

Р. ЛЕВЕН

К ТЕОРИИ СТОЯЧИХ ВОЛН В ОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Выведено дисперсионное уравнение для стоячих волн в ограниченной плазме, возбужденных двумя идущими навстречу друг другу электронными пучками. Найдена область неустойчивости такой системы в зависимости от скорости и плотности электронов пучков при данной электронной концентрации основной плазмы. В нелинейном приближении найдено выражение для амплитуды стоячих волн, возбужденных вблизи границы области неустойчивости.

Как показал Кофойд [1], электронные плазменные колебания в форме стоячих волн особенно хорошо генерируются с помощью двух идущих через плазменный слой навстречу друг другу электронных потоков. Такая постановка задачи не только имеет преимущество полной симметричности (что облегчает математическую трактовку проблемы), но и представляет определенный интерес для решения вопроса о механизме возбуждения плазменных колебаний. В опыте Кофойда явно отсутствуют те специальные переменные поля на границе плазмы, которые являются необходимыми как для клистронного механизма возбуждения [2], так и для механизма амплитудной селекции [3]. Поэтому возбуждение колебаний в эксперименте Кофойда можно объяснить только теорией пространственного взаимодействия потока электронов с плазмой.

Запишем систему основных уравнений для функции распределения электронов системы F и электрического поля E сразу в одномерном виде

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{e}{m} E \frac{\partial F}{\partial v} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 4\pi e \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(x, v, t) dv - n_+ \right]. \quad (2)$$

Предполагая отклонения от состояния равновесия малыми, функцию F можно представить в форме

$$F = f_0(v) + \mu f(v, x, t)$$

и таким образом линеаризовать систему уравнений (1), (2) (см. [4]). Если считать, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_0(v) dv = n_+,$$

то мы найдем дисперсионное уравнение

$$1 = \frac{4\pi e^2}{km} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_0 / \partial v}{kv - \omega} dv. \quad (3)$$

Если мы, однако, потребуем, чтобы электрическое поле E имело форму стоячих волн $E = \mu E_0 \sin kx \cos \omega t$, то должно выполняться еще соотношение

$$1 = \frac{4\pi e^2}{km} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_0 / \partial v}{kv + \omega} dv. \quad (3a)$$

Это имеет место, когда $f_0(v) = f_0(-v)$, т. е. в случае одинаковых пучков, которые движутся навстречу друг другу с одинаковыми по величине средними скоростями. Тогда уравнения (3) и (3a) являются равноценными и любое из них дает нам частоту в зависимости от параметров $n_p, n_b, k\bar{v}, v_p, v_b$. n_p, v_p — плотность и тепловая скорость электронов основной плазмы; n_b, v_b — плотность и тепловая скорость электронов пучков, \bar{v} , $-\bar{v}$ — направленные скорости электронов пучков относительно основной плазмы, k — волновое число.

Выясним теперь вопрос, в какой области значений параметров $n_b, k\bar{v}$ (при данных значениях n_p, v_b, v_p) система является неустойчивой. Эта задача решается относительно легко, если записать дисперсионное уравнение в форме алгебраического уравнения для искомой частоты ω (см. [5]). Предполагая, что начальная функция распределения имеет следующий вид:

$$f_0 = \frac{n_p}{\sqrt{2\pi}v_p} e^{-\frac{v^2}{2v_p^2}} + \frac{n_b}{\sqrt{2\pi}v_b} \left(e^{-\frac{(v-\bar{v})^2}{2v_b^2}} + e^{-\frac{(v+\bar{v})^2}{2v_b^2}} \right), \quad (4)$$

получим дисперсионное уравнение

$$g(x) \equiv x^3 - (1 + 2\eta + \sigma + 2\xi_b + \xi_p)x^2_{(5)} + \\ + \{\eta[\eta + 2 - \sigma + 2(\xi_p - \xi_b)] + \sigma(\xi_p + 2\xi_b) + 2\xi_b\}x - \\ - \eta[\eta(1 + \xi_p) - (\sigma\xi_p + 2\xi_b)] = 0, \quad (5)$$

где

$$x = \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)^2; \quad \eta = \left(\frac{k\bar{v}}{\omega_p} \right)^2; \quad \sigma = 2 \frac{n_b}{n_p}; \\ \xi_b = 3 \left(\frac{kv_b}{\omega_p} \right)^2; \quad \xi_p = 3 \left(\frac{kv_p}{\omega_p} \right)^2; \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2}{m} n_p.$$

Уравнение (5) при определенных значениях σ и η имеет комплексные корни x . Это означает, что в таком случае состояние равновесия системы является неустойчивым, т. е. там могут возникать плазменные колебания. Чтобы найти те значения параметров σ и η , при которых система переходит границу между областями устойчивости и неустойчивости, мы

не будем искать нулей дискриминанта D уравнения (5), а воспользуемся другим методом.

