (соединяющую центр двух тел) будет

$$dF_x = dF\cos\varphi\cos\lambda. \tag{9}$$

Из (8) и (9) имеем

$$-dF_x = \frac{d\dot{E}}{3\pi c}\left(1 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{p}{p_0}}\right)\cos^2\varphi\cos\lambda\, d\varphi\, d\lambda.$$

Полная проекция силы, возникающая при взаимодействии двух потоков гравитонов, будет

$$-F_r = \frac{4\dot{E}}{3\pi c}\int_0^{\varphi=\frac{\pi}{2}}\int_0^{\lambda=\pi}\left(1 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{p}{p_0}}\right)\cos^2\varphi\cos\lambda\, d\varphi\, d\lambda.$$

Поскольку из (2) следует, что

$$\sqrt{\frac{p}{p_0}} = \frac{aMv_0}{4\pi c\, r_1^2},$$

то

$$-F_r = \frac{4\dot{E}}{3\pi c}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\pi}\left(1 - \frac{aMv_0}{16\,\pi c r_1^2}\right)\cos^2\varphi\cos\lambda\,d\varphi\,d\lambda. \tag{10}$$

Рассмотрим взаимодействие двух одинаковых тел. При этом можно заметить, что их взаимодействие можно заменить изучением взаимодействия каждого из тел со стенкой, направленной перпендикулярно линии, соединяющей центры этих тел на расстоянии $\frac{r}{2}$, где r — расстояние между центрами этих тел. Если друг от друга взаимно отражается только часть излучений, то стенку нужно считать пористой, при этом взаимодействие тел уменьшится.

Пусть сила взаимодействия при полном отражении (идеальная стенка) есть F_r, тогда в случае пористой стенки сила взаимодействия будет

$$F_r = \theta^* F_r,$$

где θ^* — коэффициент «пористости» $(0 \leqslant \theta^* \leqslant 1)$.

Расстояние любой точки стенки от центра, например, тела, находящегося слева от нее, есть

$$r_1 = \frac{r}{2\cos\varphi\cos\lambda}. \tag{11}$$

С помощью (11), исключая r, напишем (10) в виде

$$-F_r = \frac{4\dot{E}}{3\pi c}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\pi}\left(1 - \frac{aMv_0\cos^2\varphi\cos^2\lambda}{16\pi c r^2}\right)\cos^2\varphi\cos\lambda\,d\varphi\,d\lambda.$$

Заметим, что

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\pi}\cos^2\varphi\cos\lambda\,d\varphi\,d\lambda = 0.$$

При вычислении интеграла

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\pi}\cos^2\varphi\cos^2\lambda\cos^2\varphi\cos\lambda\,d\varphi\,d\lambda,$$

надо иметь в виду, что взаимодействие происходит лишь при $0 \leqslant \lambda \leqslant \frac{\pi}{2}$ в области $\frac{\pi}{2} \leqslant \lambda \leqslant \pi$, этот интеграл имеет нулевое значение, поэтому

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\pi}\cos^4\varphi\cos^3\lambda\,d\varphi\,d\lambda = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\pi}\cos^4\varphi\cos^3\lambda\,d\varphi\,d\lambda =$$

$$= \frac{2}{3}\,\frac{3}{8}\,\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{8}.$$

Таким образом,

$$F_r = \frac{\alpha M v_0 \dot{E}}{24\pi c^2 r^2}. \tag{12}$$

Поскольку $\frac{\dot{E}}{c^2} = \alpha M$, то (12) можно написать в виде

$$F_r = \frac{\alpha^2 M^2 v_0}{24\pi r^2} = \frac{\dot{E}^2 v_0}{24\pi c^4 r^2}.$$

Учитывая «пористость» стенки и обозначения

$$\frac{\alpha^2 v_0 \theta^*}{24\pi} = \frac{\alpha^2 \theta^*}{24\pi \rho_0} = G, \tag{13}$$

окончательно напишем, что

$$F_r = \frac{GM^2}{r^2}. \tag{14}$$

Сила, возникающая при взаимодействии двух тел, есть сила притяжения. Эта сила равна реактивной силе отдачи излучения, возникающего вследствие его неизотопного «расширения», происходящего из-за взаимодействия друг с другом излучений, идущих от тел. Эта сила возникает вследствие того, что расширение излучения в направлениях от центра (от тел) происходит беспрепятственно во внешнюю среду (в пустоту) до давления, равного нулю, а расширение излучения в сторону между телами происходит до некоторого давления, большего, чем противодавление среды, которое отлично от нуля. На плоскости симметрии, по «середине», между телами

$$\frac{p_c}{p_0} = \left(\frac{\alpha M v_0 \cos^2\varphi \cos^2\lambda}{\pi c r^2}\right)^2.$$

На линии, соединяющей центры обоих тел,

$$\frac{p_c}{p_0} = \left(\frac{\alpha M v_0}{\pi c r^2}\right)^2.$$

Вследствие этого импульс отдачи излучения больше в направлении от центра, чем к центру, что и приводит к силе, направленной на сближение тел, к силе тяготения. Исключая из (3)

$$\alpha = \frac{4\pi c \rho_0 r}{M}$$

и подставляя в (13), найдем

$$\rho_0 = \frac{3GM^2}{2\pi c^2 \theta^* r_0^4}.$$

Далее определяем

$$\alpha = \frac{6GM}{\theta^* c r_0^2}. \tag{15}$$

Поскольку длина свободного пробега гравитонов весьма мала $\sim 10^{-13}$ *см*, т. е. все основания принять $\theta^* = 1$.

Как мы видели, квадрупольный момент, создающий гравитонное излучение (гравитоны), обусловлен выращиванием около ядра нуклона массы порядка электронной. Если в (15) подставить

$$M = M_e = m_e = 9 \cdot 10^{-28} \text{ г и } r = R_e = 2{,}8 \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

то найдем $\alpha = 0{,}2 \cdot 10^{-18}$ *сек*$^{-1}$, при этом $\rho_0 = 0{,}6 \cdot 10^{-32}$ *г/см*^{3}.

Значение α находится в удовлетворительном согласии с ранее вычисленными. Однако если вычислить значение α для нуклона, полагая, что $r_0 = R$, мы получим значение $\alpha = 10^{-15}$ *сек*$^{-1}$ (при этом $\rho_0 = 2 \cdot 10^{-25}$ *г/см*^{3}), которое слишком велико. Следует, очевидно, под $r_0 = R_0^*$ понимать некоторое эффективное значение радиуса нуклона, от которого гравитоны (гравитационное излучение) начинают свое самостоятельное существование, «отрываясь» от атмосферы нуклона.

Полагая $\alpha = 10^{-18}$ *сек*$^{-1}$, найдем, что $R_0^* = 4{,}7 \cdot 10^{-12}$ *см*, при этом $\rho_0 = 2 \cdot 10^{-31}$ *г/см*^{3}.

По порядку величины также можно написать, что

$$\frac{\rho_0}{\delta} = \frac{\alpha}{\omega}. \tag{16}$$

При этом $\delta = 2 \cdot 10^{11}$ *г/см*^{3} и средний радиус $R_0 = 1{,}25 \cdot 10^{-12}$ *см*, что близко к только что вычисленному значению радиуса, плотности же совпадают.

Исключая из (14) и (16) величины ρ_0 и полагая, что $M = \frac{4}{3}\pi\delta r_0^3$ придем к выражению, определяющему $\omega = \frac{3c}{r_0}$.

Полагая $\omega = 10^{24}$, найдем $r = \frac{3c}{\omega}\, 0{,}9 \cdot 10^{-13}$ *см*, что определяет почти точно радиус нуклона.

Очевидно, можно получить более хорошее согласие с результатами, полученными ранее, если рассматривать «орбиту» мезонного облака как действительно эллиптическую и считать ее наименьшее расстояние от ядра нуклона порядка 10^{-14} *см*, а наибольшее — порядка $5 \cdot 10^{-12}$ *см*. Однако, как указывалось, уточнение имеет смысл проводить уже не в классическом, а в квантовом приближении.

Безразмерная величина $\frac{\omega}{\alpha} = 10^{42}$ близка к безразмерной величине γ, характеризующей отношение электростатических и гравитационных сил $\gamma = \frac{e^2}{GM^2}$. Для нуклона $\gamma = 1{,}2 \cdot 10^{36}$, для электрона $\gamma = 4{,}2 \cdot 10^{42}$. Видимо, не случайным является хорошее совпадение чисел при заданных $r_0 = R$ имеют место именно для электрона, поскольку и в случае нуклона эта величина относится к движению массы порядка электронной. Энергия отдельного гравитона порядка $\frac{\alpha}{\omega} Mc^2 = 9 \cdot 10^{-28}\ M$ *эрг* $= 1{,}5 \cdot 10^{-45}$ *эрг*, «масса» покоя $m_{g_0} = 1{,}67 \cdot 10^{-66}$ *г*, что близко к значению mg_0, впервые найденному К. Н. Савченко [5] на основе других предположений.

Возможно, что электрон представляет собой более сложное образование, чем нуклон, и его меньшая масса объясняется, например, тем, что частота для него в $1840^{\frac{1}{6}} = 3{,}5$ раза меньше, чем для нуклона ($\omega = 3 \cdot 10^{23}$ *сек*$^{-1}$).

К вопросу о тяготении системы частиц

Попробуем применить полученные результаты для объяснения сил тяготения систем различных частиц.

Для случая сравнительно слабых полей, исходя из суперпозиции гравитационных волн, можно сделать вывод, что совокупность нуклонов будет притягивать один нуклон с силой $F_{N_1;\ 1} = \frac{GN_1M^2}{r^2}$, а N_2 нуклонов с силой $F_{N_1;\ N_2} = \frac{GN_1N_2M^2}{r^2}$. Эту закономерность можно переписать в виде $F = \frac{GM_1M_2}{r^2}$, где $M_1 = N_1M$; $M_2 = N_2M$.

Для частиц меньших и больших по массе, чем нуклон, надо положить, что $N_i = \frac{M_i}{M}$, где M_i — масса подобной частицы.

При рассмотрении вопроса об излучении гравитонов и вычисления их импульса отдачи, в случае тел, состоящих из большого числа нуклонов и других «элементарных» частиц, надо иметь в виду, что непосредственное применение закона сохранения импульса может привести к кажущемуся противоречию и несогласию секундного импульса, отдачи $\dot{I}$ и возникающей при этом силе, которая может быть значительно больше.

Поясним это на конкретном примере. Масса земли $M_З \approx 6 \cdot 10^{27}$ *г*, ускорение при орбитальном движении $g = 0{,}6 \frac{см}{сек^2}$, сила притяжения $F \approx 4 \cdot 10^{27} \frac{гсм}{сек^2}$. Излучение гравитационных волн непосредственно дает силу реакции

$$F_r = -\dot{I} = \overline{\beta}_1 \alpha Mc = \overline{\beta} \cdot 10^{20} \frac{гсм}{сек}, \qquad (\text{где } \overline{\beta}_1 < 1),$$

что составляет $\overline{\beta}_1\ 5 \cdot 10^{-8}$ часть силы притяжения. Это обстоятельство показывает, что рассуждения, приведенные в предыдущем разделе, были в чем-то неверны. Однако легко сообразить, что необходимо учесть взаимодействие гравитационных волн, испускаемых одним телом, с волнами, испускаемыми другим телом и с самими телами, и требовать только выполнения условий, что полный импульс системы всегда равен нулю, поскольку в ней действуют только внутренние силы.

В качестве примера рассмотрим задачу о расширении фотонного газа внутри сферического поршня массы M_0. Пусть начальный радиус сферы, заполненной фотонным газом, есть l_0, тогда в каждый момент времени будет иметь место соотношение

$$M_0 \frac{d}{dt} \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{M_0 \frac{dr}{dt}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = sp = 4\pi l^2 (k-1) \rho c^2, \qquad (17)$$

где $s = 4\pi l^2$, l — текущий радиус, $k = \frac{4}{3}$; $\rho = \rho_0\left(\frac{l_0}{l}\right)^4$ — плотность фотонного газа, ρ_0 — начальная плотность. Поскольку $\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dv^2}{dl}$, то (17) принимает вид

$$\frac{M_0}{2}\frac{d\frac{v^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = \frac{4\pi}{3}\rho_0\frac{l_0^4}{l^2}\,dl.$$

Интегрируя при условии $l = l_0$, $v = 0$, придем к выражению

$$M_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right] = \frac{4}{3}\pi\rho_0 l_0^3 c^2\left(1-\frac{l_0}{l}\right) = E_0\left(1-\frac{l_0}{l}\right),$$

где $E_0 = \frac{4}{3}\pi\rho_0 l^3 c^2$ — начальная энергия фотонного газа. Количество движения, которое приобретает поршень, будет

$$I = \frac{M_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \sqrt{2M_0E_0\left(1-\frac{l_0}{l}\right)\left[1+\frac{E_0}{2M_0c^2}\left(1-\frac{l_0}{l}\right)\right]}.$$

Поскольку начальное количество движения $I = \frac{E_0}{c}$, то

$$\frac{I}{I_0} = \sqrt{\frac{2M_0c^2}{E_0}\left(1-\frac{l_0}{l}\right)\left[1+\frac{E_0}{2M_0c^2}\left(1-\frac{l_0}{l}\right)\right]}.$$

В пределе при $l \to \infty$

$$\frac{I}{I_0} = \sqrt{\frac{2Mc^2}{E_0}} = \sqrt{2\frac{E_{0n}}{E_0}},$$

где E_{0n} — энергия покоя поршня.

Очевидно, что отношение $\frac{I}{I_0}$ может быть очень велико в случае относительно тяжелого поршня.

В случае взаимодействия полей, поскольку масса покоя гравитонов $m_{g_0}=0$, импульс I_0 будет возрастать пропорционально количеству энергии E_0 взаимодействующих полей $I_0 = \frac{E_0}{c}$.

В рассматриваемом случае взаимодействия двух макроскопических тел, импульс отдачи, например, тела с массой $M_2 < M_1$, равный силе тяготения, будет обусловлен, во-первых, взаимодействием гравитационных волн, идущих от тела с массой M_2 и тела с массой M_1, во-вторых, взаимодействием элементарного импульса отдачи с самим телом за одну пульсацию. При этом мы предполагаем, что тело хотя бы частично отражает импульс гравитационных волн, т. е. сами волны.

Поскольку непосредственный импульс отдачи можно написать в виде $-I_{1,2} = \overline{\beta}_1\alpha M_2 c$, где $(\overline{\beta}_1 < 1)$ характеризует именно ту часть секундного импульса, которая сообщает телу реактивную силу, то, учитывая взаимодействие с гравитационными волнами, идущими от тела M_1, будем иметь силу отдачи

$$-\dot{I}_{2,2} = -\overline{\beta}_2 \dot{I}_{1,2} \frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = -\overline{\beta}_2 \dot{I}_{1,2} \frac{M_1}{M_2} = \overline{\beta}_1 \overline{\beta}_2 M_{1\alpha c}. \tag{18}$$

Очевидно, $\overline{\beta}_2 = \overline{\beta}_0 \frac{M_2}{4\pi r^2}$, где коэффициент $\overline{\beta}_0$ показывает, какая в среднем часть потока «массы» αM_2 взаимодействует на площадке в 1 $см^2$ с потоком массы αM_1. Таким образом (18), можно написать в виде

$$-\dot{I}_{2,2} = \overline{\beta}_1 \overline{\beta}_0 \frac{\alpha c M_1 M_2}{4\pi r^2}.$$

Взаимодействие поля с телом массы M_2 (и аналогично с другими телами) можно представить себе следующим образом. При взаимодействии полей (которые являются нелинейными и, следовательно, точно не суперпозируют) гравитоны меньших энергий или волны меньших энергий, отражаясь от волн больших энергий, бегут обратно к телу и частично от него отражаются. Этот процесс может, затухая, происходить многократно, что повышает величину потока импульса.

Этот полный поток импульса определяется соотношением

$$-\dot{I}_{3,2} = -\overline{\beta}_3 \dot{I}_{2,2} \sqrt{\frac{2E_n}{E_{02}}} = -\overline{\beta}_3 \dot{I}_{2,2} \sqrt{\frac{2\omega}{\alpha}} = \frac{\overline{\beta}_1 \overline{\beta}_3 \overline{\beta}_0}{4\pi} \sqrt{2\alpha\omega} \cdot c \frac{M_1 M_2}{r^2}.$$

Здесь $\overline{\beta}_3 < 1$, показывает, какая часть энергии волн отражается от тела Приравнивая

$$-\dot{I}_{3,2} = F = \frac{GM_1 M_2}{r^2},$$

найдем

$$\frac{\overline{\beta}_1 \overline{\beta}_3 \overline{\beta}_0}{4\pi} c \sqrt{2\alpha\omega} = G.$$

Поскольку $\alpha = 10^{-18}$, $\omega = 10^{24}$, то

$$\overline{\beta}_1 \overline{\beta}_3 \overline{\beta}_0 = \frac{4\pi G}{c\sqrt{2\alpha\omega}} = 2 \cdot 10^{-20} \frac{см^2}{г}.$$

Можно полагать $\overline{\beta}_1 = 10^{-2} \div 10^{-3}$, $\overline{\beta}_0 = \frac{1}{2}$, тогда, например, для случая Земля—Солнце $\overline{\beta}_2 = \frac{1}{2}$ и $\overline{\beta}_3 = 10^{-17} \div 10^{-18}$, т. е. эта величина очень мала, и, следовательно, мал коэффициент отражения гравитационных волн от макроскопических тел. Действительно, учитывая взаимодействие потоков гравитонов между собой и с макроскопическими телами, можно понять, почему получается необходимая сила притяжения. (В случае относительно малых расстояний между телами величина β_2 может быть значительно больше, чем только что вычисленная).

Совершенно аналогичные рассуждения и соотношения будут иметь место и для тела массы M_1.

В реальном случае все тела находятся в пространстве, заполненном средой, электромагнитным и гравитационным излучением. Взаимодействие тел с этим излучением (и вообще со средой, заполняющей пространство) можно оценить следующим образом:

$$-\dot{I}_{4,2} = F = -\overline{\beta}_4 \dot{I}_{3,2},$$

где $\overline{\beta_4} > 1$ в случае только взаимодействия гравитационных полей (другими взаимодействиями, очевидно, можно пренебречь); $\beta_4 \sim \varepsilon_{04}$ — плотности энергии общего поля.

Элементарные частицы могут не только испускать, но и поглощать гравитационные волны. Поглощаемая энергия при падении ее на тело, малое по сравнению с l_g, определяется соотношением [6]

$$\frac{dE^*}{dt} = \dot{E}^* = \frac{1}{2}\left(\dot{\psi}_{22}\ddot{D}_{22} + \dot{\psi}_{23}\ddot{D}_{23}\right),$$

что в рассматриваемом случае дает нуль. В других более общих случаях величина $\overline{\dot{E}^*}$ не может превышать значения, которое определяется формулой

$$\overline{\dot{E}^*} = \frac{6Gm^2\omega}{r}\left(\frac{\overset{*}{r_0}\omega_0}{c}\right)^4.$$

Сравнивая в этом случае $\overline{\dot{E}^*}$ и $\overline{\dot{E}_g}$, найдем

$$\frac{\overline{\dot{E}^*}}{\overline{\dot{E}_g}} = -\frac{15}{16}\frac{\overset{*}{r_0}}{r}\left(\frac{c}{\overset{*}{r_0}\omega_0}\right).$$

При расстояниях между телами порядка $10^{-7} \div 10^{-8}$ *см* поглощение энергии не будет превышать $10^{-5} \div 10^{-6}$, т. е. оно весьма незначительно.

В общем случае можно считать, что гравитационное взаимодействие между телами обусловлено не только испусканием, но и поглощением гравитационных волн (гравитонов), что несколько увеличит силу взаимодействия и поэтому результирующая величина α несколько уменьшится. Это уменьшение, видимо, не может быть сколько-нибудь ощутимо. При полном балансе испускание и поглощение гравитационных волн (при виртуальном обмене) взаимодействия будут отсутствовать. Необходимо только, чтобы испускание превышало поглощение, тогда все предыдущие рассуждения с точностью до фактора $\overline{\beta_5} < 1$ будут являться справедливыми, т. е. $F = -\overline{\beta_5} I_{4,2}$. Вернемся теперь к выражению для интервала в случае квадрупольного излучения.

В первом приближении мы имели выражение (см. [1] § 2, (12) в цилиндрической системе координат

$$ds^2 = c^2dt^2\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) - \left\{dx^2 + dr^{*2}\left[1 - \frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2} - 1\right)\right] + \right.$$
$$\left. + r^{*2}d\varphi'^2\left[1 + \frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2} - 1\right)\right]\right\} - 2\frac{\overset{*}{r_0}\omega_0}{c}\frac{r^* d\varphi' cdt}{\sqrt{1 - \frac{r_0^{*2}\omega_0^2}{c^2}}} \times$$
$$\times\left[1 + \frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2} - 1\right)\right].$$

Величина

$$1 - \frac{r_0^{*2}\omega_0^2}{c^2} = \frac{2m}{M} \ll 1.$$

Сделаем преобразование

$$cdt = cdt_1 + \frac{\overset{*}{r_0}\omega_0}{c} r^* d\varphi_1', \quad d\varphi_1' = \frac{d\varphi'}{c\sqrt{1 - \frac{r_0^{*2}\omega_0^2}{c^2}}}.$$

тогда интервал примет вид

$$ds^2 = c^2dt_1^2\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) - dx^2 - dr^{*2}\left[1 - \frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2} - 1\right)\right] -$$

$$- \frac{4GM}{rc^2}\frac{c}{\overset{*}{r_0}\omega_0}cdt_1r^*d\varphi_1' - r^{*2}d\varphi_1'^2\left[1 + \frac{2GM}{rc^2}\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2}\right].$$

При $r^* \to \infty \quad ds^2 = c^2dt_1^2 - [dx^2 + dr^{*2} + r^{*2}d\varphi'^2]$,

т. е. метрика переходит в галилееву.

Перейдем теперь к прямоугольным координатам, тогда

$$ds^2 = c^2dt_1^2\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) - (dx^2 + dy^2 + dz^2) + \left(\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2} - 1\right)\frac{2GM}{rc^2}\times$$

$$\times\frac{(ydy + zdz)^2}{y^2 + z^2} - \frac{2GM}{rc^2}\cdot\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2}\frac{(ydz - zdy)^2}{y^2 + z^2} -$$

$$- \frac{4GM}{rc^2}\frac{c}{\overset{*}{r_0}\omega_0}cdt_1\frac{ydz - zdy}{\sqrt{y^2 + z^2}},$$

где $\varphi_1 = \operatorname{arctg}\frac{z}{y}, \quad r^* = \sqrt{y^2 + z^2}$.

Поскольку при вращении около оси x значения y и z равновероятны, то в среднем во времени

$$\overline{ds^2} = c^2dt_1^2\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) - dx^2 - dr^{*2}\left[1 - \frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2} - 1\right)\right] -$$

$$- r^{*2}d\varphi_1'^2\left[1 + \frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2}\times\frac{2GM}{rc^2}\right]$$

или

$$\overline{ds^2} = c^2dt_1^2 - dl^2 - c^2dt_1^2\frac{2GM}{rc^2} + dr^{*2}\frac{2GM}{rc^2}\left(\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2} - 1\right) -$$

$$- r^{*2}d\varphi_1'^2\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2}\times\frac{2GM}{rc^2},$$

где $dl^2 = dx^2 + dr^{*2}$.

При вращении около других осей будет иметь место «равноправие» других координат. В результате будем иметь

$$\overline{ds^2} = c^2dt_1^2\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) - dl^2\left(1 + \frac{2GM}{rc^2}\right).$$

Поскольку величина

$$\frac{c^2}{r_0^{*2}\omega_0^2} - 1 = \frac{2m}{M} = 10^{-2},$$

то в этом приближении, полагая, что $l = r$, мы имеем такое же выражение для интервала, как и в обычной теории тяготения Эйнштейна.

$$ds^2 = c^2dt^2\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) - \left[\frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} + r^2(\cos^2\theta d\varphi^2 + d\theta^2)\right]. \quad (19)$$

Таким образом, мы пришли к возможности через интервал для поля одной частицы выразить интервал для поля любого числа частиц.

Основной вывод данной работы состоит в том, что квадрупольные колебания элементарных частиц, и прежде всего нуклонов, дают гравитационные излучения в первом приближении, соответствующие Ньютонову притяжению, и автоматически определяют поправку к чисто временной части интервала. Поправки к пространственным компонентам интервала определяются тогда обычным эйнштейновским методом, но к ним прибавляются еще незначительные поправки, образующиеся за счет волновой природы гравитации.

Можно утверждать, что природа гравитации всегда волновая, и с большой степенью точности считать, что для макроскопических тел гравитационные поля стационарны, поскольку при колебаниях различных частиц с различными ориентациями вращения мезонных облаков около их кернов поля усредняются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Станюкович К. П. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 5, 1961.
2. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. Классическая теория поля, § 56. Гостехиздат, М., 1951.
3. Иваненко Д. Д., Соколов А. А. Квантовая теория поля, ч. 2, гл. 2. Гостехиздат, 1952.
4. Станюкович К. П. ЖЭТФ, **36**, вып. 6, 1959.
5. Савченко К. Н. К вопросу о теории тяготения. «Изв. Одесской астрономической обсерватории», **2**, вып. 1, 1949.
6. Паули В. Теория относительности, § 61. Гостехиздат, М., 1947.

Поступила в редакцию
20. 1 1961 г.
После переработки
10. 7. 1961 г.

Кафедра
статистической физики и механики