3. Cameron A. G. W., Harms W., Katz L. Phys. Rev., **83**, 1264, 1951.
4. Carver J. H., Taylor R. B., Turchinetz W. Austral. J. Phys., **13**, 617, 1960.
5. Taylor R. B. Nucl. Phys., **19**, 453, 1960.

Поступила в редакцию
19. 1 1962 г.

НИИЯФ

А. А. ГЕДРОЙЦ, Л. К. ЗАРЕМБО, В. А. КРАСИЛЬНИКОВ

УПРУГИЕ ВОЛНЫ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ И АНГАРМОНИЧНОСТЬ РЕШЕТКИ

В [1] было показано, что в твердых телах имеет место нелинейное искажение ультразвуковых волн конечной амплитуды. Причиной этого искажения с точки зрения теории упругости является, с одной стороны, нелинейная связь между деформациями и смещениями, с другой стороны, отклонение от линейности в законе Гука. Первая из причин определяется геометрическими особенностями конечных деформаций, вторая — особенностями сил межмолекулярного взаимодействия в твердых телах. Для изотропного твердого тела в законе Гука есть три коэффициента при квадратичных деформациях, а для кристаллов кубической симметрии — шесть. Отметим, что экспериментально, по измерению второй гармоники в продольной ультразвуковой волне, определяется «средний» нелинейный коэффициент γ, представляющий линейную комбинацию нелинейных коэффициентов в законе Гука. Нетрудно показать, что для расстояний меньших расстояния стабилизации:

$$\gamma/\beta = 2\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\frac{\rho_0 c_l^3}{\omega p_1 x} + \frac{3}{2}, \tag{1}$$

где p_1 и p_2 — звуковое давление первой и второй гармоник, ρ_0 — плотность, c_l — скорость продольных волн, ω — круговая частота, x — расстояние, пройденное волной, β — линейный коэффициент в законе Гука для силы.

В борновской модели твердого тела, как известно, устойчивость кристаллической решетки определяется тем, что помимо кулоновского притяжения имеются еще и центральные силы отталкивания, убывающие с расстоянием пропорционально $1/r^{n+1}$. Для определения параметров, входящих в соотношение для силы, необходимо привлечение экспериментальных данных по равновесному расстоянию между ионами и по объемной сжимаемости. В случае ионных кристаллов борновская модель дает удовлетворительное описание внутрикристаллического взаимодействия. Если силу, действующую на ион со стороны остальных ионов кристалла, представить в виде

$$F(\xi) = \beta\left(\frac{\xi}{R_0}\right) - \gamma\left(\frac{\xi}{R_0}\right)^2, \tag{2}$$

где R_0 — равновесное расстояние между ближайшими ионами, ξ — смещение из положения равновесия, то

$$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{n^2 + 3n - 4}{2(n-1)}. \tag{3}$$

Как известно, нелинейный характер внутрикристаллического взаимодействия определяет ряд макроскопических явлений: тепловое расширение, отклонение теплоемкости от закона Дюлонга и Пти в области высоких температур, теплопроводность (в металлах более существенное влияние на теплопроводность оказывают свободные электроны). Тепловое расширение, например, обусловлено ангармоническими колебаниями ионов (атомов) в узлах кристаллической решетки. Величина коэффициентов расширения (в направлении ξ) α приближенно определяется (см. [2])

$$\alpha \cong \gamma k/\beta^2 R_0,$$

где k — постоянная Больцмана. Из этого соотношения

$$\frac{\gamma}{\beta} \cong \frac{cR_0^3}{k}\alpha, \tag{4}$$

где $c = \beta/R_0^2$ — константа упругой жесткости в направлении смещения ξ.

Макроскопически нелинейность силы (2) проявляется в отклонении от закона Гука. Это отклонение определялось, с одной стороны, в статических измерениях Бриджмена и др., обработанных в [3]; с другой стороны, его можно определить по искажению ультразвуковых волн. Результаты сравнения наших динамических данных (1) со статическими [3] и расчитаными по (3) и (4) приведены в таблице. Расчет по (3) и (4) дает значения γ/β, весьма близкие к экспериментальным. Имея в виду приближенный характер (3) и (4), вряд ли следовало ожидать лучшего согласия. Из таблицы и из (4) видно, что нелинейность закона Гука тем больше, чем больше коэффициент теплового расширения. Это может облегчить выбор твердых тел, имеющих бо́льшую или меньшую нелинейность при распространении упругих волн. Таким образом, наблюдавшееся отклонение от линейности в законе Гука, по-видимому, определяется в основном (для более полного сравнения необходимы как более точные расчеты, так и более точные экспериментальные данные) нелинейным характером внутрикристаллического взаимодействия. В какой мере влияют на нелинейность различного рода несовершенства твердого тела (поликристалличность, дислокации в кристаллах и др.), в настоящее время еще не ясно.

В заключение отметим, что установленное нами образование гармоник при распространении ультразвуковых волн представляет с нашей точки зрения определенный интерес, так как, например, в дебаевской теории тепловых колебаний кристаллической

Материал	n	$c\cdot10^{-11}$ *дн/см²*	$R_0\cdot10^8$ *см*	$\alpha\cdot10^6$ *1/град*	γ/β			
					эксперим.	по (3)	по (4)	[3]
Сплав МА-8 (поликристалл)	—	5,7	$a=3,2$ $c=5,2$	26	4,3	—	7,8	—
Al (монокристалл)	—	10,5	4,04	24	7,0	—	12,0	6,9
W (поликристалл)	—	32,0	3,16	4,3	3,8	—	3,5	2
NaCl (монокристалл)	7,9	4,68	2,81	40	9,2	5,9	3,0	7,4
KCl (монокристалл)	9,62	4,0	3,14	100	6,5	6,8	9,0	6,2
LiF (монокристалл)	6,0	11,12	2,01	—	6,5	5,0	—	8,7

Примечание: 1) при расчете γ/β по (3) для поликристаллов бралось R_0 для кристаллов, для гексагонального магния (сплав МА-8) бралось среднее значение a и c;
2) данные [3] пересчитаны от объемной деформации к линейной.

решетки для объяснения ряда явлений потребовалось учитывать нелинейное взаимодействие дебаевских тепловых волн. Это нелинейное взаимодействие представлялось в некоторой степени формальным, поскольку не было прямых измерений, свидетельствующих о проявлении нелинейных явлений, сопровождающих распространение упругих волн в твердых телах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красильников В. А., Гедройц А. А. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 2, 1962.
2. Френкель Я. И. Введение в теорию металлов. Физматгиз, 1958.
3. Birch F. Phys. Rev., **71**, № 11, 809, 1947.

Поступила в редакцию
19. 3 1962 г.

Кафедра акустики