

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 — 1962

Б. Т. БАВИЛОВ, И. А. ВЕРДИЕВ, Н. Г. ГОНЧАРОВА,
В. И. ГРИГОРЬЕВ, Г. В. МЕЛЕДИН

КВАНТОВО-ПОЛЕВОЕ РАССМОТРЕНИЕ МНОЖЕСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Обсуждается квантово-полевой подход к рассмотрению множественного рождения π -мезонов при $\pi-N$, $\gamma-N$, $N-N$ и $\pi-\pi$ -столкновениях. Получены формулы для множественности, углового и энергетического распределения. Показано качественное согласие результатов теории с экспериментом.

1. Среди процессов, протекающих при высоких энергиях, особое место занимает множественное рождение π -мезонов при столкновении частиц. Это явление представляет собой по существу единственный источник информации в данной энергетической области. Естественно поэтому пытаться применить обычную квантовую теорию поля к исследованию множественных процессов и, сравнивая результаты с экспериментом, получить таким образом дополнительные аргументы о пригодности мезонной полевой теории в области высоких энергий. Мы имеем здесь в виду мезодинамику «типа электродинамики», т. е. такую теорию, в которой элементарный акт взаимодействия состоит в испускании или поглощении нуклоном одного мезона. Такая трактовка, разумеется, не должна противопоставляться другим теоретическим методам исследования множественных процессов, в частности, статистическому и гидродинамическому. Однако, если эти последние дают, в известном смысле, интегральное описание, отвлекающееся от детализации взаимодействия частиц в системе, то настоящий подход, напротив, строится на рассмотрении процессов как последовательности «элементарных актов» взаимодействия. При этом множественное рождение мезонов выступает по существу как многократное, в том смысле, что испускание нуклоном одного мезона отделено во времени от испускания другого. То обстоятельство, что в эксперименте множественное рождение выглядит как одновременное испускание нескольких частиц, не противоречит этой картине. Действительно, даже простые рассуждения, основанные на соотношении неопределенности, показывают, что, если энергия падающей частицы велика, то характерное время реакции мало и процесс внешне выглядит как одновременное испускание всех мезонов.

2. Попытки полевого рассмотрения множественных процессов предпринимались рядом авторов. Исследования в этом направлении приблизительно можно разделить на две группы.

В первую группу входят исследования, авторы которых опираются, по существу на квантово-механические представления (без вторичного квантования) и рассматривают процесс как результат существования некоторого эффективного потенциала. Иногда этот потенциал вводится явно, иногда в теории присутствует его «след» в виде конечного времени взаимодействия [1, 2, 3].

Во второй группе исследований используется вторичное квантование, но взаимодействие здесь вводится феноменологически таким образом, что в «индивидуальном акте» рождается одновременно много мезонов [4, 5, 6].

Очевидно, оба эти метода не входят в рамки обычной мезодинамики. В то же время сейчас практически нет достаточно высоких оснований для отказа от последней. Больше того, плодотворное направление, получившее название двойных дисперсионных соотношений, говорит в пользу топологии фейнмановских диаграмм обычной линейной мезодинамики.

Приводимый ниже (см. также [8]—[11]) расчет представляет собой попытку описать множественное рождение π -мезонов в рамках обычной полевой теории. Следует оговориться, почему именно авторы сочли необходимым объединить рассмотрение четырех на первый взгляд различных эффектов: множественное образование мезонов при мезон-нуклонных, фотон-нуклонных, мезон-мезонных и нуклон-нуклонных соударениях (фотон-мезонные столкновения не входят в рамки теории, так как в настоящей работе не учитывается электрический заряд мезонов). Дело в том, что испускание «пачки» мезонов нуклоном, вообще говоря, должно слабо зависеть от способа возбуждения нуклона; с одной стороны, такой вывод диктуется статистической теорией, а с другой — соответствует наглядным представлениям о разделенных во времени актах взаимодействия нуклона с налетающей частицей и актами испускания мезонов. С этой точки зрения интересно проверить, насколько совпадает, например, множественность (т. е. зависимость числа рождающихся мезонов от энергии) в квантово-полевой теории при различных методах возбуждения в зависимости от того, является ли налетающая частица мезоном, нуклоном или фотоном. Несколько особое положение занимают мезон-мезон столкновения. Однако и они должны быть рассмотрены, так как учет взаимодействия мезонов друг с другом, во-первых, не может быть исключен в любом из упомянутых процессов, а во-вторых, качественно сводится к взаимодействию мезонов с нуклон-антинуклонными парами в промежуточных состояниях.

Перейдем теперь к изложению применяемого нами метода. Наиболее существенной чертой мезодинамики является то, что разложение по степеням константы связи не может считаться корректным, так как связь — сильная. Необходимо поэтому использовать метод, который был бы эквивалентен суммированию бесконечного числа диаграмм теории возмущений. Это не означает, что будут учтены все возможные диаграммы (что соответствовало бы нахождению точного решения). Однако можно попытаться выделить класс графиков, который, с одной стороны, играл бы существенную роль, а с другой — не приводил бы к непреодолимым математическим трудностям.

Математическая структура рассматриваемой ниже теории сходна с применяемой в методе Тамма—Данкова с той, однако, разницей, что бесконечная система «зацепляющихся» уравнений не обрывается, а за счет упрощения функций распространения и некоторых других предположений, о которых будет сказано ниже, приводится к виду, допускающему решение.

