## Becmhuk

# МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 4 - 1962

#### \_\_\_\_\_Q

## А. С. ДАВЫДОВ, Р. А. САРДАРЯН

## ВОЗБУЖДЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ НЕЧЕТНЫХ АТОМНЫХ ЯДЕР С МАЛОЙ НЕАКСИАЛЬНОСТЬЮ

Рассчитывается последовательность спинов и отношений энергии возбужденных состояний нечетных ядер без разделения возбуждений на одночастичные и коллекгивные. Результаты теории сравниваются с экспериментом.

### Введение

Возбужденные состояния атомных ядер принято подразделять на одночастичные и коллективные. Последние в свою очередь делятся на вибрационные (β- и γ-колебания) и вращательные. Подразделение возбуждений на одночастичные и коллективные сравнительно хорошо оправдывается для четно-четных атомных ядер, так как спектр одночастичных возбуждений отделен от основного состояния «щелью», величина которой порядка 1—2 *мэв*. В нечетных атомных ядрах энергия одночастичных возбуждений одного порядка с энергией вращения и колебаний поверхности ядра, поэтому выделение одночастичных возбуждений из общего возбуждения ядра в ряде случаев мало оправдано.

В работе Давыдова [1] было показано, что в четных ядрах, равновесная форма которых близка к аксиально-симметричной, вращение нельзя рассматривать независимо от ү-колебаний. Таким образом, следует ожидать, что малые возбужденные состояния нечетных ядер имеют сложную природу, не допускающую простое выделение вращательной и одночастичной энергии возбуждений. Эти возбужденные состояния соответствуют определенным значениям четности и полного углового момента.

В данной статье делается попытка исследовать возбужденные состояния нечетных атомных ядер с малой неаксиальностью на основе простой модели ядра, позволяющей рассматривать такие возбуждения с единой точки зрения. В качестве модели ядра берется система, состояшая из остова, равновесная форма которого в основном состоянии соответствует эллипсоиду вращения и одного внешнего нуклона. Поверхность ядра может совершать малые колебания  $\beta$  и  $\gamma$  относительно равновесных значений  $\beta_0 \neq 0$  и  $\gamma_0 = 0$ .

Ядра, спин основного состояния которых равен 1/2 и 3/2, требуют специального исследования (см., например, [2, 3]). В этой статье рас-

сматриваются ядра, спин основного состояния которых равен 5/2 и 7/2. Получены формулы, позволяющие рассчитать последовательность спинов и отношение энергий возбужденных состояний нечетных ядер через некоторое число параметров. В адиабатическом приближении по  $\beta$ -колебаниям поверхности ядра, формулы значительно упрощаются, что дает возможность определить последовательность спинов и отношений энергий возбужденных состояний только через один параметр для основной одночастично-вращательной полосы и через два параметра для первой аномальной полосы. Результаты теории сравниваются с экспериментальными значениями для тяжелых ядер.

### § 1. Основные уравнения модели

При малых отклонениях от равновесных значений β<sub>0</sub> и γ<sub>0</sub> возбужденные состояния рассматриваемой системы, состоящей из остова и внешнего нуклона, определяются уравнением Шредингера

$$(H_v + H_{rot} + H_p(x) + H_{int} - E)\Psi = 0,$$
(1)

где  $H_p(x) + H_{int}$  — оператор Гамильтона внешнего нуклона в поле остова ядра;  $H_p(x)$  — учитывает центрально-симметричную часть поля;

$$H_{int} = -T(r)\beta\{\cos\gamma(3\hat{j}_3^2 - j^2) + \sqrt{3}\sin\gamma(\hat{j}_1^2 - \hat{j}_2^2)\}$$
(2)