Легко убедиться в том, что в случае $\eta > 0$, $\sigma > 0$ (так как η и σ являются квадратами реальных величин, они, конечно, не могут быть отрицательными) и при достаточно малых значениях ξ_p и ξ_b , уравнение (5) всегда имеет один положительный корень $x_1 > \eta$, а волна, соответствующая этому корню, имеет фазовую скорость $v_\varphi > \bar{v}$ и является все-

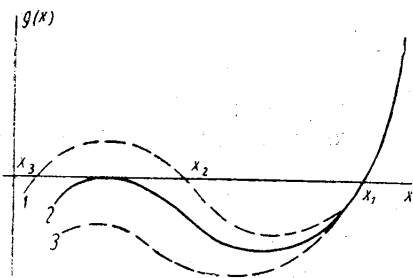


Рис. 1. Функция $g(x, \eta, \sigma)$ при разных значениях параметров η, σ : 1 — кривая $g(x)$ имеет три действительных корня, система устойчива; 2 — кривая $g(x)$ имеет два действительных корня, система находится на границе области устойчивости; 3 — кривая $g(x)$ имеет один вещественный и два сопряженно-комплексных корня, система неустойчива

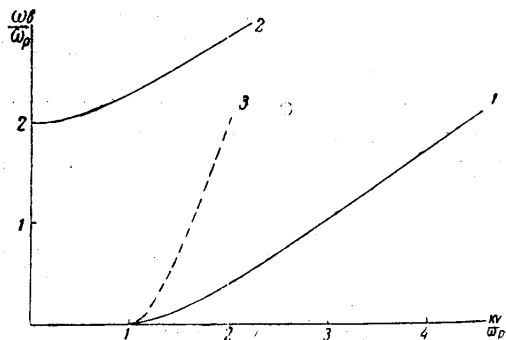


Рис. 2. Области устойчивости (1) и неустойчивости (2) системы на плоскости значений

$$\sqrt{\eta} = \frac{k\bar{v}}{\omega_p} \quad \text{и} \quad \sqrt{\frac{\sigma}{2}} = \frac{\omega_b}{\omega_p}$$

гда невозрастающей. Другие корни x_2, x_3 , однако, могут быть или действительными, или комплексными в зависимости от значений параметров (см. рис. 1). Переход от вещественных значений корней x_2, x_3 к комплексным осуществляется тогда, когда точка максимума кривой $g(x)$ находится на абсциссе и корни x_2, x_3 сливаются в один действительный корень, т. е. когда

$$g(x, \eta, \sigma, \xi_b, \xi_p) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (g(x, \eta, \sigma, \xi_b, \xi_p)) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (g(x, \eta, \sigma, \xi_b, \xi_p)) < 0. \quad (7)$$

Поэтому, решая уравнения (5) и (6) при фиксированных ξ_p и ξ_b относительно η и σ в области значений $x, \eta, \sigma, \xi_p, \xi_b$, для которых выполняется неравенство (7), мы точно сможем сказать, для каких значений η и σ система является устойчивой и для каких неустойчивой.

Результаты вычислений показаны на рис. 2. Кривые 1 и 2 делят область значений $\sqrt{\eta} = \frac{k\bar{v}}{\omega_p}$ и $\sqrt{\frac{\sigma}{2}} = \sqrt{\frac{n_b}{n_p}}$ на три области. В области между кривыми 1 и 2 корни $x_{2,3}(\sigma, \eta)$ принимают только комплексные значения, в то время как справа от кривой 1 $x_{2,3}(\sigma, \eta)$ принимают только положительные, а слева от кривой 2 только отрицательные

значения. Таким образом, к любой σ можно подобрать такое значение $\eta_{кр}$, что для всех $\eta > \eta_{кр}$ система является устойчивой.

Напомним, что речь идет об ограниченной плазме. Поэтому наличие области устойчивости не противоречит тому положению, что плазма всегда является неустойчивой, в том случае, когда функция распределения имеет больше одного максимума, которое было выведено для неограниченной плазмы. Действительно, в неограниченной плазме длина волны λ не ограничена сверху, так что всегда, при любой скорости \bar{v} , найдутся волны с такими волновыми числами k , для которых $\eta = \left(\frac{k\bar{v}}{\omega_p}\right)^2 < \eta_{кр}$.

В ограниченной же плазме волновое число k может принимать только определенные дискретные значения $k_n = \frac{n\pi}{L}$, где L — длина плазменного слоя ($n = 1, 2, 3 \dots$), т. е. волны с длиной волны $\lambda > 2L$ и с волновым числом $k = \frac{2\pi}{\lambda} < \frac{\pi}{L} = k_{мин}$ не могут возбуждаться из-за наличия граничных условий. Значит, если электроны пучков вступают в плазму со слишком большой скоростью \bar{v} , то выражение $\eta' = \left(\frac{k_{мин}\bar{v}}{\omega_p}\right)^2$ может быть больше $\eta_{кр}$, и никаких плазменных волн в этом случае не возбуждается. Если мы уменьшаем скорость пучков, то возбуждаются сначала колебания с волновым числом $k_1 = \frac{\pi}{L}$, потом с $k_2 = \frac{2\pi}{L}$ и т. д., и мы получаем картину, которая соответствует рис. 4 в работе [5], и которая наблюдалась в опыте Кофойда [1]. Остается однако непонятным, как могло получиться, что в эксперименте Кофойда фазовая скорость волн оказалась намного больше направленной скорости электронов пучков

$$\left(v_\varphi = \frac{\omega}{k} \approx 1,1 \cdot 10^9; \bar{v} = 0,48 \cdot 10^9\right);$$

такое явление не объясняется ни одной из существующих теорий*.

Кривая 2 на рис. 2 является решением уравнений (5), (6) для отрицательных значений x . Это значит, что при достаточно больших значениях плотности электронов в пучках реальная часть частоты исчезает, и мы имеем чисто аperiодический по времени процесс. Так, например, электрическое поле E принимает форму $E = E_0 e^{it} \sin kx$, и оказывается принципиально невозможным получать высокочастотные колебания описанным методом, когда плотность пучков во много раз превышает плотность основной плазмы или когда последняя совсем отсутствует. Это хорошо подтверждается экспериментом Кофойда, где при наличии основной плазмы и двух встречных пучков были получены колебания большой амплитуды, в то время как при таких же условиях, только без основной плазмы, никаких колебаний обнаружить не удалось.

Если нам известно для каких значений основных параметров система переходит границу между областями устойчивости и неустойчивости, мы вблизи этой границы уже в нелинейном приближении сможем искать установившиеся колебания с определенной амплитудой. Пусть, например, при данных значениях $k\bar{v}$, ξ_p , ξ_b плотность n_b электронов

* Предполагается, что это расхождение связано с тем, что в эксперименте Кофойда диаметр пучков был гораздо меньше длины волны. В этом случае одномерная теория дает слишком большие значения для фазовой скорости (например [9]).

в пучках примет такое значение \bar{n} , при котором система находится на границе области устойчивости. Тогда, как видно из рис. 2, для $n_b = \bar{n}(1 + \mu^2)$ система будет уже неустойчивой, как только $\mu \neq 0$, т. е. как только плотность n_b электронов пучков превышает критическое значение \bar{n} . Применяя метод малого параметра (см. [6]), мы разложим функции E и F в степенные ряды по параметру $\mu = \sqrt{\frac{n_b - \bar{n}}{\bar{n}}}$, т. е. F и E будем искать в форме

$$\begin{aligned} F &= f_0(v) + \mu f_1(v, x, t) + \mu^2 f_2(v, x, t) + \dots \\ E &= \mu E_0 \sin kx \cos \omega t + \mu^2 E_2(x, t) + \dots \\ \omega &= \omega_0 + \mu^2 \gamma + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

где частота ω_0 является решением дисперсионного уравнения для таких значений $k\bar{v}$, \bar{n} , при которых система находится на границе области устойчивости. Заметим, что такой подход возможен именно в ограниченной плазме из-за дискретности значений волнового числа k и наличия минимального k_{\min} . Только это дает возможность выбирать критическое значение плотности \bar{n} таким образом, чтобы для $\mu = 0$ система действительно находилась в невозбужденном состоянии. В неограниченной же плазме, как мы уже видели, колебания возбуждаются при любых значениях параметров n_b , \bar{v} , и было бы ошибочно ожидать, чтобы при $\mu = 0$ плазма описывалась только функцией распределения $F = f_0(v)$ состояния равновесия.