Построение такой системы «зацепляющихся» уравнений мы проиллюстрируем на примере теории с мезон-нуклонным взаимодействием, где рассмотрение ведется следующим образом:

Введем матрицы перехода $U^{(ij, mn, kl)}$, каждая из которых относится к процессу, характеризуемому диаграммой, где число свободных, или концевых линий определяется соответствующими индексами. Так, например, $U^{(0n, 22, 00)}$ относится к эффекту, где число входящих безонных линий равно нулю, число выходящих n ; имеется по две входящих и выходящих фермионных линии, где отсутствуют антифермионные линии (что фиксируется двумя последними индексами). Очевидно, это процесс рождения n бозонов при столкновении двух фермионов*.

Общая матрица перехода U (S — матрица для конечных промежутков времени) представляет собой сумму всех этих матриц

$$U_{[\sigma, \sigma_0]} = \sum_{ij, nm, kl} U_{[\sigma, \sigma_0]}^{(ij, nm, kl)}. \quad (1)$$

Запишем далее уравнение Томонага-Швингера

$$i \frac{\delta}{\delta \sigma} U_{[\sigma, \sigma_0]} = H(x) U_{[\sigma, \sigma_0]}, \quad (2)$$

где $H(x)$ — обычный гамильтониан взаимодействия с учетом контрчлена, вводимого для перенормировки масс

$$H = \hat{H} - \Delta \hat{\mu} - \Delta \hat{m} = \bar{g} \bar{\psi} \Gamma \psi \phi - \lambda_1 \bar{\psi} \gamma_0 \psi - \lambda_2 \phi^2,$$

где выбор Γ определяется типом взаимодействия и сортом бозонов.

Используя теперь условие (1) и учитывая в соответствии с теоремой Вика все возможные свертки между операторами, входящими в H и $U^{(ij, nm, kl)}$, можно перейти к следующей системе бесконечного числа уравнений:

$$i \frac{\delta}{\delta \sigma} U^{(ij, nm, kl)} = \sum_{\substack{\alpha, \beta, \gamma \\ a, b, c \\ p, q, r}} \hat{H}_{(abc)}^{(\alpha\beta\gamma)} U^{(i-\alpha+\alpha p, j-\alpha+ap; n-b+bq, m-\beta+bq; k-c+rc, l-\gamma+cr)} - \\ - \sum_{\alpha, a, p < a} \Delta \hat{\mu}_{(a)}^{(\alpha)} U^{(i+p-\alpha, j+p-\alpha; n, m; k, l)} - \sum_{\gamma, \beta; b, c; q, r} \Delta \hat{M}_{(bc)}^{(\beta\gamma)} U^{(i, j; n-b+bq, m-\beta+bq; k-c+cr, l-\gamma+cr)}. \quad (3)$$

Физический смысл системы (3) наглядно сводится к тому, что все процессы и соответствующие им матрицы переходов выступают как связанные и обуславливающие друг друга, так что расчеты для любого канала реакции требуют исследования и конкурирующих каналов.

При суммировании всех уравнений (3) действительно получается уравнение (2). Таким образом, если бы удалось решить систему (3), то это означало бы нахождение общего точного решения. Заметим, что предлагаемый метод обладает следующим важным преимуществом: здесь не содержится необходимости суммирования диаграмм, записанных в явном виде в соответствии с теорией возмущений.

Для определения перенормировочных констант мы используем далее условия

$$U^{(11, 00, 00)} = 0, \quad U^{(00, 11, 00)} = 0$$

* Если рассматривается несколько сортов бозонов, то нужно ввести дополнительные индексы.

(и вытекающие из них условия для матриц кроссинг-процессов), которые в рамках сделанных ниже приближений совпадают с обычными условиями перенормировки собственно-энергетических диаграмм.

Описание систем, содержащих в начальном и конечном состоянии по одному бозону, либо по одному фермиону, осуществляется с помощью матрицы

$$U(00,00,00).$$

Разумеется, точное решение системы (3) не представляется возможным. Необходимо поэтому ввести некоторые упрощающие предположения. Отметим здесь наиболее существенные из них.

Прежде всего мы будем использовать перестановочные функции для нуклонов, соответствующие приближению Блоха—Норсдика (см., например, [7]).

$$S(p) = i(2\pi)^{-4}(ap - m)^{-1}.$$

Это означает отказ от учета рождения нуклон-антинуклонных пар как в промежуточных, так и в конечном состояниях, пренебрежение спиновыми эффектами, и, наконец, предположение о том, что доля энергии, приходящаяся на рождающиеся мезоны, мала. Наиболее существенным является первое из этих предположений. Строго обосновать его правильность не представляется возможным, так что в конечном итоге вопрос решается сравнением результатов теории с экспериментом. Однако некоторый эффективный учет рождения нуклон-антинуклонных пар может быть произведен, если ввести в рассмотрение мезон-мезонные взаимодействия, включая в гамильтониан взаимодействия член λ_{φ}^4 , более подробно обсуждаемый ниже. Что же касается двух других допущений, то они по существу соответствуют предположению, что частица, испускающая мезоны, движется с ультрарелятивистской скоростью и теряет при излучении очень малую долю своей энергии.

Отметим, что в дальнейшем расчете будут рассматриваться скалярные или псевдоскалярные мезоны со скалярным взаимодействием.