оператор, учитывающий несферическую часть поля остова ядра; r — расстояние нуклона от центра ядра; x — пространственные и спиновые координаты нуклона;  $\hat{j}_1$ ,  $\hat{j}_2$ ,  $\hat{j}_3$  — операторы проекций углового момента внешнего нуклона на оси координатной системы, связанной с ядром;

$$H_{v} = -\frac{\hbar^{2}}{2B\beta^{2}} \left\{ \frac{1}{\beta^{2}} - \frac{\partial}{\partial\beta} \left( \beta^{4} - \frac{\partial}{\partial\beta} \right) + \frac{1}{\gamma} - \frac{\partial}{\partial\gamma} \left( \gamma - \frac{\partial}{\partial\gamma} \right) \right\} + \frac{C}{2} - (\beta - \beta_{0})^{2} + \frac{B\omega_{\gamma}^{2}\beta_{0}^{2}}{2} \gamma^{2}$$

оператор, характеризующий β- и γ-колебания поверхности остова ядра;

$$\begin{split} H_{\rm rot} &= \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \sum_{\varkappa=1}^3 \frac{(\widehat{l}\varkappa - \widehat{j}_n)^2}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\varkappa\right)} \approx \frac{\hbar^2}{6B\beta^2} \,\{\widehat{l}^2 + \widehat{J}^2 - \widehat{l}_3^2 - \widehat{J}_2^2 - \\ &- 2\,(\widehat{l}_1\widehat{j}_1 + \widehat{l}_2\widehat{j}_2) + \frac{3}{4}\left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{3}\right)(\widehat{l}_3 - \widehat{j}_3)^2 \end{split}$$

оператор вращательной энергии ядра;  $\widehat{I}, \widehat{I}_1, \widehat{I}_2, \widehat{I}_3$  — соответственно операторы полного углового момента и его проекции на оси координат, связанные с ядром.

Оператор Гамильтона уравнения (1) коммутирует с оператором квадрата полного углового момента. Волновая функция уравнения (1), удовлетворяющая необходимым условиям симметрии [2], может быть записана в виде

$$\Psi_{Ij} = F_{Ij}(\beta) \Phi_{Ij\tau}(x, \gamma, \theta_1 \theta_2 \theta_3), \tag{3}$$

73

где

$$\Phi_{Ij\tau} = \sum_{m} \sum_{k} \Psi_{k}^{m}(\gamma) | I\gamma km >,$$

$$|Ijkm\rangle = \frac{\sqrt{2I+1}}{4\pi} \left\{ D^{I}_{Mk}(\theta_{i}) \varphi^{j2}_{k-2m}(x) + (-1)^{I-j} D^{I}_{M,-k}(\theta_{i}) \varphi^{j\tau}_{k+2m}(x) \right\}.$$
(4)

В выражении (4) суммирование по k производится по значениям k = 1/2, 3/2,...;суммирование по m производится по целочисленным значениям m, удовлетворяющим неравенству  $1/2 - j \ll 2m \ll I + j$ , причем  $\psi_k^m$  определены для значений k и m, удовлетворяющих неравенству  $|k - 2m| \ll j$ ,  $\varphi_{\Omega}^{j\tau}(x)$  — собственные функции оператора  $H_p(x)$ , соответствующие собственным значениям  $E_{j\tau}; \ \Omega = k - 2m$  — проекция углового момента внешнего нуклона на аксиальную ось ядра (ось 3);  $\tau$  характеризует другие квантовые числа (в частности четность состояния).

Подставляя (3) в (1) и заменяя (2) его средним значением по состоянию  $\phi_{\alpha}^{i\tau}$  и нулевым колебаниям поверхности ядра

$$\overline{H}_{int} \approx - < T > \beta_0 (3 \hat{j}_3^2 - j(j+1))$$

находим систему двух уравнений:

$$\left\{\frac{\hbar^2}{2B}\frac{d^2}{d\beta^2} - W_{\Lambda}\left(\beta\right) + \left(E - E_{j\tau}\right)\right\}\beta^2 F_{\Lambda j}\left(\beta\right) = 0$$
(5)

