Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1962

Б. К. КЕРИМОВ, Ю. А. ПОПОВ, Ю. М. ЛОСКУТОВ, Л. П. ГАЛКИНА

К ВОПРОСУ О ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ СВОЙСТВАХ ЭЛЕКТРОНОВ РАСПАДА $\mu^{\mp}$-МЕЗОНА

Вычислена вероятность распада продольно поляризованного $\mu^{\mp}$-мезона в покое с учетом продольного и поперечного поляризационных состояний образующихся электронов для двух вариантов гамильтониана (V, A) взаимодействия. Явно выделена неполяризованная часть электронов распада. Выявлены случаи, в которых варианты Ли-Янга и Фейнмана—Гелл-Манна могут оказаться неэквивалентными.

1. В работах [1—6] на основе теории дираковских частиц с ориентированным спином вычислены угловая асимметрия и степень продольной поляризации частиц в процессах распада неориентированных ядер, свободного нейтрона, π- и μ-мезонов. В настоящей работе, являющейся развитием [1—6], подробно исследованы поляризационные свойства электронов распада продольно поляризованного $\mu^{\mp}$-мезона в покое

$$\mu^{\mp} \to e^{\mp} + \nu + \bar{\nu}. \tag{1}$$

Вычислены степени продольной и поперечной поляризации и вероятность неполяризованного состояния электронов распада. Расчеты проводятся для двух вариантов слабого четырехфермионного (V, A) взаимодействия:

а) для варианта Фейнмана — Гелл-Манна гамильтониан слабого взаимодействия связан с лептонными токами соотношением

$$H_{\text{вз}} = \sum_j G_j (\psi_e^+ O_j \psi_{\bar{\nu}}) (\psi_\nu^+ O_j \psi_\mu); \tag{2}$$

б) для варианта Ли-Янга, в котором комбинации волновых функций различных пар частиц входят в $H_{\text{вз}}$ следующим образом:

$$H_{\text{вз}} = \sum_j G_j (\psi_e^+ O_j \psi_\mu) (\psi_\nu^+ O_j \psi_{\bar{\nu}}), \tag{3}$$

причем в (2) и (3)

$$j = V, A, \quad O_V = (i\vec{\alpha}, I), \quad O_A = (\vec{\sigma}, i\rho_1). \tag{4}$$

На основе полученных формул выявляются случаи, когда рассматриваемые варианты (2) и (3) оказываются неэквивалентными. Подтверждение неэквивалентности двух вариантов позволило бы судить о существовании нейтрального лептонного тока $(\bar{\nu} O_j \nu)$, который в отличие от (2) присутствует в варианте Ли-Янга (3).

Показано, что в случае гамильтониана взаимодействия по Ли-Янгу степень поперечной поляризации электронов, поляризованных в плоскости, нормальной к плоскости распада, чувствительна к возможному несохранению временной четности. В случае взаимодействия по Фейнману — Гелл-Манну указанная выше поляризация вообще отсутствует.

2. В соответствии с [7, 1] входящие в (2), (3) волновые функции свободных фермионов с учетом их продольной поляризации спина определяются из совместного решения уравнения Дирака и уравнения

$$\left(\vec{\sigma}\frac{\hat{\vec{p}}}{|\hat{\vec{p}}|} - s\right)\psi = 0, \tag{5}$$

и имеют вид

$$\psi_s = L^{-3/2} b(s, \varepsilon, \vec{k}) \exp(-i\varepsilon cKt + i\vec{k}\vec{r}). \tag{6}$$

Здесь $b(s, \varepsilon, k)$ — спинорная амплитуда, $s = \pm 1$ — собственное значение оператора $\frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{|\vec{p}|}$ проекции спина на направление импульса $\vec{p} = \varepsilon\hbar\vec{k}$, которое характеризует продольную поляризацию спина фермиона; при $s = 1$ имеем правополяризованный (спин направлен по импульсу), а при $s = -1$ левополяризованный (спин направлен против импульса) фермион; величина $\varepsilon = \pm 1$ характеризует знак полной энергии $E = \varepsilon c\hbar K = \varepsilon c\hbar\sqrt{k^2 + k_0^2}$ фермиона, $k_0 = \frac{m_0 c}{\hbar}$ — масса покоя.