Конкретный расчет требует определенного выбора матриц $U(ij, nm, kl)$. Мы будем принимать для них следующее выражение:

$$U_{[\sigma_0, \sigma_0]}^{(ij, nm)} = \int_{\sigma_0}^{\sigma} d^4z \sum_{\text{имп}} \prod_{\alpha=1}^m \bar{u}(\vec{p}_\alpha) \prod_{\beta=1}^n u(\vec{p}_\beta) \prod_{\gamma=1}^i \varphi^{(+)}(\vec{p}_\gamma) \prod_{\delta=1}^j \varphi^{(-)}(\vec{p}_\delta) \times \\ \times Q^{(ij, nm)} \exp \left[iz \left(\sum_{\alpha=1}^m p_\alpha + \sum_{\gamma=1}^j p_\gamma - \sum_{\beta=1}^n p_\beta - \sum_{\delta=1}^i p_\delta \right) \right], \quad (4)$$

где $Q^{(ij, nm)}$ представляет собой неизвестную и подлежащую определению коэффициентную функцию. Именно для этих коэффициентных функций мы будем записывать уравнения, так как при подстановке (4) и (3) все операторы сокращаются.

3. Перейдем теперь к конкретному рассмотрению задач. Начнем со случая, когда мезоны испускаются возбужденным нуклоном, а источником возбуждения нуклона может служить либо налетающий на него мезон (π - N -столкновения), либо γ -квант (множественное фоторождение). Этот процесс может являться и составной частью других более сложных процессов. Графически перенормированные уравнения для этого процесса имеют вид (см. рис. 1).

На рис. 1 сплошная линия соответствует нуклонам, пунктирная — мезону, волнистая входящая линия относится либо к падающему фотону (в случае фоторождения), либо к мезону. Соответственно либо $Q = g$, либо $Q = e$. Квадратик принят для обозначения коэффициентной функции для того процесса, к которому она относится.

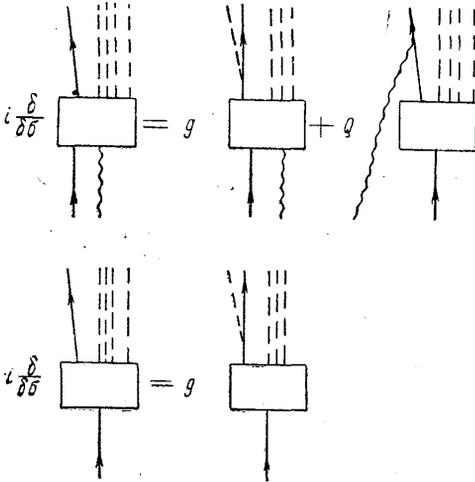


Рис. 1

Диаграммы с тремя свертками (внутренними линиями) не могут появляться ввиду исключения античастиц. Что же касается диаграмм с двумя свертками, то в силу перестановочности вершин в приближении Блона-Норсдика все они сводятся к собственно-энергетическим диаграммам, исключаемым перенормировочной процедурой.

Таким образом, система уравнений графически изображенная на рис. 1, случайно, в силу принятых предположений, не касающихся величины константы взаимодействия, оказалась

совпадающей с тем, что дает теория возмущений.

Отметим, забегая вперед, что уже для нуклон-нуклонных уравнений, а также при учете мезон-мезонных взаимодействий во всех рассматриваемых случаях, это совпадение с теорией возмущений отсутствует.

Аналитическая запись уравнений для коэффициентных функций, соответствующих рис. 1, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{P_n(k_1, \dots, k_n)}{n!} Q_{(p,q,k_1, \dots, k_n, l)}^{(1n, 11)} &= \sum_{i=1}^n \frac{P_{n-1}(k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_n)}{(n-1)!} \frac{Q_{(p+k_i, q, \dots)}^{(1n-1; 11)}}{a(p+k_i) - m} + \\ &+ \frac{P_n(k_1, \dots, k_n)}{n!} Q_{(p,q,k_1, \dots, k_n)}^{(0n, 11)} \frac{1}{a(p-l) - m}, \\ \frac{P_n(k_1, \dots, k_n)}{n!} Q_{(p,q,k_1, \dots, k_n)}^{(0n, 11)} &= \sum_{i=1}^n \frac{P_{n-1}(k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_n)}{(n-1)!} \times \\ &\times \frac{Q_{(p+k_i, q, k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_n)}}{a(p+k_i) - m}. \end{aligned} \quad (5)$$

где p и k_i импульсы 4 конечных частиц, а q и l — импульсы 4 начальных частиц, причем l — есть импульс мезона или фотона. $\frac{P_n}{n!}$ — оператор симметризации по конечным мезонам.

Некоторое несущественное упрощение может быть достигнуто, если принять, что поглощение налетающей частицы предшествует испусканию всех конечных мезонов (различие может сказаться лишь на не

влияющем на множественность коэффициенты при матричном элементе).

В этом приближении решение уравнений (5) имеет вид

$$\frac{P_n(k_1, \dots, k_n)}{n!} Q_{(p,q,k_1, \dots, k_n, l)}^{(1n, 11)} = \frac{g^{n+1} m^n}{2^n} \prod_{i=1}^n \frac{1}{pk_i} \quad (6)$$

для π — N -столкновений и

$$\frac{P_n(k_1, \dots, k_n)}{n!} Q_{(p,q,k_1, \dots, k_n, l)}^{(1n, 11)} = \frac{eg^n m^n}{2^n} \prod_{i=1}^n \frac{1}{pk_i} \quad (7)$$

для столкновений γ — N .