уравнение, содержащее переменную β, в котором роль потенциальной энергии играет член

$$W_{\Lambda}(\beta) = \frac{C}{2} \left(\beta - \beta_0\right)^2 + \frac{\hbar^2 \left(\Lambda + 2\right)}{2B\beta^2}, \qquad (6)$$

и уравнение, относящееся к другим переменным системы

$$[\widehat{L} + \widehat{\Omega} - \Lambda] \Phi_{Ij\tau}(x, \gamma, \theta;) = 0, \qquad (7)$$

где

$$L = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left( \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right) + D\gamma^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{3} \right) (\widehat{I}_3 - \widehat{j}_3)^2, \tag{8}$$

$$\widehat{\Omega} = \frac{1}{3\xi} \left[ j(j+1) - \widehat{3}\widehat{j}_{3}^{2} \right] + \frac{1}{3} \left[ l(l+1) + j(j+1) - \widehat{3}\widehat{j}_{3}^{2} \right] + \frac{1}{3} \left[ l(l+1) - \frac{1}{3} \right] + \frac{1}{3} \left[ l(l+1) - \frac{1}{3} \right] + \frac{1}{3} \left[ l(l+1) - \frac{1}{3} \right$$

$$-\hat{I}_{3}^{2}-\hat{j}_{3}^{2}-2\,(\hat{I}_{1}\hat{j}_{1}+\hat{I}_{2}\hat{j}_{2})], \qquad (9)$$

$$D = \left(\frac{-\frac{B\omega_{\gamma}\beta_0^2}{\hbar}}{\hbar}\right)^2; \quad \xi = \frac{\hbar^2}{6B\beta_0^3 < T >}.$$
(9a)

При фиксированных значениях  $j\tau$  уравнение (7) позволяет вычислить параметр  $\Lambda$  разделения уравнений для каждого значения полного углового момента системы, характеризуемого квантовым числом I = 1/2, 3/2, ... С псмощью найденных значений  $\Lambda$  можно из уравнения (5) вычислить разности энергий  $E - E_{j\tau}$ , которые и будут определять возбужденные состояния системы, соответствующие внутреннему состоянию  $E_{j\tau}$ . В следующем разделе будет указан метод решения уравнения (7).

## § 2. Вычисление параметров Л

Подставляя функции (4) в уравнение (7) и учитывая, что операторы  $\widehat{L}$  и  $\widehat{\Omega}$  не меняют абсолютного значения квантового числа *m*, мы для каждого абсолютного значения *m* получим систему уравнений

$$(\widehat{L}_{m} - \Lambda) \psi_{k'}^{\alpha'}(|m|) + \sum_{k,\alpha} a_{k'k}^{\alpha'\alpha}(|m|) \psi_{k}^{\alpha}(|m|) = 0,$$
(10)

где

$$\alpha = \frac{m}{|m|},$$

$$\widehat{L}_m \equiv -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \left( \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right) + D\gamma^2 + \frac{m^2}{4} \left( \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{3} \right), \qquad (11)$$

$$a_{k'k}^{\alpha'\alpha}(|m|) \equiv \langle Ijk', \alpha'|m||\widehat{\Omega}|Ijk,\alpha|m| \rangle.$$
<sup>(12)</sup>

Из (11) следует, что в состояниях с определенным значением роль |m| оператора потенциальной энергии  $\gamma$ -колебаний играет член  $D\gamma^2 + \frac{m^2}{4}\left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{3}\right)$ . Следовательно, ядро в состоянии  $|m| \neq 0$  не имеет аксиальной оси симметрии.