Поляризационные состояния электронов распада будем описывать волновой функцией вида

$$\psi_e = \sum_{s_e} g_{s_e}\psi_{s_e}, \tag{7}$$

где g_{s_e} — постоянная величина, квадрат модуля которой дает вероятность нахождения электрона в состоянии ψ_{s_e} $(s_e = \pm 1)$.

Используя формулы (6), (7) работы [5] и (45) в [6] находим следующее выражение для вероятности рождения электрона в состоянии (7):

$$dW = \frac{d\vec{k}_e}{(2\pi)^4 c\hbar^2 24}\,\xi\left\{\sum_{s_e} g^+_{s_e} g_{s_e} W_{s_e} + (g^+_1 g_{-1} + g_1 g^+_{-1})\frac{1}{2}W_3 + \right.$$
$$\left. + i(g_1 g^+_{-1} - g_{-1} g^+_1)\frac{1}{2}W_2\right\}, \tag{8}$$

где W_{s_e}, W_3 и W_2 имеют следующие значения:

а) В случае варианта Фейнмана — Гелл-Манна (2):

$$W_{s_e} = \frac{1}{2}(1-\eta)(1 \mp s_e\beta_e)\{(q^2 - 3k_e^2 \pm 2s_e q k_e)(3 - s_e\cos\theta) +$$
$$+ 8k_e(k_e \mp s_e q)\}, \quad \text{(см. [5])},$$
$$W_3 = \pm(1-\eta)(q^2 - k_e^2)\frac{k_{0e}}{K_e}\sin\theta, \tag{9}$$
$$W_2 = 0.$$

б) В случае варианта Ли-Янга (3):

$$W_{s_e} = \{(1 \pm s_e\beta_e\eta)[(q^2-3k_e^2)(3-s_e\cos\theta)+8k_e^2]+$$
$$+2(1+s_e\cos\theta)qk_e(\beta_e \pm s_e\eta)+\eta_1\frac{k_{0e}}{K_e}(k_e^2-q^2)(3-s_e\cos\theta)\Big\}, \tag{10}$$
$$W_3 = \pm 2\sin\theta\left[\frac{k_{0e}}{K_e}(q^2-k_e^2)-\eta_1(2\beta_e k_e q+k_e^2+q^2)\right],$$
$$W_2 = 2\sin\theta(\eta_2\beta_e)(k_{0\mu}^2-k_{0e}^2),$$

причем в последних формулах

$$\xi = G_A^+G_A+G_V^+G_V, \quad \eta = \frac{1}{\xi}(G_A^+G_V+G_V^+G_A),$$
$$\eta_1 = \frac{1}{\xi}(G_V^+G_V-G_A^+G_A), \quad \eta_2 = \frac{i}{\xi}(G_V^+G_A-G_A^+G_V), \tag{11}$$
$$q = k_{0\mu}-K_e,\ \beta_e = \frac{k_e}{K_e} = \frac{v_e}{c},\ \cos\theta = (\vec{s}_\mu\vec{k}_e^0), \quad \frac{k_{0e}}{K_e} = \frac{m_0c^2}{E_e},$$

где $\vec{s}_\mu = s_\mu\vec{k}_\mu^0$ — вектор спина покоящегося μ-мезона, а азимутальный угол для всех частиц отсчитывается от плоскости распада $(\vec{k}_e, \vec{s}_\mu)$.

Здесь и в дальнейшем верхние знаки относятся к распаду μ-мезона, а нижние — к распаду μ^+-мезона.

При получении формул (9), (10) в соответствии с теорией β-распада [1—6] мы считали, что нейтрино является левополяризованным ($s_\nu = -1$), а антинейтрино правополяризованным ($s_{\bar\nu} = +1$).

Задавая константам g_{s_e}, входящим в (8), те или иные значения можно определить вероятность любого состояния поляризации электронов распада. Например, вероятность рождения правополяризованного ($s_e = 1$) или левополяризованного ($s_e = -1$) электронов определяется, если в (8) положить

$$g_1 = 1,\ g_{-1} = 0 \quad \text{или} \quad g_1 = 0,\ g_{-1} = 1$$

соответственно.

Для нахождения вероятности рождения поперечно поляризованных электронов g_1 и g_{-1} следует выбрать в соответствии с [6, 8, 10] в виде

$$g_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad g_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\varphi}. \tag{12}$$

Действительно, в этом случае отличными от нуля оказываются только усредненные компоненты спина, расположенные в плоскости, перпендикулярной к импульсу электрона $\vec{k}_e$, причем ориентация спина электрона относительно плоскости распада $(\vec{k}_e, \vec{s}_\mu)$ полностью определяется углом φ (вектор $\vec{k}_e$ направлен вдоль оси z'). Если правую часть выражения (8) при условии, что входящие в нее константы g_{s_e} выбраны согласно (12), обозначить через dW_φ, то

$$dW_\varphi - dW_{\varphi+\pi} = \frac{d\vec{k}_e}{(2\pi)^4 c\hbar^2 24}\xi\{W_3\cos\varphi + W_2\sin\varphi\}. \tag{13}$$

Поэтому степени поперечной поляризации P_3 и P_2 электронов распада, поляризованных в плоскости распада ($\varphi=0$) и перпендикулярно плоскости распада ($\varphi=\frac{\pi}{2}$) соответственно, будут определяться выражением

$$P_{3,2}=\frac{W_{3,2}}{W_1+W_{-1}}.$$

Величины

$$W_0=W_1+W_{-1} \text{ и } P_1=\frac{W_1-W_{-1}}{W_0} \tag{15}$$

будут определять полную вероятность распада (с точностью до множителя) и степень продольной поляризации электронов распада.

В соответствии с (9) и (10) имеем:

а) для варианта Фейнмана — Гелл-Манна (2) (см. [5]):

$$W_0P_1=(1-\eta)[b_1\cos\theta-a_1],\quad W_0=(1-\eta)[-b\cos\theta+a]; \tag{16}$$

б) для варианта Ли-Янга (3):

$$\begin{aligned} W_0P_1&=2\left[b_1\cos\theta+\eta a_1-\eta_1\frac{k_{0e}}{K_e}(k_e^2-q^2)\cos\theta\right],\\ W_0&=2\left[\eta b\cos\theta+a+3\eta_1\frac{k_{0e}}{K_e}(k_e^2-q^2)\right].\end{aligned} \tag{17}$$

В (16) и (17) введены обозначения

$$\begin{aligned} b&=\pm\beta_e(4k_{0\mu}K_e-k_{0\mu}^2-3k_{0e}^2),\quad a=3(k_{0\mu}^2+k_{0e}^2)-2\frac{k_{0\mu}}{K_e}(k_{0e}^2+2K_e^2),\\ b_1&=-k_{0e}^2-k_{0\mu}^2+4k_{0\mu}K_e-2\frac{k_{0\mu}}{K_e}k_{0e}^2,\\ a_1&=\pm\beta_e(3k_{0\mu}^2+k_{0e}^2-4k_{0\mu}K_e).\end{aligned} \tag{18}$$

В ультрарелятивистском приближении (пренебрегая массой покоя электронов) в полном согласии с [5, 9] получаем уже известный результат

$$W_0=k_{0\mu}^2(1-\eta)\{(3-2x)\mp(2x-1)\cos\theta\}$$

для гамильтониана (2) и

$$W_0=2k_{0\mu}^2[(3-2x)\pm\eta(2x-1)\cos\theta]$$

для гамильтониана (3), причем $x=\frac{k_e}{k_e^{\max}}=\frac{2k_e}{k_{0\mu}}$.

Итак, величинами W_0 и $P_{1,2,3}$ определяются полная вероятность распада и поляризационные свойства пучка электронов. Если пучок электронов поляризован полностью, то есть если в пучке нет электронов с беспорядочно меняющейся ориентацией спина, то с помощью [6, 8, 10] нетрудно показать, что степени поляризации $P_{1,2,3}$ должны подчиняться условию

$$\sqrt{P_1^2+P_2^2+P_3^2}=1. \tag{19}$$

Поэтому, если в пучке имеется доля неполяризованных электронов (то есть если некоторая часть электронов пучка имеет неопределенную ориентацию спина), то сумма квадратов $P_{1,2,3}$ будет меньше единицы, а доля P_0 неполяризованного состояния может быть определится равенством:

$$P_0=1-\sqrt{P_1^2+P_2^2+P_3^2}. \tag{20}$$

Полученные формулы (9—20) указывают на тесную связь между состоянием поляризации электронов распада и соотношением констант G_A и G_V. Если эти константы равны по модулю, но между ними имеется некоторый сдвиг фаз $(G_A = G_V e^{-i\delta})$, то, как видно из (11),

$$\eta = \cos\delta, \quad \eta_1 = 0, \quad \eta_2 = \sin\delta,$$

в силу чего находим:

а) по Фейнману—Гелл-Манну (2):

$$W_3 = \pm (1 - \cos\delta)(q^2 - k_e^2)\frac{k_{0e}}{K_e}\sin\theta,$$

$$W_2 = \theta,$$

$$W_0 P_1 = (1 - \cos\delta)[b_1 \cos\theta - a_1],$$

$$W_0 = (1 - \cos\delta)[-b\cos\theta + a].$$

б) по Ли-Янгу (3):

$$W_3 = \pm 2\sin\theta \frac{k_{0e}}{K_e}(q^2 - k_e^2), \tag{21}$$

$$W_2 = 2\sin\theta \sin\delta\, \beta_e (k_{0\mu}^2 - k_{0e}^2),$$

$$W_0 P_1 = 2[b_1 \cos\theta + a_1 \cos\delta],$$

$$W_0' = 2[b\cos\delta\cos\theta + a].$$

Отсюда видно, что при $\delta = \pi \ (G_A = -G_V)$, то есть для $V - A$-взаимодействия, варианты Фейнмана—Гелл-Манна и Ли-Янга эквивалентны. Если же сдвиг фаз $\delta \neq \pi$, то сравнение двух вариантов позволяет сделать следующие выводы.

1. В отличие от варианта взаимодействия Фейнмана — Гелл-Манна в варианте Ли-Янга часть электронов больших энергий $(K_e \gg k_{oe}$ должна быть поперечно поляризованной в плоскости, расположенной нормально к плоскости распада, причем отношение Q числа всех электронов, поперечно поляризованных в плоскости, нормальной к плоскости распада, к общему числу электронов в пучке равно:

$$Q = \frac{\int W_2 \, d\vec{k}_e}{\int W_0 \, d\vec{k}_e} = \frac{\pi}{3} \frac{\sin\delta}{2}.$$

Как видно из (10) и (11), наличие в пучке поперечно поляризованных электронов больших энергий будет характеризовать степень нарушения временной четности. При сохранении же временной четности исчезает величина W_2 в (10), характеризующая электроны, поперечно поляризованные нормально к плоскости распада.

2. При $K_e \gg k_{0e}$ в случае взаимодействия по Ли-Янгу должна наблюдаться неполяризованная часть электронов, причем доля P_0 неполяризованного состояния равна

$$P_0 = 1 - \frac{2k_{0\mu}^2}{W_0}\sqrt{[(3 - 2x)\cos\delta \pm (2x - 1)\cos\theta]^2 + \sin^2\theta\sin^2\delta}. \tag{22}$$

В варианте Фейнмана—Гелл-Манна $P_0 = 0$.

Если же константы G_A и G_V не равны по модулю ($G_A = G_V \rho e^{-i\delta}$, $\eta_{1,2} \neq 0$), то в случае варианта Ли-Янга при $\frac{k_{0e}}{K_e} \to 0$ должны наблюдаться поперечно поляризованные электроны и в плоскости распада, и в нормальной к ней плоскости ($P_3 \neq 0$, $P_2 \neq 0$), причем

$$\left| \frac{P_3}{P_2} \right| = \left| \frac{\eta_1}{\eta_2} \right|,$$

в то время как в случае варианта Фейнмана — Гелл-Манна поперечно поляризованные электроны должны отсутствовать.

Отметим, что если распадающийся $\mu^{\mp}$-мезон является неполяризованным, то в варианте (2)

$$P_0 = \frac{3q^2 - k_e^2 - 2qk_e}{3q^2 - k_e^2 - 2qk_e\beta_e}(1 - \beta_e),$$

а в варианте (3)

$$P_0 = \frac{(3q^2 - k_e^2)(1 - \beta_e|\eta|) + 2qk_e(\beta_e - |\eta|) + 3(k_e^2 - q^2)\frac{k_{0e}}{K_e}\eta_1}{3q^2 - k_e^2 + 2qk_e\beta_e + 3\eta_1\frac{k_{0e}}{K_e}(k_e^2 - q^2)}.$$

Отсюда видно, что при $\beta_e \to 1$ в варианте Фейнмана — Гелл-Манна доля неполяризованных электронов должна исчезать, а в варианте Ли-Янга стремиться к значению $(1-|\eta|)$. (Соответственно степень продольной поляризации в случае взаимодействия (2) стремится к единице, а в случае (3) к величине $\pm\eta$.)

Зная дифференциальную вероятность распада

$$dW_0 = \frac{d\vec{k}_e}{24(2\pi)^4 c\hbar^2}\xi W_0,$$

можно вычислить среднее время жизни τ μ-мазона в покое.

Для варианта (3) находим, что ($G_V = \sqrt{2}G$, $G = (1{,}42 \pm 0{,}02) \times \times 10^{-49}$ *эрг·см*^{3})

$$\tau = (2{,}15 \pm 0{,}02)\, 10^{-6}\ \textit{сек}, \quad \text{а для варианта (2)}$$

$$\tau = \left(\frac{4{,}3}{1 - \cos\delta} \pm 0{,}02\right) 10^{-6}\ \textit{сек}.$$

При $\delta = \pi$ в обоих случаях получаем для τ одно и то же значение. Если же фаза δ отличается от значения π на величину Δ, не превышающую 5—8° ($\delta = \pi - \Delta$, $\Delta = (5 \div 8°)$), то изменение τ вследствие этого сдвига фазы не превышает по порядку величины ошибки подсчета.

Степень поперечной поляризации P_2 гораздо более чувствительна к сдвигу фазы. При указанных выше значениях Δ величина Q составляет $4 \div 8\%$ для варианта (3). В случае варианта (2), как видно из (21), $Q \equiv 0$.

Таким образом, изучение поперечной поляризации электронов распада $\mu^{\mp}$-мезона можно предложить как один из способов правильного выбора гамильтониана взаимодействия и проверки инвариантности относительно временного отражения.

В заключение авторы сердечно благодарят профессора А. А. Соколова за обсуждение и советы при выполнении настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов А. А., Керимов Б. К. Ann Phys. (DDR), 7, 46, 1958.
2. Керимов Б. К. НДВШ, № 5, 151, 1958; «Изв. вузов», физика, № 4, 11, 1959.
3. Керимов Б. К. «Изв. АН СССР», сер. физическая, 23, 924, 1959.
4. Соколов А. А. Nucl. Phys., 9, 420, 1959.
5. Керимов Б. К. «Изв. АН СССР», сер. физическая, 25, 157, 1961.
6. Соколов А. А. Ann. Phys., 7, 17, 1961.
7. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. ГИФМЛ, М., 1958.
8. Соколов А. А., Колесникова М. М. ЖЭТФ, 38, 165, 1960; 38, 1778, 1960.
9. Окунь Б., Шехтер В. ЖЭТФ, 34, 1250, 1958.
10. Соколов А. А., Тернов И. М., Лоскутов Ю. М. ЖЭТФ, 36, 930, 1959, Ann. Phys., 7, 241, 1960.

Поступила в редакцию
9. 5 1961 г.

Кафедра
статистической физики и механики