Следует отметить простой и симметричный вид этого решения, позволяющий сравнительно легко определить множественность.

Для того чтобы исследовать эту множественность, мы подставим найденное выражение для коэффициентной функции (6) в формулу (4), после чего обычным способом найдем вероятность интересующего нас процесса

$$W_n = n! (2\pi)^4 \int \frac{d^3 p}{2E_p} \prod_{i=1}^n \frac{d^3 k_i}{2k_{0i}} |Q^{(1n, 11)}|^2 \times \\ \times \delta\left(E_p + \sum_{i=1}^n k_{0i} - \varepsilon_0\right) \delta^3\left(\vec{p} + \sum_{i=1}^n \vec{k}_i\right). \quad (8)$$

Записанный в (8) интеграл мы будем называть обобщенным фазовым интегралом. Употребляя выражение «обобщенный», мы стремимся подчеркнуть отличие от обычно рассматриваемых фазовых интегралов, записываемых в предположении о независимости матричного элемента от энергии (иногда делаются и другие упрощающие предположения). Поскольку сходные обобщенные фазовые интегралы возникают и в мезон-мезонной и нуклон-нуклонной задачах, отложим пока обсуждение способов их вычисления.

Найдя W_n как функцию энергии, можно вычислить наиболее вероятное число рожденных мезонов в зависимости от энергии с помощью формулы

$$\frac{d}{dn} \ln W_n = 0.$$

Рассмотрим теперь задачу о множественном рождении мезонов при нуклон-нуклонных столкновениях [8—11]. Хотя предыдущие случаи входят в этот процесс как его составные части, рассмотрение здесь в некотором смысле упрощается. Причиной этого является большая симметрия процесса по отношению как к начальным, так и к конечным частицам.

Перенормированные указанным выше способом уравнения графически записываются в данном случае так, как показано на рис. 2.

Заметим, что последний член (с двумя свертками) обязан своим происхождением диаграмме, изображенной на рис. 3.

Внутренняя мезонная линия где-то «в недрах» квадрата должна соединиться с нуклонной. Если это соединение происходит с той же линией, на которой лежит и изображенная на рис. 3 первая вершина, то получается собственно-энергетическая диаграмма (вершины перестави-

мы), которая исключается перенормировочной процедурой. Таким образом, единственный существенный тип диаграмм — это тот, в котором вершины внутренней мезонной линии лежат на различных нуклонных линиях, что опять-таки в силу перестановочности вершин и приводит к указанному выше виду соответствующей рис. 3 диаграммы, включение

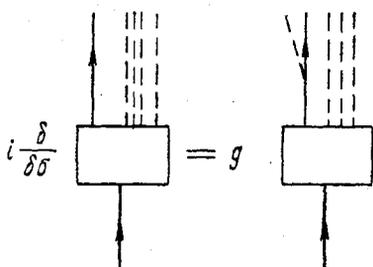
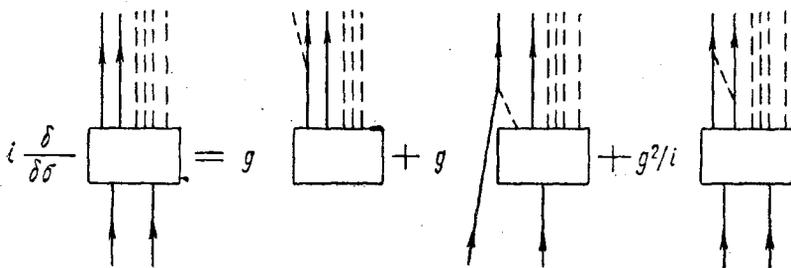


Рис. 2

Рис. 3

которой в рассмотрение эквивалентно суммированию «лестничных» диаграмм взаимодействия нуклонов.

Интересно отметить, что если провести вычисления без учета наших лестничных диаграмм, т. е. считать, что взаимодействие между нуклонами переносится одним мезоном, то результаты для множественности практически не меняются. Это еще раз свидетельствует в пользу слабой зависимости числа испускаемым нуклоном частиц от механизма возбуждения этого нуклона.

Уравнения для коэффициентных функций, соответствующие рис. 2, имеют простую структуру, хотя и выглядят громоздко

$$\begin{aligned}
 \frac{P_n(k_1, \dots, k_n)}{n!} Q_n(p_1, p_2, q_1, q_2, k_1, \dots, k_n) &= \frac{g}{n} \sum_{i=1}^n \frac{P_{n-1}(k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_n)}{(n-1)!} \times \\
 &\times \frac{Q_{n-1}(p_1 + k_i, p_2, q_1, q_2, k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_n)}{a(p_1 + k_i) - m} + \\
 &+ \frac{g}{n} \sum_{i=1}^n \frac{P_{n-1}(k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_n)}{(n-1)!} \frac{Q_{n-1}(p_1, p_2 + k_i, k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_n)}{a(p_2 + k_i) - m} + \\
 &+ \frac{g^2 P_n(k_1, \dots, k_n)}{2\pi n!} \int d^4 k \frac{Q_n(p_1 - k, p_2 + k, q_1, q_2, k_1, \dots, k_n)}{[a(p_1 - k) - m](k^2 - \mu^2)[a(p_2 + k) - m]} +
 \end{aligned}$$

$$+ gP(p_1, p_2) P(q_1, q_2) D_{(p_1 - q_1)}^c \frac{P_{n+1}(k_1, \dots, k_n, p_1 - q_1) B_{n+1}(p_2, q_2, k_1, \dots, k_n, p_1 - q_1)}{4(n+1)!}, \quad (9)$$

$$\frac{P_n(k_1, \dots, k_n)}{n!} B_n(p_f, q, k_1, \dots, k_n) =$$

$$= \frac{g}{n} \sum_{i=1}^n \frac{P_{n-1}(k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_n)}{(n-1)!} \frac{B_{n-1}(p_f + k_i, q, k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}, \dots, k_n)}{a(p_f + k_i) - m}.$$

Решив эти уравнения, мы получим (в Ц-системе)

$$Q_n = \frac{1}{2} a_n(g, E) \beta \frac{(2m)^n g^{n+2}}{(n+1)! E_p^n} \prod_{i=1}^n \frac{\omega_i}{(\omega_i^2 - |\vec{k}_i|^2 \cos^2 \theta_i)}$$

(a_n — функция, слабозависящая от g и E), что приводит к следующему выражению для вероятности:

$$W_n \sim (gm)^{2n} \left(\frac{\pi}{2u^2} \right)^{n/2} \frac{n! (z-1)^{2n-1}}{[(n+1)!]^2 (2n-1)!}, \quad z = \frac{E_q}{m},$$

из которого указанным выше способом легко находим множественность.

Подсчитать множественность при мезон-мезонных столкновениях несколько сложнее. Существенным физическим вопросом, который здесь возникает, является прежде всего вопрос о способах учета мезон-мезонного взаимодействия. В рамках последовательной мезон-нуклонной теории такое взаимодействие осуществляется через посредство нуклон-антинуклонных пар.

Мы несколько упростим картину, «стягивая нуклон-антинуклонную петлю в точку», т. е. вводя в гамильтониан взаимодействия контактный член $\lambda \varphi^4$. Дополнительным аргументом в пользу такого члена являются соображения, связанные с перенормировкой мезон-нуклонной теории, где член такого вида возникает естественно. Наконец в рамках теории двойных дисперсионных соотношений такой контактный член используется для описания взаимодействия между мезонами.

Нелинейный вид рассматриваемого члена в гамильтониане не исключает возможность использования представления взаимодействия. Адекватная такому описанию физическая картина состоит в том, что существуют «свободные» мезоны, число которых однако, не является интегралом движения. Количество мезонов в результате их взаимодействия с собственным полем может меняться.

Усложняется и количественное описание этого процесса. Основная сложность здесь возникает при симметризации по мезонам. Меняется в рамках такой модели также и метод перенормировки. Сравнительно просто могут быть проведены вычисления либо в такой модели, где все конечные мезоны считаются имеющими одинаковые энергии и импульсы, что близко соответствует такой картине в лабораторной системе отсчета: на покоящийся мезон налетает другой мезон с очень большой энергией; либо при условии, что симметризация производится не по всем мезонам, а по их парам. Графическая запись уравнений для мезон-мезонного множественного рождения представлена на рис. 4. По сравнению с точными уравнениями, соответствующими данной модели, здесь опущен член с четырьмя свертками (он соответствует весьма редкому случаю столкновения и аннигиляции четырех мезонов одновременно),

а в члене с тремя свертками, который учитывает «превращение» трех мезонов в один, введен график, явно отражающий и обратный процесс. Последняя процедура проводится для того, чтобы получающиеся ниже

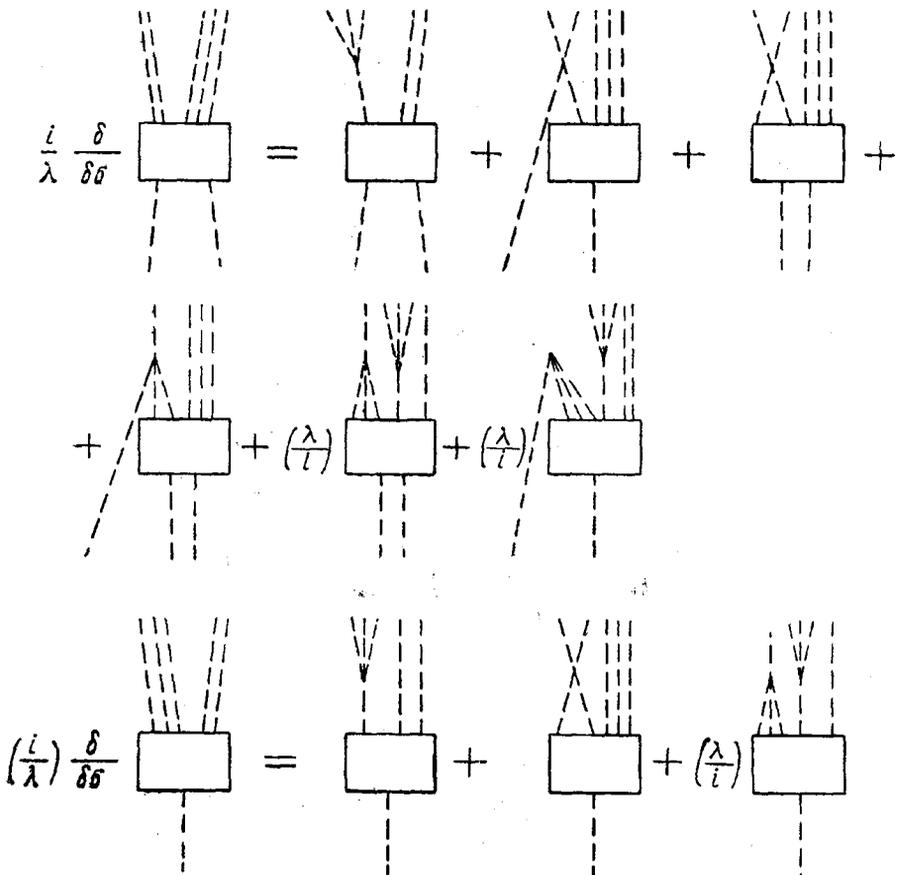


Рис. 4

уравнения в конечных разностях могли быть решены тем же методом, что и (9); это приводит к несколько завышенным значениям для множественности.

После таких упрощений уравнения для коэффициентных функций записываются в форме

$$\begin{aligned}
 Q^{(2,n)}(k_1, \dots, k_n) \approx & \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\lambda/n Q^{(2,n-2)}(k_1, \dots, k_{i-1}, k_{i+1}+k_i+k_{i+2}, \dots, k_n)}{(k_i+k_{i+1}+k_{i+2})^2+\mu^2} + \\
 & + \lambda n^2 Q^{(2,n)}(k_1, \dots, k_n) (-i) (2\pi)^{-4} \int \frac{d^4 k}{(k^2+\mu^2) [(k_n+k_{n-1}-k)^2+\mu^2]} + \\
 & + \lambda^2 n^4 \frac{Q^{(2,n)}(k_1, \dots, k_n) (2\pi)^8}{(k_{n-2}+k_{n-3}+k_{n-4})^2+\mu^2} \int \frac{d^4 k d^4 l}{(k^2+\mu^2) (l^2+\mu^2) [(k_n-k-l)^2+\mu^2]} + F_n,
 \end{aligned}$$

где F_n — известная функция, определяемая решением уравнения для $Q^{(1,n)}$, а Σ — суммы, возникающие в результате применения теоремы Вика. Более компактно это можно записать так:

$$Q^{(2,n)} [1 + \lambda C_1^{(n)} + \lambda^2 C_2^{(n)}] = \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\lambda}{n} Q^{(2,n-2)} [(k_i + k_{i-1} + k_{i-2})^2 + \mu^2]^{-1} + F_n, \quad (10)$$

$$Q^{(1,n)} [1 + \lambda C_1^{(n)} + \lambda^2 C_2^{(n)}] = \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\lambda}{n} Q^{(1,n-2)} [(k_i + k_{i+1} + k_{i+2})^2 - \mu^2]^{-1}.$$

Отметим, что при написании расходящегося интеграла в правой части нам пришлось использовать обрезаящий фактор. Это связано с отмеченной уже выше проблемой перенормировки.

Решив уравнения (10), мы получим для вероятности

$$Q^{(2,2n)} \approx \frac{\lambda^n}{(2n)!} \prod_{j=1}^{n-1} \frac{\sum \{k_1 + \sum (k_{2i} + k_{2i+1})\}^2 + \mu^2 - 1}{1 + \lambda C_1^{(2j)} + \lambda^2 C_2^{(2j)}}.$$

(Опущены множители, не содержащие степеней n .) Первая модель дает

$$W_n \sim \frac{\lambda^n n! \left(\frac{E^c}{2\mu} - 1 \right)^{2n}}{(2n)! [(n-1)!!]^4 \prod_{i=1}^n \left(1 + \lambda i^2 a \ln \frac{L^2}{\mu^2} + \lambda^2 i^2 \ln \frac{L^2}{\mu^2} \right)}. \quad (I)$$

Если использовать вторую возможность (симметризация по парам), то вероятность окажется несколько иной

$$W_n \sim \frac{\lambda^n n!}{(n/2!)^2} \left(\frac{E^c}{2\mu} - 1 \right)^n \prod_{i=1}^n (1 + \lambda C_1^{(i)} + \lambda^2 C_2^{(i)})^{-1}. \quad (II)$$

Метод учета мезон-мезонного взаимодействия, о котором идет речь, можно применить и к задачам о множественном рождении частиц при $N-N$ и $\pi-N$ - и $\gamma-N$ -столкновениях. Например, в первом случае (два других рассматриваются аналогично) удастся решить уравнения, которые можно графически представить следующим образом (см. рис. 5). Правда, даже такое решение получается ценой предположения о монохроматичности рождающихся нерелятивистских мезонов и применимости регуляризации интегралов с помощью обрезаящих факторов. Отметим, что учет мезон-мезонного взаимодействия практически не влияет на множественность, если ограничиться только учетом рассеяния мезонов друг на друге.

Угловое же распределение более чувствительно и, вообще говоря, имеет тенденцию к увеличению изотропности по сравнению с отсутствием мезонного взаимодействия. Существенным оказывается и знак λ (притяжение или отталкивание).

Как мы убедились выше, при рассмотрении вероятности интересующих нас процессов возникает необходимость вычисления обобщенных фазовых интегралов (8). Хотя для различных процессов вид их неодинаков, ход вычисления остается одним и тем же. Проиллюстрируем его на примере $\pi-N$ -столкновений. Тогда обобщенный фазовый интеграл имеет вид (8). Проведем его вычисление, пренебрегая точным учетом

закона сохранения импульса. В этом случае фазовый интеграл имеет вид

$$W_n = \frac{n!g^{2n+2}m^{2n}}{(n!)^2 2^{2n+1} E_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} [dt e^{-iE_0 t} \int \frac{d^3 p e^{iE_p t}}{E_p^{2n+1}} [I_n]^n], \quad (11)$$

$$I_n = 2\pi \int_0^{\infty} dk \int_{-1}^1 \frac{k^2 e^{ik_0 t} d(\cos \theta)}{k_0 (k_0 - k \cos \theta)^2}$$

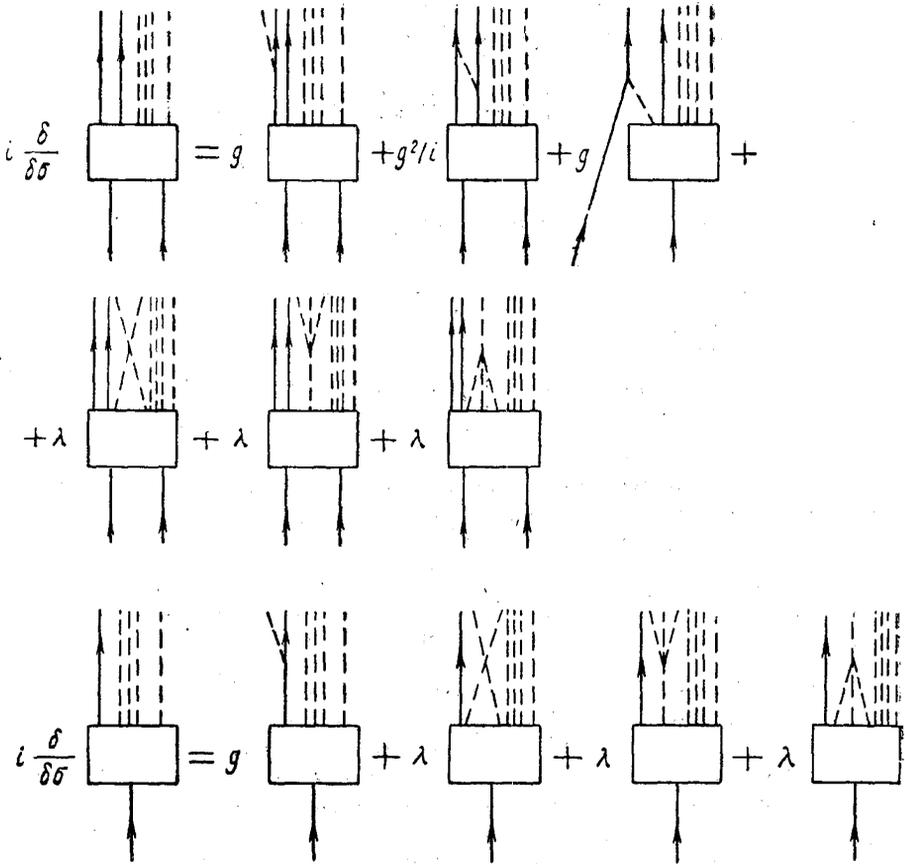


Рис. 5

Интеграл для I_n аналогично тому, как это сделано в [12], может быть сведен к функциям Ханкеля. В случае релятивистских мезонов ($k \gg \mu$), используя асимптотику функций Ханкеля, получаем

$$I_n = \frac{2\pi}{\mu^{2n}}.$$

Подставив результат в (11) и производя обычным образом интегрирование, получим выражение для вероятности испускания π -мезонов в π - N -столкновении:

$$W_n = \frac{g^{2n+2} m^{2n} \pi^{n-2n}}{n! (2n-1)! \mu^{2n} E_0^2} \left(\frac{E_0}{m} - 1 \right)^{2n-1}.$$

Вычисление интеграла (11) может быть также произведено в случае, когда мезоны — нерелятивистские ($|k| < \mu$). Отметим, что по импульсу нуклона в этом, как и в предыдущем случае, интегрирование производится точно.

После сведения I_n к производной от интеграла Френеля, получаем

$$I_n = \frac{e^{i\nu t}}{t^{3/2}} \sqrt{\frac{\pi}{\mu^3}}.$$

Окончательный результат для вероятности рождения мезонов имеет в этом случае вид

$$W_n = \frac{\pi^{3n/2} g^{2n+2} m^{2n}}{n! \Gamma(3n/2) \mu^{3n/2} 2^{3n/2}} (E_0 - n\mu - m)^{3n/2-1},$$

при $n \gg 1$

$$W_n = c^n n^{-5n/2} (E_0 - n\mu - m)^{3n/2-1}.$$

Перейдем теперь к обсуждению результатов. Множественность определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \bar{n}_{N-N} &\approx \frac{\pi^{1/3}}{3} \left(g \frac{m}{\mu}\right)^{2/3} (z^{1/2} - 1)^{2/3}, \quad z = \frac{W_{\text{лаб}}}{2m}, \\ \bar{n}_{\pi-N} &= \bar{n}_{\gamma-N} = \frac{\pi^{1/3}}{4^{1/3}} g^{2/3} \left(\frac{m}{\mu}\right)^{2/3} \left[\left(\frac{W_{\text{лаб}}}{2m}\right)^{1/2} - 1\right]^{2/3}, \\ \bar{n}_{\pi-\pi} &\sim \begin{cases} \left(\frac{E^c}{2\mu} - 1\right)^{2/3} & \text{(I)} \\ \left(\frac{E^c}{2\mu} - 1\right)^{1/3.5} \cdot \left(\frac{E^c}{2\mu} - 1\right)^{1/4} & \text{(II)} \end{cases} \end{aligned}$$

Обращает на себя внимание то, что множественность во всех этих процессах практически одинаково меняется с энергией. Это во всяком случае касается первых трех эффектов, рассчитанных с меньшей степенью неточности. Такой результат указывает на то, что экспериментальный материал вряд ли может позволить идентифицировать механизм возбуждения нуклона. Скорее всего следует учитывать несколько механизмов одновременно. Это обстоятельство, по-видимому, качественно согласуется и с выводами статистической и гидродинамической теории и с данными эксперимента, который в основном удовлетворительно описывается этими последними. Для того чтобы наглядно проиллюстрировать соотношение между теоретическими результатами и данными опыта, приведем значения для числа частиц, рождающихся при различных энергиях (теоретические данные относятся к $N-N$ -соударениям) (см. табл.).

Наконец, заметим, что из полевого рассмотрения можно получить угловое и энергетическое распределение рождающихся мезонов.

Угловое распределение в случае $N-N$ -столкновений определяется (для релятивистских мезонов) соотношением

$$\frac{dn(\theta)}{d\theta} \sim \frac{1}{\sin^3 \theta}.$$

Из расчетов вытекает качественно согласующийся с экспериментом вывод о том, что излучение является тем более изотропным, чем меньше энергия.

$W, \text{бэв}$	\bar{n} эксп	γ	Ссылки на экспериментальные работы	\bar{n}	$n\lambda$ (с учетом λ_{φ^*})
3,0	4	0,3	13	5	2
$11 \begin{smallmatrix} +4 \\ -3 \end{smallmatrix}$	3	0,1	13	16	$3 \cdot 4$
$13 \begin{smallmatrix} +4 \\ -4 \end{smallmatrix}$	6	0,09	13	18	$3 \cdot 4$
3,5	2	0,3	13	5	4
1000	6	0,1	14	81	55
22	7	0,4	15	$19 \cdot 21$	21
1000	20	—	16	81	55
280	7	—	17	65	$31 \cdot 32$
40000	36	0,7	18	100	—

Распределение мезонов по энергиям

$$\frac{dn(k)}{dk} \sim \frac{1}{\omega^2} + \frac{\mu^2}{4k\omega^3} \ln \left(\frac{\omega+k}{\omega-k} \right)^2, \quad \omega^2 = k^2 + \mu^2$$

также качественно согласуется с опытом.

Проведенное выше рассмотрение не претендует на полную строгость. Однако, как представляется авторам, из него все же можно сделать важный вывод о том, что и в области высоких энергий результаты обычной теории квантового поля качественно не противоречат эксперименту [13]—[18].

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Е. Л. Фейнберга, Д. С. Чернавского и Г. А. Милёхина, ознакомившихся с работой и сделавших ряд полезных для нас замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

- Lewis H. W., Oppenheimer I. R., Wouthysen S. A. Phys. Rev., 73, 127, 1948.
- Fukuda H., Takeda G. Progr. Theor. Phys., 5, 957, 1959.
- Kobayakawa K., Imamura T. Progr. Theor. Phys., 23, 137, 1960.
- Hauber. Phys. Rev., 84, 395, 1951.
- Иваненко Д. Д., Лебедев В. В. ДАН СССР, 80, 351, 1951.
- Яковлев Л. П. Диссертация. МГУ, 1959.
- Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. Гостехиздат, М., 1957.
- Вавилов Б. Т., Григорьев В. И. ЖЭТФ, 39, 794, 1960.
- Вавилов Б. Т. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрономии, № 6, 1960.
- Вавилов Б. Т. ДАН СССР, 137, № 1, 51, 1961.
- Вавилов Б. Т. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрономии, № 3, 1961.
- Leroge I. V., Stuart R. N. Phys. Rev., 93, 1434, 1954; 94, 1724, 1954.
- Канеко С., Косомуто О., Матсомуто С., Такахата М. Труды международной конференции по космическим лучам, т. 1. М., 1960, стр. 100.
- Norper V. D., Bismas S., Darby I. F. Phys. Rev., 84, 457, 1951.
- Биргер Н. Г., Григоров В. В., Гусева Г. В. ЖЭТФ, 31, 971, 1956.
- Шайн М. и др. Труды Международной конференции по космическим лучам, т. 1. М., 1960, стр. 100.
- Григоров Н. Л. и др. Труды Международной конференции по космическим лучам, т. 1. М., 1960, стр. 140.
- Tencher M. W., Haskin D. M., Schein M. Phys. Rev., 111, 1384, 1958.

Поступила в редакцию
18. 7 1961 г.

Кафедра
электродинамики и квантовой
теории