Уравнения (10) представляют систему дифференциальных уравнений. Если функции  $\chi_{\lambda}^{[m]}(\gamma)$  являются собственными функциями оператора  $\hat{L}_{m}$ , т. е.

$$(\hat{L}_m - L_{|m|\lambda}) \chi_{\lambda}^{|m|} (\gamma) = 0, \qquad (13)$$

то решение системы (10) можно искать в виде

$$\psi_k^{\alpha|m|}(\gamma) = A_k^{\alpha}(|m|) \chi_{\lambda}^{|m|}(\gamma).$$
(14)

Подставляя (14) в (10), находим систему алгебраических уравнений

$$(L_{|m|\lambda} - \Lambda) A_{k'}^{\alpha'}(|m|) + \sum_{k_1 \alpha} a_{k'k}^{\alpha' \alpha}(|m| A_k^{\alpha}(|m|)) = 0.$$
(15)

Решение дифференциального уравнения (13) выражается через вырожденную гипергеометрическую функцию  $F(-\lambda_{se} \mid m \mid +1, y)$  с помощью равенства

$$\chi_{\lambda}^{|m|}(\gamma) = \left(-\sqrt{D}\gamma^{2}\right)^{\frac{|m|}{2}} F(-\lambda, |m|+1, \sqrt{D}\gamma^{2}) \exp\left(-\frac{\sqrt{D}\gamma^{2}}{2}\right), \quad (16)$$

где квантовые числа  $\lambda = 0, 1, 2, ...$ . Каждой функции (16) соответствует собственное значение

$$L_{|m|\lambda} = 2 \sqrt{\overline{D}} (2\lambda + |m| + 1) + \frac{m^2}{12}.$$
(17)

Для того чтобы система алгебраических уравнений (15) имела нетривиальные решения, необходимо выполнение следующего условия:

$$\|a_{k'k}^{\alpha'\alpha} - \Sigma \delta_{k'k} \delta_{\alpha'\alpha}\| = 0.$$
<sup>(18)</sup>

Корни этого уравнения будем нумеровать индексом l, пробегающим значения 1, 2, 3... так, что  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3 < \ldots$ . Зная корни  $\varepsilon_l$  уравнения (18), мы определим параметр  $\Lambda$ , который будет равен

$$\Lambda = \Lambda(\tau, j, I, |m|, \lambda, l) = 2\sqrt{\bar{D}(2\lambda + |m| + 1)} + \frac{m^2}{12} + \varepsilon_l^{i\tau}(|m|, l).$$
(19)

75

Учитывая (13) и (4), можно написать волновую функцию (зависящую от пяти переменных  $x, \gamma, \theta$ ) состояния, соответствующего (19), в виде

$$\Phi_{j\tau I}^{[m]\lambda l}(x, \gamma, \theta) = \sum_{k,\alpha} |Ijk, \alpha| m| > A_{kl}^{\alpha} \chi_{\lambda}^{[m]}(\gamma).$$
<sup>(20)</sup>

#### § 3. Вычисление энергии возбужденных состояний

Вычисленный в § 2 параметр  $\Lambda$  (19) определяет потенциальную энергию  $\beta$ -колебаний с помощью соотношения (6). Разлагая (6) в ряд относительно значения  $\beta_{\Lambda}$ , соответствующего минимуму  $W_{\Lambda}$  ( $\beta$ ), можно написать

$$W_{\Lambda}(\beta) = W_{\Lambda}(\beta_{\Lambda}) + \frac{C_{\Lambda}}{2} (\beta - \beta_{\Lambda})^{2}, \qquad (21)$$

где

$$C_{\Lambda} = C \left[ 1 + rac{3\hbar^2 \left(\Lambda + 2\right)}{BC\beta_{\Lambda}^4} 
ight]; \ \beta_{\Lambda} = \beta_0 + rac{\hbar^2 \left(\Lambda + 2\right)}{BC\beta_{\Lambda}^3}$$

После подстановки (21) в (5), получаем уравнение, решение которого исследовалось в работе Давыдова [1].

Таким образом можно показать, что волновая функция уравнения (5) выражается через функции Эрмита

$$H_{\nu}(z) = [2\Gamma(-\nu)]^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \Gamma\left(\frac{n-\nu}{2}\right) (2z)^n$$
(22)

с помошью соотношения

$$F_{\Lambda}(\beta) = \frac{N}{\beta^2} e^{-\frac{z^2}{2}} H_{\nu}(z), \qquad (23)$$

где

$$z = \frac{p (\beta - \beta_{\Lambda})^{2}}{\mu_{1}\beta_{\Lambda}}; \ \mu_{1} = \mu \left[1 + 3 (\lambda + 2) \left(-\frac{\mu}{p}\right)^{4}\right]^{-1/4};$$
$$(p - 1)^{3} p = (\Lambda + 2) \mu^{4},$$

у --- корень трансцендентного уравнения

$$H_{\gamma}\left(-\frac{p}{\mu_{1}}\right)=0;$$
(24)

N — множитель нормировки;  $\mu = \frac{1}{\beta_0} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{C}}$  — «параметр неадиабатичности». Энергия ядра, соответствующая определенному значению  $\Lambda$  и параметру неадиабатичности  $\mu$ , выражается формулой

$$\Delta E_{j\tau}^{[m]}(Il\lambda\nu) = E - E_{j\tau} = \hbar\omega \left\{ \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \sqrt{1 + 3(\Lambda + 2)\left(\frac{\mu}{p}\right)^4} + \frac{\Lambda + 2}{3} \left(\frac{\mu}{p}\right)^2 + \frac{(p-1)^2}{2\mu} \right\}.$$
(25)

Полная волновая функция рассматриваемых состояний определяется произведением (20) на (23). В тех случаях, когда  $\mu < \frac{1}{3}$  значение  $\nu$  в уравнении (24) мало отличается от целых чисел, т. е.  $\nu \approx n = 0, 1, 2, ...$ 

В этом случае функции (22) переходят в полиномы Эрмита и равенство (25) можно заменить приближенным выражением

$$\Delta E_{j\tau}^{|m|}(Il\lambda n) = \hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar^2}{2B\beta_{\Lambda}^2}\left\{1+3\mu^2\left(n+\frac{1}{2}\right)-\mu^4(\Lambda+2)\right\}.$$
 (26)

Следовательно, при μ<1/3 можно приближенно выделить возбуждения, соответствующие β-колебаниям.

В последующем изложении мы будем пользоваться приближенной формулой (26). Если  $\mu > 1/3$ , то вычисления надо вести с помощью формулы (25).

Возбуждения, соответствующие значению m=0, будем называть основной полосой возбужденных состояний. Возбуждения с |m|=1, 2, ...будут соответственно называться первой, второй и т. д. аномальными полосами возбужденных состояний.

Подставляя в (26) значение (19) и учитывая (9а), получаем

$$\Delta E_{jr}^{|m|}(Il\lambda n) = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right) + \overline{\mathfrak{s}}_{jr}^{|m|}(Il\lambda) \left\{1 + 3\mu^2 \left(n + \frac{1}{2}\right) - \mu^4 \frac{2B\beta^2}{\hbar^2} \mathfrak{s}_{j\tau}^{|m|}(Il\lambda)\right\}, \qquad (27)$$

где

$$\mathcal{E}_{j\tau}^{[m]}(Il\lambda) = \hbar\omega_{\gamma}(2\lambda + |m| + 1) + \frac{\hbar^{2}}{2B\beta_{0}^{2}} \left[ \varepsilon_{l}^{j\tau}(|m|, l) + 2 + \frac{m^{2}}{12} \right].$$
(28)

Энергия (27) основного состояния ядра характеризуется значением  $m = \lambda = n = 0$ , l = 1 и квантовым числом  $I = I_0$ , которому соответствует наименьшее значение  $\mathscr{E}_1^{j_{\tau}}(0I)$ , т. е. наименьшее значение корня уравнения (17).

При положительных значениях  $\xi$  наименьшее значение корня уравнения (17) соответствует  $I_0 = j$ .

Итак,

$$(\Delta E)_{\rm och} = \frac{\hbar\omega}{2} + \mathscr{E}^0_{j\tau} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \mu^2 - \mu^4 \frac{2B\beta_0^2}{h^2} \, \mathscr{E}^0_{j\tau} \right\},\,$$

где

$$\mathscr{E}_{j\tau}^{0} = \mathscr{E}_{j\tau}^{0}(I_{0}10) = \hbar\omega_{\gamma} - \frac{\hbar^{2}}{2B\beta_{0}^{2}} [2 + \varepsilon_{1}^{j\tau}(0I_{0})].$$
(29)

Вычитая (29) из (27), получим энергию возбужденных состояний, соответствующих разным значениям квантовых чисел *I*, *l*,  $\lambda$ , *n*, *m*|. Например, в адиабатическом приближении по  $\beta$ -колебаниям ( $\mu = 0$ ) энергия возбужденных состояний определяется выражением

$$\Delta E_{J\tau}^{|m|}(Il\lambda n) - (\Delta E)_{\rm och} = \hbar \omega n + \hbar \omega_{\gamma} (2\lambda + |m|) + \frac{\hbar^2}{2B\beta_0^2} \left[ \Delta \varepsilon_l^{j\tau}(|m|, I) + \frac{m^2}{12} \right],$$
(30)

где

$$\Delta \varepsilon_l^{j\tau}(|m|, l) = \varepsilon_l^{j\tau}(|m|, l) - \varepsilon_l^{j\tau}(0, I_0).$$

77

Нас интересуют только отношения энергий возбужденных состояний к энергии первого возбужденного состояния, поэтому удобно выражать все энергии в безразмерных единицах. Разделив равенство (30) на  $\langle T > \beta_0$ , получим

$$E_{j\tau}^{|m|}(Il\lambda n) = \zeta n + \eta (2\lambda + |m|) + 3\xi \left[ \Delta \varepsilon_l^{j\tau}(|m|, I) + \frac{m^2}{12} \right], \quad (31)$$

где

$$\zeta = \frac{\hbar\omega}{\beta_0 \langle T \rangle}, \ \eta = \frac{\hbar\omega_{\gamma}}{\beta_0 \langle T \rangle}, \ \xi = \frac{\hbar^2}{6B\beta_0^3 \langle T \rangle}$$
(32)

три безразмерных параметра теории. При  $m=n=\lambda=0$  (32) сводится к равенству

$$E_{j\tau}^{0}(Il00) = 3\xi \Delta \varepsilon_{l}^{j\tau}(0I).$$
(33)

Следовательно, в адиабатическом приближении ( $\mu = 0$ ) последовательность спинов и отношения энергий возбужденных состояний основной полосы (m = 0,  $n = \lambda = 0$ ) определяются только одним параметром теории  $\xi$ . Возбужденные состояния типа (33) рассматривались авторами в предыдущей работе [4]. Эти возбуждения можно назвать вращательноодночастичными, так как они обусловлены как вращением ядра, так и изменением энергии внешнего нуклона. Вращательно-одночастичные возбуждения, различающиеся значениями I при l=1, образуют полосу возбужденных состояний, которую обычно называют «вращательной полосой». Правило интервалов в этой полосе, однако, отличается от правила интервалов, даваемого алиабатической теорией вращательных состояний аксиально-симметричных ядер, не учитывающей изменения состояний внешнего нуклона.

Вращательно-одночастичные возбуждения, соответствующие значениям l > 1, образуют дополнительные полосы возбужденных состояний. Положение этих полос (см. § 4) однозначно определено (в рамках приближения  $\mu = 0$ ) значением  $\xi$ , выбранным для описания «вращательной полосы».

В состояниях  $n = \lambda = 0$ ,  $|m| \neq 0$  равновесная форма ядра теряет аксиальную симметрию. