

С. И. ГРИБКОВА, Л. С. ШТЕМЕНКО

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО СКАЧКА ПРИ ТЕЧЕНИИ РАЗРЕЖЕННОГО ВОЗДУХА ОКОЛО ТВЕРДОЙ СТЕНКИ

В работе исследовалось влияние величины градиента скорости течения газа и перепада температуры на средней длине свободного пути молекул на величину температурного скачка. Эксперименты проведены в условиях разреженности среды вплоть до числа Кнудсена  $\lambda/2r = 1,22$ . Полученные закономерности позволили высказать суждение о возможном виде неравновесной функции распределения.

### Введение

В области вязко-молекулярных течений разреженного газа — течений со скольжением и температурными скачками — средняя длина свободного пути молекул еще не столь велика, чтобы не учитывать влияния соударений с отраженными от поверхности молекулами на распределение тех молекул, которые в свою очередь должны претерпевать столкновение с поверхностью тела. Поэтому для расчетов общих количеств движения и энергии в этих условиях нельзя принимать тот или иной вид функции распределения молекул по скоростям их теплового движения без достаточных на то теоретических оснований или хотя бы косвенных экспериментальных оправданий. В этом отношении измерения коэффициентов температурного скачка и скольжения при течении разреженного газа представляют определенный интерес. Они позволяют сделать заключение о возможном виде функции распределения, пригодной для описания неравновесных процессов, протекающих в пристеночном слое в условиях вязко-молекулярного течения разреженного газа. Приводимые ниже результаты экспериментального исследования неизотермического течения разреженного воздуха показывают, что вблизи поверхности движущегося тела осуществляется распределение, которое даже в тех случаях, когда имеют место сравнительно большие градиенты скорости и температуры на расстояниях равных средней длине свободного пути молекул, можно удовлетворительно описать с помощью функции распределения в приближении Больцмана.

### Метод

В экспериментах использованы стационарные методы. Для определения коэффициента скольжения ( $\zeta$ ) проводились измерения гидродинамических потерь при установившемся прямолинейном движении разреженного газа по цилиндрическим каналам. Определение коэффициен-

та температурного скачка ( $\gamma$ ) основано на измерениях стационарных тепловых потерь с нагретой тонкой нитью при продольном ее обтекании установившимся потоком разреженного воздуха.

Течение газа происходило по цилиндрическому кольцевому каналу, образованному тонкой нитью и соосной с ней трубой, так как диаметр трубы ( $2r_q$ ) на несколько порядков превосходил диаметр ( $2r_1$ ) нити, то около поверхности нити можно было достичь высокие значения градиента скорости ( $10^6 \text{ сек}^{-1}$ ) при довольно умеренных средних скоростях течения газа по каналу ( $\sim 100 \text{ м/сек}$ ).

При нужных плотностях газа в канале граничными условиями для температуры и скорости течения должны быть приняты условия температурного скачка и скольжения газа на поверхности

$$\Delta T' = -\gamma \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{ст}}; \quad V_{\text{ск}} = -\zeta \left( \frac{\partial V}{\partial r} \right)_{\text{ст}}.$$

Здесь  $\Delta T'$  — разность между температурой поверхности стенки и температурой газа около поверхности,  $V_{\text{ск}}$  — относительная скорость скольжения газа по поверхности.

При течении разреженного газа в кольцевой трубе, в которой  $r_2 \gg r_1$ , поле скоростей имеет вид:

$$V(r) = A \left\{ B \left[ \ln \frac{r}{r_1} + \frac{\zeta}{r_1} \right] - (r^2 - r_1^2) - 2\zeta r_1 \right\}, \quad (1)$$

где

$$A = -\frac{1}{4\mu} \frac{\partial P}{\partial z}; \quad B = \frac{r_2^2 - r_1^2 + 2\zeta r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\zeta}{r_1}}.$$

Здесь  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости,  $\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{P_1 - P_2}{l}$  — градиент давления вдоль потока на участке канала длины  $l$ , остальные обозначения имеют прежний смысл.

Совместное рассмотрение дифференциального уравнения энергии и уравнения движения при принятых выше граничных условиях позволяют найти решение для поля температур лишь в предположении об отсутствии продольного градиента температуры. При наличии же продольного градиента температуры на стенке (даже постоянного по потоку) решение дифференциального уравнения энергии в движущемся газе представляет большие трудности и, по-видимому, не может быть получено в замкнутом виде.

Для нахождения связи интересующей нас величины температурного скачка  $\gamma$  с измеряемыми в опыте величинами для случаев, когда имеется известный градиент температуры вдоль нагретой стенки, мы исходили из непосредственного рассмотрения теплового баланса с учетом условий на границах.

В условиях установившегося процесса теплообмена между стенками канала и газом при стабилизированном течении разреженного газа по каналу этот баланс приводит к равенству

$$jI^2 R + j2\pi r_1 l \left( rV \frac{\partial V}{\partial r} \right)_{r_1} = \rho c_p \bar{V} \frac{\partial T}{\partial z} \pi (r_2^2 - r_1^2) l + Q_r. \quad (2)$$

Здесь приняты следующие обозначения:  $j$  — тепловой эквивалент работы;  $I$  — сила тока в нити;  $R$  — омическое сопротивление нити на измеряемом участке канала длиной  $l$ ;  $\rho$  — плотность газа;  $c_p$  — его удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Левая часть этого равенства содержит количества теплот, поступающих в газ на измеряемом участке канала за секунду времени, а именно количество тепла, теряемое нитью при ее нагревании электрическим током, и энергию движения, преобразуемую вязкими силами в пристеночном слое в тепло.

Правая часть равенства (2) содержит количество тепла, уходящее из газа на том же участке канала. Первое слагаемое правой части имеет смысл конвективного переноса тепла движущимися массами газа. Второе слагаемое представляет собой поток тепла через газ, обусловленный теплопроводностью газа в радиальном направлении. В силу того, что в условиях опыта градиенты температуры в радиальном направлении превосходили значения таковых в осевом направлении не менее чем на три порядка, то переносом энергии теплопроводностью в направлении течения газа можно было пренебречь без заметной погрешности.

Поскольку под радиальным потоком тепла, обусловленным теплопроводностью, подразумевается перенос энергии теплового движения молекул через их соударения, постольку он представляется никак не связанным с макроскопическим движением газа. А потому через любую соосную цилиндрическую поверхность этот поток можно определить как

$$Q_r = -K \frac{\partial T}{\partial r} 2\pi r l,$$

где через  $K$  обозначен коэффициент теплопроводности газа.

При наличии температурного скачка у поверхности нити радиальный тепловой поток выражается через температуры стенок канала  $T_1$  и  $T_2$  и коэффициент температурного скачка  $\gamma$  так:

$$Q_r = \frac{2\pi l K (T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{\gamma}{r_1}}. \quad (3)$$

Равенства (1) — (3) и были использованы нами для нахождения значений коэффициента температурного скачка  $\gamma$  по остальным величинам, измеряемым в опыте.

### Результаты опытов

Основные результаты, полученные в экспериментах по изучению температурного скачка при течении разреженного воздуха около твердой стенки, сведены в приводимые ниже таблицы 1 и 2.

Если формулу (3) записать так:

$$\frac{\Delta T}{Q_r} = \frac{1}{2\pi r_1 l K} \left( \gamma + r_1 \ln \frac{r_2}{r_1} \right), \quad (4)$$

то нетрудно усмотреть, что величина отношения разности температур ( $\Delta T = T_1 - T_2$ ) между стенками канала к радиальному тепловому потоку ( $Q_r$ ) пропорциональна коэффициенту температурного скачка  $\gamma$ . Следовательно, характер зависимости коэффициента температурного скачка  $\gamma$  будет полностью отражаться в изменениях величины этого отношения.

На рис. 1 и 2 приведены графики зависимости этого отношения  $\Delta T/Q_r$  от среднего давления  $\bar{P}$  при течении разреженного воздуха через каналы 1 и 2 с различными скоростями и различной плотностью. Кружками и крестиками отмечены данные измерений, полученные на разных участках канала неодинаковой длины. Последним обстоятельством

Таблица 1

$P$  — давление газа в мм рт. ст.;  $\bar{V}$  — линейная скорость течения газа в м/сек;  $\Delta T$  — разность между температурами стенок канала в °С;  $Q_r$  — радиальный поток тепла через газ в кал/сек;  $l$  — длина рабочего участка канала. Индексами 1 и 2 отмечены величины, относящиеся к двум различным участкам канала  $l_1$  и  $l_2$

Канал 1  $r_1 = 0,005$  см;  $r_2 = 0,253$  см;

$P$	$\bar{V}$	$\frac{1}{P}$	$10^{-3} \left( \frac{\Delta T}{Q_r} \right)_1$	$10^{-3} \left( \frac{\Delta T}{Q_r} \right)_2$	$10^{-3} \left( \frac{\Delta T}{Q_r} \right)_2 \frac{l_1}{l_2}$
11,82	130	0,085	1,98	2,13	2,07
9,80	115	0,10	2,28	2,40	2,34
6,30	77	0,16	2,38	2,58	2,50
5,88	85	0,17	2,42	2,56	2,49
2,35	44	0,43	2,72	2,95	2,86
2,25	44	0,44	2,75	3,03	2,94
1,78	10	0,56	2,91	3,03	2,94
1,34	28	0,75	3,31	3,50	3,40
0,85	20	1,176	4,26	4,42	4,30

Канал 2  $r_1 = 0,005$  см;  $r_2 = 0,508$  см;

1-я серия опытов

$P$	$\bar{V}$	$\frac{1}{P}$	$10^{-3} \frac{\Delta T}{Q_r}$
6,98	73	0,143	4,4
5,15	78	0,194	4,7
4,93	67	0,293	4,1
4,60	72	0,217	4,9
3,72	88	0,270	4,3
3,72	78	0,270	5,5
3,25	91	0,308	4,8
3,09	87	0,324	4,8
3,04	83	0,329	4,9
2,38	90	0,420	4,8
1,02	135	0,980	9,0
0,785	61	1,274	8,5
0,765	125	1,307	9,7
0,700	107	1,429	9,9
0,490	95	2,040	12,5
0,440	99	2,273	14,0
0,415	87	2,410	13,0

2-я серия опытов

3,06	97	0,328	5,6
2,86	166	0,350	5,4
2,41	99	0,415	6,8
2,17	96	0,461	6,2
1,86	103	0,538	7,2
1,60	61	0,625	6,8
1,16	131	0,862	7,2
0,905	112	1,105	7,1
0,577	79	0,733	9,6

ством и объясняется то, что значения величины  $\Delta T/Q_r$ , относящиеся к более короткому участку, несколько выше значений, полученных на более длинном. Если же эти значения привести к одной и той же длине, то получим сближение значений обеих серий наблюдений (см. шестой столбец табл. 1).

Существенное отличие опытов, представленных на рис. 2 (канал 2), от опытов, представленных на рис. 1, состоит в том, что в

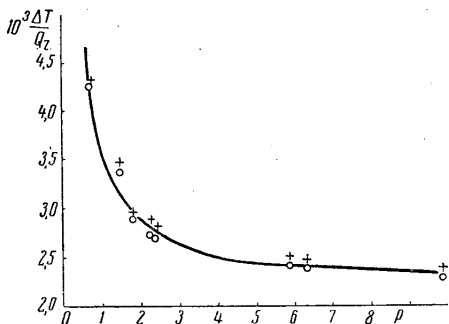


Рис. 1

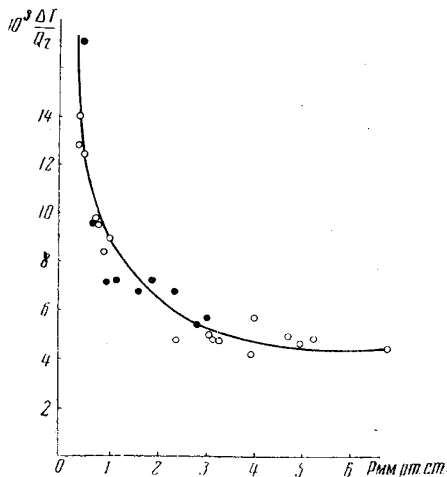


Рис. 2

этой серии опытов значения градиентов температуры были достигнуты на порядок выше, чем в опытах с каналом 1. В этих опытах вблизи стенки изменения температуры на средней длине свободного пробега были от 1 до  $10^\circ$ , а градиенты скоростей течения газа были порядка  $10^6 \text{ сек}^{-1}$ .

Классическая теория температурного скачка и скольжения газа у стенки построена на основании решения кинетического уравнения Больцмана в первом приближении. Молекулярно-кинетические расчеты тангенциального импульса, передаваемого от движущейся стенки разреженному газу, привели Максвелла [2] к следующему выражению для коэффициента скольжения:

$$\xi = \frac{2-f}{f} \mu \sqrt{\frac{\pi RT}{2M}} \frac{1}{P} = \frac{a}{P},$$

где  $f$  — коэффициент диффузного отражения молекул газа от стенки.

Аналогичное выражение для температурного скачка было получено Смолуховским [3], который в своих молекулярно-кинетических расчетах передачи энергии от нагретой поверхности к разреженному газу следовал по пути Максвелла. Для коэффициента температурного скачка  $\gamma$  он получил формулу:

$$\gamma = \frac{15}{8} \frac{2-\alpha}{\alpha} \mu \sqrt{\frac{\pi RT}{2M}} \frac{1}{P} = \frac{b}{P}.$$

Введенный здесь фактор  $\alpha$  — «коэффициент выравнивания», означающий долю отраженных молекул с кинетической энергией, отвечающей температуре поверхности, впоследствии был назван Кнудсенем «коэффициентом аккомодации». Величина  $\gamma P = b$  — постоянная температурного скачка, не зависит от степени разреженности газовой среды и определяется природой и состоянием газа и стенки.

Следует подчеркнуть, что эти формулы для скольжения и температурного скачка были получены в предположении, что изменения темпе-

ратуры и макроскопической скорости газа на средней длине свободного пути молекул малы. В условиях, соответствующих этому весьма существенному предположению, указанные формулы были экспериментально проверены в работах ряда авторов. В частности, измерения коэффициентов температурного скачка проводились до сих пор лишь в условиях покоящегося газа относительно стенки [3—7]. Между тем знание коэффициентов температурного скачка и скольжения в условиях значитель-

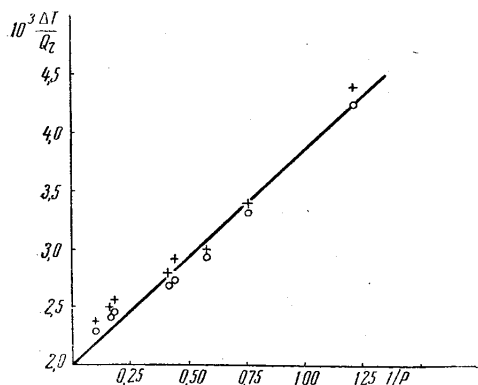


Рис. 3

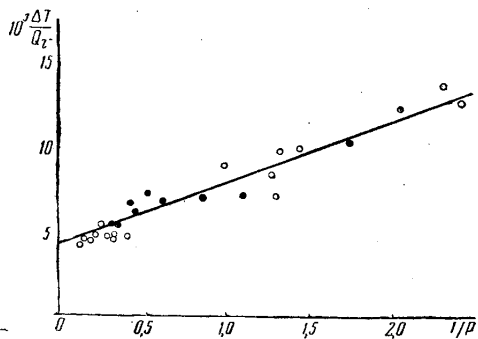


Рис. 4

ных изменений температуры и скорости на расстояниях, равных средней длине свободного пути молекул, имеет в настоящее время важное значение для практики. Публикуемую в настоящей статье часть результатов цикла наших работ следует рассматривать как попытку пополнить сведения в этом направлении.

Графики рис. 1 и 2 выявляют гиперболическую зависимость коэффициента температурного скачка в движущемся газе от давления газа. Качественно эта зависимость совпадает с той, которая ранее наблюдалась в условиях покоящегося газа и была предсказана классической теорией Максвелла — Смолуховского.

На рис. 3 и 4 представлены графики  $\frac{\Delta T}{Q_r}$  в функции  $\frac{1}{P}$  величины, обратной давлению. Первый из них получен из опытов, проведенных при течении воздуха через канал 1; второй — при течении через канал 2. Из этих графиков можно найти числовые значения для постоянной температурного скачка  $b$  и коэффициента теплопроводности следующим образом.

Напишем уравнение (4) в таком виде:

$$\frac{\Delta T}{Q_r} = \frac{r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \left( \frac{\Delta T}{Q_r} \right)_{\frac{1}{P}=0} + \left( \frac{\Delta T}{Q_r} \right)_{\frac{1}{P}=1} \quad (5)$$

Тангенс угла наклона этой прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси ординат, можно выразить так:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \left( \frac{\Delta T}{Q_r} \right)_{\frac{1}{P}=1} - \left( \frac{\Delta T}{Q_r} \right)_{\frac{1}{P}=0} = b \frac{r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \left( \frac{\Delta T}{Q_r} \right)_{\frac{1}{P}=0}, \\ \left( \frac{\Delta T}{Q_r} \right)_{\frac{1}{P}=0} &= \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi l} \frac{1}{K}. \end{aligned} \quad (6)$$

Первое из этих равенств позволяет определить числовое значение постоянной температурного скачка  $b$  как среднее из всей серии опытов:

$$b = \frac{\operatorname{tg} \varphi \ln \frac{r_2}{r_1}}{\left(\frac{\Delta T}{Q_r}\right) \frac{1}{P} = 0} \quad (7)$$

Из того же графика с помощью второго равенства (6) можно найти среднее значение коэффициента теплопроводности для всего ряда наблюдений

$$K = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi l \left(\frac{\Delta T}{Q_r}\right) \frac{1}{P} = 0} \quad (8)$$

Обработанные таким образом результаты измерений для коэффициента теплопроводности  $K$  и постоянной температурного скачка  $b$  в условиях движущегося разреженного воздуха около поверхности пластины дали следующие средние значения:

	Канал 1	Канал 2
$T_1$ °C . . . . .	65	70
$10^7 K \frac{\text{кал}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{°C}}$	630	620
$b$ CGS . . . . .	24	25

Таким образом, в пределах погрешностей экспериментов (5—10%) полученные значения для постоянной температурного скачка в условиях движущейся газовой среды оказались совпадающими с теми, которые были найдены ранее для условий неподвижной среды и малых градиентов температуры.

В табл. 2 приведены значения градиентов скорости течения и градиентов температуры вблизи стенки, которые имели место в настоящих экспериментах. В последнем столбце этой таблицы помещены значения параметра дискретности среды  $K_n = \frac{\lambda}{a}$ , характеризующего степень разреженности воздуха около обтекаемой им поверхности стенки.

Из табл. 2 видно, что наши измерения гидродинамических и тепловых величин в условиях установившегося течения разреженного воздуха с градиентами скоростей у стенки порядка  $10^6 \text{ сек}^{-1}$  и градиентами температуры порядка  $10^2 - 10^3 \text{ град/см}$  дают для постоянной температурного скачка значение, близкое к тому, которое было получено в условиях макроскопического покоя газовой среды.

$\bar{V}$ —средняя скорость течения газа в м/сек;  $\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_{r_1}$ —градиент скорости на стенке в сек<sup>-1</sup>;  $\bar{\lambda}$ —средняя длина свободного пути молекул газа в см;  $\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r_1}$ —градиент температуры на стенке в °С/см;  $d$ —диаметр внутренней стенки канала в см;  $K_n$ —параметр Кнудсена

## Канал 1.

$\bar{V}$	$10^{-6} \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_{r_1}$	$10^{-2} \bar{\lambda} \left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_{r_1}$	$10^{-3} \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r_1}$	$\bar{\lambda} \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r_1}$	$K_n = \frac{\bar{\lambda}}{d}$
130	1,79	7,58	1,140	0,5	0,043
115	1,53	7,80	1,080	0,6	0,05
77	0,92	7,27	1,070	0,85	0,08
85	1,01	8,58	0,930	0,8	0,085
44	0,90	19,2	1,150	2,4	0,21
44	0,40	8,88	1,110	2,5	0,22
10	0,08	2,33	1,260	3,5	0,28
28	0,21	7,83	1,170	4,4	0,36
20	0,11	6,41	1,230	7,2	0,59

## Канал 2

## 1-я серия опытов

73	0,82	5,8	670	0,48	0,07
78	0,65	6,2	636	0,62	0,095
67	0,78	7,9	666	0,68	0,10
72	0,58	6,3	239	0,26	0,11
88	0,82	10,9	727	0,98	0,14
79	0,61	8,2	624	0,84	0,135
91	0,89	13,6	616	0,95	0,155
87	0,72	11,6	694	0,99	0,16
83	0,72	11,7	693	1,14	0,165
90	0,61	12,6	724	1,52	0,21
135	0,95	47,7	567	2,78	0,50
61	0,33	20,7	692	4,41	0,64
125	0,74	51,4	537	3,51	0,70
107	0,74	53,9	556	3,94	0,73
95	0,49	50,7	552	5,63	1,03
99	0,43	48,7	500	5,68	1,14
87	0,34	41,6	611	7,36	1,22

## 2-я серия опытов

97	4,16	67,8	951	1,55	0,17
166	1,17	20,5	1230	2,15	0,18
99	0,58	12,0	778	1,61	0,21
103	0,51	13,8	754	2,03	0,27
61	0,65	20,3	831	2,60	0,31
131	1,24	53,4	887	3,82	0,43
112	1,10	60,7	891	4,92	0,55
79	0,68	59,0	945	8,19	0,86
96	0,68	14,5	859	1,98	0,23



## Заклучение

Несмотря на значительные изменения температуры и скорости на средней длине свободного пути молекул в наших экспериментах, результаты классической теории для температурного скачка оказались справедливыми и в этих условиях. Этот экспериментальный факт позволяет высказать следующие положения.

При движении разреженного газа около поверхности твердого тела в случаях, когда на средней длине свободного пути молекул температура изменяется на  $1-10^\circ$ , а скорость массового движения на той же длине меняется на  $50-60$  м/сек, вблизи поверхности тела, по-видимому, осуществляется закон распределения тепловых скоростей, соответствующий решению кинетического уравнения Больцмана в первом приближении.

Для практических расчетов теплообмена при движении тел в разреженных слоях атмосферы, очевидно, можно пользоваться значениями постоянной температурного скачка, получаемыми из измерений в условиях неподвижного газа.

Пользуемся случаем принести глубокую благодарность научному руководителю профессору А. С. Предводителю.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Грибкова С. И. Прямолинейное движение разреженного газа в кольцевой трубе со скольжением. «Уч. зап. МОПИ», XIII, вып. 4, 79, 1960.
2. Maxwell C. J. On stresses in rarefied gases arising from inequalities of temperature. Philos. Trans Roy. Soc. London, B, part 1 (Added May), 1879.
3. Smoluchowski M. Weitere Studien über den Temperatursprung in Gasen Sitzungsber. Wien. Akad., 103, Abt. 11a, 5, 1899.
4. Kundt A., Warburg E. Über Reibung und Wärmeleitung verdünnter Gase II Wärmeleitung. Ann. Phys. Chemie, 156, 177, 1875.
5. Лазарев П. П. О скачке температуры при теплопроводности на границе твердого тела и газа. Собр. соч., т. II. Изд-во АН СССР, 1950, стр. 363.
6. Ubbisch H. On the theory of temperatur jump in a rarefied gas and its experimental verificatin. Arkiv Fys., 10, No. 14, H. 2, 157, 1956.
7. Грибкова С. И. Изучение температурного скачка в разреженных газах. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрономии, № 4, 1960.

Поступила в редакцию  
27. 4 1961 г.

Кафедра  
молекулярной физики