Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1962

И. В. СКОКОВ

СРАВНЕНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДВУХЛУЧЕВОГО И МНОГОЛУЧЕВОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ К ИЗМЕРЕНИЮ МАЛЫХ ВАРИАЦИЙ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Проведено теоретическое сравнение чувствительности двухлучевого и многолучевого интерферометров в применении к измерению малых вариаций показателя преломления газов. Показано, что применение многолучевого интерферометра дает выигрыш в чувствительности. Определено условие получения максимальной чувствительности многолучевого интерферометра.

Постановка вопроса

В настоящее время для измерения показателя преломления газообразных веществ (или его изменения) применяются двухлучевые интерферометры [1, 2]. Чувствительность измерений зависит от длины хода луча в неоднородности и точности регистрации изменений в интерференционной картине.

Если в одно из плеч интерферометра поместить исследуемое вещество с показателем преломления n, то между пучками возникает разность хода, которая вызывает смещение полос в интерференционной картине на величину k, т. е. $(n-1)h = k\lambda$, где λ — длина волны. Малое изменение показателя преломления можно найти из равенства

$$\delta n = \frac{\lambda}{h}\,\delta k, \tag{1}$$

где δk — точность определения смещения полосы. При $\delta k = 0{,}1$; $\lambda = 5\cdot 10^{-4}$ *мм*; $h = 10$ *мм*; $\delta n = 5\cdot 10^{-6}$. Если требуется измерять весьма малые изменения показателя преломления, то, как следует из (1), надо при данной длине волны или увеличивать длину хода луча в исследуемом веществе, или уменьшать ошибку в определении смещения полосы. Увеличение длины хода луча можно осуществить за счет многократного прохождения света через исследуемый объект [3, 4]; повышение точности определения изменений в интерференционной картине — применяя более совершенную фотометрическую регистрацию [5].

Одной из удобных схем с многократным прохождением света через исследуемый объект является схема эталона Фабри-Перо. Идея использования эталона Фабри-Перо для измерения малых вариаций показателя преломления высказана в работе [3]. В работе [4] использовались полосы наложения для регистрации малых фазовых разностей прозрачных объектов.

В настоящей статье проводится сравнение чувствительности двухлучевого и многолучевого интерферометров. Предполагается, что изменения в интерференционной картине в обоих случаях регистрируются фотометрическим методом, геометрические размеры исследуемого вещества одинаковы.

При расчете не принимается во внимание влияние внешних условий; считаем, что погрешность фотометрических измерений одна и та же. Предполагается также, что интерферометры освещаются параллельными пучками монохроматического света.

Выбор точки настройки

Обозначим минимальное изменение интенсивности в интерференционной полосе, которое мы еще можем регистрировать через

$$q = \frac{\delta I}{I_m}.$$

Тогда чувствительность измерений будет характеризоваться тем минимальным значением изменения показателя преломления, которое будет вызывать изменение интенсивности в интерференционной полосе больше, чем q.

В качестве точки настройки картины выберем точку, где $I = I_m/2$. Для двухлучевой интерферометрии именно в этой точке кривой, дающей зависимость интенсивности от фазы, наибольшая крутизна наклона, характеризующая скорость изменения интенсивности I по фазе.

Покажем, что это действительно так. Распределение интенсивности в интерференционной картине определяется выражением

$$I = I_m \cos^2 \Phi, \tag{2}$$

где Φ — разность фаз интерферирующих лучей, I_m — значение интенсивности в максимуме полосы. Первая производная функции (2) имеет вид

$$I' = -I_m \sin 2\Phi. \tag{3}$$

Выражение (3) имеет максимум при $\Phi = \pm \frac{\pi}{4}$. При этом выражение (2) имеет значение, равное половине максимального.

Чувствительность двухлучевого интерферометра

Если вследствие каких-либо причин изменится фаза проходящего света, то это приведет к изменению интенсивности в полосах. Это изменение можно найти путем дифференцирования (2) по Φ

$$\delta I = I_m 2 \cos \Phi \sin \Phi \delta \Phi. \tag{4}$$

Фаза в окрестностях максимума интерференции определяется выражением

$$\Phi = 2m\pi \pm \frac{\pi}{4}, \text{ где } m \text{ — целое число.}$$

Вследствие этого $\cos \Phi = \sin \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Подставим это значение в (4), получим:

$$\delta\Phi = \frac{\delta I}{I_m}. \tag{5}$$

Найдем связь изменения показателя преломления с изменением фазы. Известно, что

$$\gamma = h(n - n_0), \tag{6}$$

где γ — разность хода, h — геометрическая длина пути через исследуемое вещество, n_0 — показатель преломления воздуха ($n_0 \approx 1$), n — показатель преломления исследуемого вещества. Разность фаз определяется выражением

$$\Phi = \frac{2\pi\gamma}{\lambda}. \tag{7}$$

Из (6) и (7) получим

$$\delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} h\delta n. \tag{8}$$

Подставив выражение (5) в (8), будем иметь

$$\delta n = \frac{\lambda}{2\pi h} \frac{\delta I}{I_m}. \tag{9}$$

При $h = 10$ *мм*, $\delta I/I_m = 5\%$, $\delta n \cong 4 \cdot 10^{-7}$.

Чувствительность многолучевого интерферометра

Распределение интенсивности в полосах при прохождении света через воздушный эталон Фабри-Перо определяется соотношением [6]

$$I = I_m \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R\sin^2\frac{\Phi}{2}}, \tag{10}$$

где I_m — максимальное значение интенсивности, R — коэффициент отражения зеркальных слоев (считаем его одинаковыми для обоих зеркал), Φ — разность фаз интерферирующих лучей. Если вследствие изменений условий прохождения луча света будет меняться фаза Φ, то это приведет к изменению интенсивности проходящегося света. Это изменение может быть найдено путем дифференцирования выражения (10) по Φ [3, 7]:

$$\delta I = I_m \frac{(1-R)^2\, 4R \sin\frac{\Phi}{2} \cos\frac{\Phi}{2}\, \delta\Phi}{\left\{(1-R)^2 + 4R\sin^2\frac{\Phi}{2}\right\}^2},$$

откуда

$$\delta\Phi = \frac{\delta I}{I_m} \frac{\left\{(1-R)^2 + 4R\sin^2\frac{\Phi}{2}\right\}^2}{4R(1-R)^2 \sin\frac{\Phi}{2}\cos\frac{\Phi}{2}}. \tag{11}$$

Для точки, в которой интенсивность достигает половины максимальной, т. е. $I_m/2$, имеет место соотношение

$$\sin\frac{\Phi}{2} = \frac{1-R}{2\sqrt{R}}. \qquad (12)$$

Фаза для точки, где $I = I_m/2$ равна

$$\Phi = \Phi_m + \Delta\Phi.$$

Следовательно, выражение (11) имеет вид

$$\delta\Phi = \frac{\delta I}{I_m}\frac{\{(1-R)^2 + R\,\Delta\Phi^2\}^2}{2R(1-R)^2\,\Delta\Phi}.$$

Из выражения (10) следует, что для точки половинной интенсивности

$$\Delta\Phi = \frac{1-R}{\sqrt{R}}.$$

Тогда

$$\delta\Phi = \frac{\delta I}{I_m}\frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}. \qquad (13)$$

Пусть изменение фазы произошло за счет изменения показателя преломления в пространстве между зеркалами. Найдем связь изменения фазы с изменением показателя преломления (h, λ — постоянны):

$$\delta\Phi = \frac{4\pi h}{\lambda}\,\delta n \qquad (14)$$

Из (13) и (14) получим

$$\delta n = \frac{\lambda}{2hN_e}\frac{\delta I}{I_m}. \qquad (15)$$

При $h = 10$ *мм*; $R = 0{,}99$; $\dfrac{\delta I}{I_m} = 5\%$; $\delta n \cong 4\cdot 10^{-9}$.

Сравнение выражений (9) и (15) показывает, что при одинаковых условиях применение многолучевой интерференции дает выигрыш по чувствительности в B раз, где

$$B = \frac{\sqrt{R}}{1-R}.$$

При стремлении R к 1, B стремится к бесконечности. Для $R = 0{,}99$; $B \cong 100$.

Выбор точки максимальной чувствительности

Очевидно, что в различных точках полосы будет различное изменение интенсивности при одном и том же изменении показателя преломления.

Выше в качестве точки настройки выбиралась точка с половинной интенсивностью, т. е. $I = I_m/2$.

Найдем такую точку в интерференционной полосе (в случае многолучевой интерференции), в которой изменение показателя преломления вызывает наибольшее изменение интенсивности. Предположим, что мы регистрируем изменение интенсивности в точке полосы, где интенсивность равна некоторой величине I_m/x, где x — отношение интенсивности в максимуме к интенсивности в данной точке.

В этом случае

$$\Delta\Phi = \frac{1-R}{R}\sqrt{x-1}. \qquad (16)$$

Подставив (16) в (11), получим

$$\delta\Phi = q\frac{1-R}{R}\frac{x^2}{2\sqrt{x-1}}. \qquad (17)$$

Приравнивая (14) и (17), найдем, что

$$\delta n = \frac{\delta I}{I_m}\frac{\lambda}{2hN_e}\frac{x^2}{2\sqrt{x-1}}. \qquad (18)$$

Чувствительность измерения будет максимальна, когда выражение $\frac{x^2}{\sqrt{x-1}}$ имеет минимальную величину. Проанализируем функцию $y = \frac{x^2}{\sqrt{x-1}}$ (значения y лежат в пределах $0 < x < 1$). Первая производная в точке x имеет вид

$$y' = \frac{3x^2-4x}{2(x-1)^{3/2}}. \qquad (19)$$

Минимум этой функции имеет значение при $x = 4/3$. Следовательно, при таком значении x величина δn, определяемая (18), будет максимальна. Таким образом в точке полосы, где $I = 0{,}75\ I_m$, чувствительность измерения наибольшая, т. е. изменение интенсивности, вызванное изменением показателя преломления, будет наибольшим именно в этой точке. Как следует из (19) и (18) в точке, где $I = I_m/2$, чувствительность меньше примерно в 1,5 раза. Оттуда же следует, что в максимуме полосы чувствительность к весьма малым изменениям показателя преломления будет практически равняться нулю.

Выводы

1. Сравнение чувствительности двухлучевого и многолучевого интерферометров к измерению малых вариаций показателя преломления показывает, что за счет многократного прохождения света через исследуемый объект может быть примерно на два порядка повышена чувствительность.

2. Для получения максимальной чувствительности многолучевого интерферометра следует регистрировать изменение интенсивности в точке интерференционной полосы, где интенсивность составляет 0,75 от максимальной.

3. Практическая величина выигрыша в чувствительности будет зависеть от внешних условий и погрешностей интерферометров.

В заключение автор выражает благодарность Ф. А. Королеву за проявленный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физические измерения в газовой динамике и при горении. ИЛ, 1957.
2. Захарьевский А. Н. Интерферометры. Оборонгиз, 1952.
3. Королев Ф. А. Диссертация. МГУ, 1956.
4. Cagnet M. Rev. d'Opt., **33**, No. 1, 1, 1954.
5. Bottema M. Physica, **24**, No. 6, 519, 1958.
6. Королев Ф. А. Спектроскопия высокой разрешающей силы. ГИТТЛ, 1953.
7. Королев Ф. А. «Вестн. Моск. ун-та», сер. матем., мех., астрон., физ., химии, № 2, 1955 г.

Поступила в редакцию
3. 5 1961 г.
После переработки
12. 2 1962 г.

Кафедра
оптики