Начальную функцию распределения $f_0(v)$ запишем теперь в форме

$$f_0(v) = f_{00}(v) + \mu^2 f_{02}(v), \quad (9)$$

где $f_{00}(v)$ отличается от $f_0(v)$, данной в формуле (4), только тем, что вместо n_b записано \bar{n} , а f_{02} имеет вид

$$f_{02} = \frac{\bar{n}}{\sqrt{2\pi} v_b} \left[e^{-\frac{(v-\bar{v})^2}{2v_b^2}} + e^{-\frac{(v+\bar{v})^2}{2v_b^2}} \right]. \quad (10)$$

Подставив выражения (9), (10) в уравнения (1), (2), и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях μ , мы получаем следующие уравнения:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{e}{m} E_1 \frac{\partial f_{00}}{\partial v} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial x} = 4\pi e \int f_1 dv.$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} + v \frac{\partial f_2}{\partial x} + \frac{e}{m} E_2 \frac{\partial f_{00}}{\partial v} = -\frac{e}{m} E_1 \frac{\partial f_1}{\partial v}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial x} = 4\pi e \int f_2 dv.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_3}{\partial t} + v \frac{\partial f_3}{\partial x} + \frac{e}{m} E_3 \frac{\partial f_{00}}{\partial v} = & -\frac{e}{m} \left[E_1 \left(\frac{\partial f_2}{\partial v} + \frac{\partial f_{02}}{\partial v} \right) + E_2 \frac{\partial f_1}{\partial v} \right] - \\ & - \frac{f_{11}}{2} \gamma \sin(kx - \omega t) + \frac{f_{12}}{2} \gamma \sin(kx + \omega t) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\partial E_3}{\partial x} = 4\pi e \int f_3 dv.$$

Здесь E_1 означает $E_1 = E_0 \sin kx \cos \omega t$, а f_{11}, f_{12} являются компонентами решения

$$f_1 = \frac{f_{11}}{2} \cos(kx - \omega t) + \frac{f_{12}}{2} \cos(kx + \omega t) \quad (14)$$

уравнений (11) и имеют вид

$$f_{11} = \frac{e}{m} E_0 \frac{\partial f_{00}/\partial v}{kv - \omega_0}; \quad f_{12} = \frac{e}{m} E_0 \frac{\partial f_{00}/\partial v}{kv + \omega_0}. \quad (15)$$

Основную частоту ω_0 мы выбираем так, чтобы она была решением дисперсионного уравнения

$$1 = \frac{4\pi e^2}{mk} \int \frac{\partial f_{00}/\partial v}{kv - \omega_0} dv = \frac{4\pi e^2}{mk} \int \frac{\partial f_{00}/\partial v}{kv + \omega_0} dv \quad (3')$$

при тех значениях параметров $\bar{n}, \bar{v}, v_b, v_p$, для которых система находится на границе области устойчивости. Если мы через ω' обозначим некоторую вещественную переменную, а через $g(\omega')$ функцию

$$g(\omega') \equiv 1 - \frac{4\pi e^2}{mk} \int \frac{\partial f_{00}/\partial v}{kv - \omega'} dv, \\ g(\omega') \equiv 1 - \frac{4\pi e^2}{mk} \int \frac{\partial f_{00}/\partial v}{kv - \omega'} dv - i\pi \frac{4\pi e^2}{mk} \left(\frac{\partial f_{00}}{\partial v} \right)_{\frac{\omega'}{k}}, \quad (16)$$

$$g(\omega') \equiv g_1(\omega') + ig_2(\omega'),$$

то, обобщая соответствующие результаты первой части настоящей работы, мы приходим к выводу, что ω_0 должна удовлетворять следующим условиям:

$$g_1(\omega_0) = 0, \quad (17)$$

$$g_2(\omega_0) = 0, \quad (18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega'} (g_1(\omega'))_{\omega_0} = 0. \quad (19)$$

При низких температурах ($v_p^2 \ll v_b^2, v_b^2 \ll (\bar{v} - v_p)^2$, где v_p — фазовая скорость волн), уравнения (17) и (19) переходят в (5), (6) и соотношением (18) в этом случае можно пренебрегать. При отыскании установившихся, незатухающих колебаний мы, однако, будем предполагать, что условие (18) выполняется строго. Зная решение уравнений (11), можно решить систему уравнений (12), потом уравнения (13) и т. д. Так, E_2 имеет вид

$$E_2 = E_{20} \sin 2kx + E_{21} \sin 2kx \cos 2\omega t, \quad (20)$$

где

$$E_{20} = \frac{\frac{e}{m} \frac{E_0^2}{32} \frac{4\pi e^2}{mk} \int \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \left[\left(\frac{1}{kv - \omega_0} + \frac{1}{kv + \omega_0} \right) \frac{\partial f_{00}}{\partial v} \right] dv}{1 - \frac{4\pi e^2}{4mk^2} \int \frac{1}{v} \frac{\partial f_{00}}{\partial v} dv}, \quad (21)$$

а для E_{21} мы сразу получим два уравнения

$$E_{21} = \frac{e}{m} \frac{E_0^2}{12} \frac{4\pi e^2}{m} \int \frac{\frac{\partial f_{00}}{\partial v}}{(kv - \omega_0)^3} dv, \quad (22)$$

$$E_{21} = \frac{e}{m} \frac{E_0^2}{12} \frac{4\pi e^2}{m} \int \frac{\frac{\partial f_{00}}{\partial v}}{(kv + \omega_0)^3} dv. \quad (23)$$

Легко показать, что вещественные части интегралов на правых сторонах уравнений (22) и (23) равны друг другу, между тем как мнимые части должны быть равны нулю, и мы имеем еще одно условие для существования установившихся, незатухающих стоячих волн

$$\left(\frac{\partial^3 f_{00}}{\partial v^3} \right)_{\frac{\omega_0}{k}} = 0. \quad (24)$$

Но это значит, что выбрав при данной электронной концентрации какую-нибудь частоту как основную частоту ω_0 колебаний системы, мы уже не можем произвольно выбирать не только основные параметры $k\bar{v}$ и \bar{n} , но и тепловые скорости v_p и v_b , так как они полностью определяются соотношениями (17) — (19) и (24). При данном значении $\frac{\omega_0}{v_p}$ эти уравнения представляют собой систему из четырех уравнений с четырьмя неизвестными $\frac{\bar{n}}{n_p}$, $\frac{k\bar{v}}{\omega_p}$, $\frac{kv_p}{\omega_p}$, $\frac{kv_b}{\omega_p}$, которую можно решить методом последовательных приближений. Как показывают расчеты, строгое выполнение условий (18) и (24) требует довольно больших тепловых скоростей. Так, в области

$$0,1 \lesssim \frac{\bar{n}}{n_p} \lesssim 10 \text{ значения } \frac{v_p^2}{v_\varphi^2}, \frac{v_b^2}{(v - v_\varphi)^2} \text{ достигают величины порядка } 0,1,$$

так что пренебрегая этими величинами, можно сделать ошибку порядка 20%. В то же время, пользуясь уравнениями (5), (6), где мы пренебрегли членами четвертого и высшего порядка, можно вычислить величины η , σ элементарными методами с ошибкой, не превышающей 10%.

Функцию f_2 мы найдем в форме

$$f_2 = \frac{1}{2} f_{21} \cos 2(kx - \omega t) + \frac{1}{2} f_{22} \cos 2(kx + \omega t) + f_{2k} \cos 2kx + f_{2\lambda} \cos 2\omega t, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} f_{21} &= \frac{1}{2} \frac{1}{kv - \omega_0} \frac{e}{m} \left(E_{21} \frac{\partial f_{00}}{\partial v} + \frac{E_0}{4} \frac{\partial f_{11}}{\partial v} \right), \\ f_{22} &= \frac{1}{2} \frac{1}{kv + \omega_0} \frac{e}{m} \left(E_{21} \frac{\partial f_{00}}{\partial v} + \frac{E_0}{4} \frac{\partial f_{12}}{\partial v} \right), \\ f_{2k} &= \frac{1}{2} \frac{1}{kv} \frac{e}{m} \left[E_{20} \frac{\partial f_{00}}{\partial v} + \frac{E_0}{8} \frac{\partial}{\partial v} (f_{11} + f_{12}) \right], \\ f_{2\lambda} &= \frac{1}{2\omega_0} \frac{e}{m} \frac{E_0}{8} \frac{\partial}{\partial v} (f_{11} - f_{12}). \end{aligned} \quad (26)$$

Подставляя выражения для E_2 и f_2 в уравнения (13), можно найти величины E_3, f_3 в явной форме. Мы здесь, однако, будем довольствоваться тем, чтобы из условия разрешимости системы уравнений (13) получить уравнения для определения амплитуды E_0 основной гармоники и поправки γ к частоте. После довольно длительных, но несложных преобразований для E_0 и γ получим следующие уравнения:

$$R_1 + \frac{\gamma}{\omega_0} R_2 + A^2 R_3 = 0, \quad (27)$$

$$I_1 + \frac{\gamma}{\omega_0} I_2 + A^2 I_3 = 0, \quad (28)$$

где

$$A^2 = \frac{1}{16} \frac{e^2 E_0^2}{m^2 k^2 v_\varphi^4}, \text{ а } R_i, I_i (i = 1, 2, 3) \quad (29)$$

означают соответственно реальные и мнимые части следующих выражений

$$\begin{aligned} G_1 &= \int \frac{\partial f_{02}/\partial v}{v - v_\varphi} dv, \\ G_2 &= v_\varphi \int \frac{\partial f_{00}/\partial v}{(v - v_\varphi)^2} dv, \\ G_3 &= \frac{3}{4} G_2 - \frac{v_\varphi^2}{2} \int \frac{\partial f_{00}/\partial v}{(v - v_\varphi)^3} dv + \\ &+ \frac{1}{6} \frac{4\pi e^2}{mk^2} v_\varphi^4 \left[\int \frac{\partial f_{00}/\partial v}{(v - v_\varphi)^3} dv \right]^2 - \frac{3}{2} v_\varphi^4 \int \frac{\partial f_{00}/\partial v}{(v - v_\varphi)^5} dv. \end{aligned} \quad (30)$$

Легко показать, что R_2 равна нулю в силу условия $(\partial f_{00}/\partial v)_{v_\varphi} = 0$, так что мы имеем

$$A^2 = - \frac{R_1}{R_3}. \quad (31)$$

γ определяется из соотношения

$$\frac{\gamma}{\omega_0} = - \frac{I_3}{I_2} A^2 - \frac{I_1}{I_2} \quad (32)$$

и так как I_3 больше I_1 на несколько порядков, можно сказать, что поправка к частоте пропорциональна квадрату амплитуды. Таким образом, наша система уравнений (1), (2) допускает решение в виде стоячих незатухающих волн

$$\begin{aligned} E &= \mu E_0 \sin kx \cos \omega t + \mu^2 E_{20} \sin 2kx \left(1 + \frac{E_{21}}{E_{20}} \cos 2\omega t \right) + \\ &+ \mu^3 E_3(x, t) + \dots, \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$E_0 = \frac{4mk}{e} v_\varphi^2 \sqrt{-\frac{R_1}{R_3}} \quad (34)$$

и

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \mu^2 \frac{\gamma}{\omega_0} + \dots \right). \quad (35)$$

Величины E_{20} и E_{21} определяются из формул (21) и (22). Они равны

$$E_{20} = \frac{eE_0^2}{mkv_\phi^2} C_1; \quad E_{21} = \frac{eE_0^2}{mkv_\phi^2} C_2, \quad (36)$$

где C_1, C_2 — постоянные порядка единицы.

Функции E_0 и γ зависят от выбора параметров системы. Так, например, можно построить зависимость E_0 от критического значения плотности пучка \bar{n} (рис. 3). Как и следовало ожидать, величина E_0

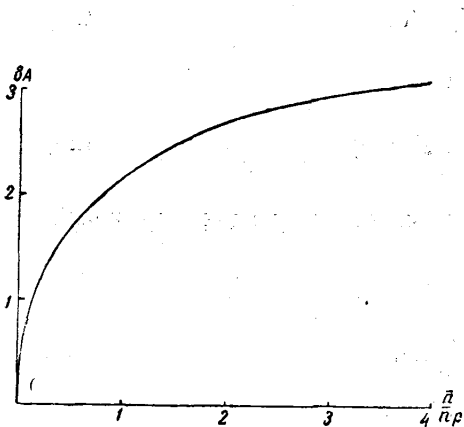


Рис. 3. Зависимость безразмерной величины $8A = \frac{2eE_0}{mkv_\phi^2}$ от параметра $\frac{\sigma}{2} = \frac{\bar{n}}{n_p}$

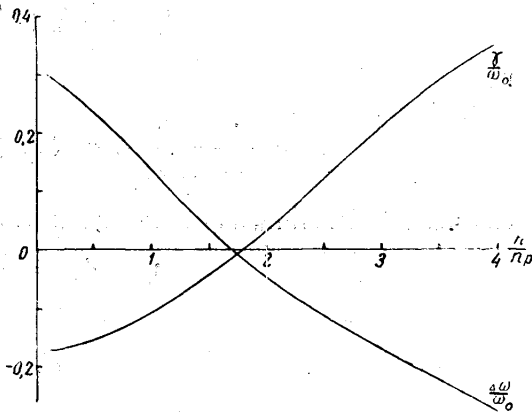


Рис. 4. Зависимость величин γ/ω_0 и $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 1 - \sqrt{\frac{1+\sigma}{x}}$ от параметра $\frac{\sigma}{2} = \frac{\bar{n}}{n_p}$

растет с ростом отношения плотности пучков к плотности плазмы. Из рис. 3 видно, что если (по формуле (24)) $v_\phi^2 \approx 10v_p^2$, амплитуда установившихся колебаний $E_{уст}$ порядка $10\mu \frac{k}{e} x T_e$, что подтверждается результатом, полученным Ю. Л. Климонтовичем [7].

На рис. 4 показан ход поправки к частоте γ/ω_0 , и величины $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 1 - \sqrt{\frac{1+\sigma}{x}}$ с отношением $\frac{\bar{n}}{n_p}$. Так как выражение

$$1 - \sqrt{\frac{1+\sigma}{x}} = \frac{\omega_0 - \sqrt{\omega_p^2 + 2\omega_b^2}}{\omega_0} = \frac{1}{\omega_0} (\omega_0 - \omega_L)$$

является отклонением основной частоты ω_0 от полной лэнгмюровской частоты $\omega_L = \sqrt{\omega_p^2 + 2\omega_b^2}$ всей системы, мы видим, что поправка к частоте всегда направлена так, чтобы частота установившегося состояния находилась как можно ближе к лэнгмюровской частоте системы, т. е. с какой частотой система не возбуждается, в конечном счете она будет колебаться на частоте, близкой к лэнгмюровской. Это поведение плазмы и является причиной некоторой ограниченности примененного нами метода. Очевидно, условия (18) и (24), строгое выполнение которых требует больших температур $v_p^2 \gg \frac{v^2}{30}$, являются довольно жесткими и в эксперименте часто не выполняются. Требование столь высоких тем-

ператур объясняется следующим образом. Примененный нами метод позволяет системе возбуждаться и на частотах, очень далеких от лэнгмюровских. Но в установившемся состоянии система обязательно должна колебаться с лэнгмюровской частотой (см. [8]), т. е. во время установления колебаний система должна переходить от начальной частоты $\omega_0 \neq \omega_L$ к частоте $\omega \approx \omega_L$. Метод малого параметра теперь требует, чтобы этот переход происходил медленно, а это возможно только при высоких температурах, так как поправка γ по формуле (32) пропорциональна выражению I_3/I_2 , которое с понижением температуры стремится к бесконечности, как $\frac{1}{T e^3}$.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность Ю. Л. Климонтовичу за постоянный интерес и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kolfovd M. Y. Phys. Rev. Letters, 4, 556, 1960.
2. Габович М. Д. «Радиотехника и электроника», 6, 178, 1961.
3. Демирханов Р. А., Говорков А. К., Попов А. Ф., Зверев Г. И. ЖТФ, 30, 306, 1960.
4. Ландау Л. Д. ЖЭТФ, 16, 574, 1946.
5. Левен Р. В. «Вестн. Моск. ун-та», сер. мат., мех., астроном., физ., химии, № 4, 32, 1960.
6. Sumi M. J. Phys. Soc. Japan, 15, 1086, 1960.
7. Климонтович Ю. Л. ЖЭТФ, 36, 1405, 1959.
8. Половин Р. В. ЖЭТФ, 31, 354, 1956.
9. Будкер Г. Н. «Атомная энергия», 1, вып. 5, 1956.

Поступила в редакцию
30. 11 1961 г.

Кафедра
общей физики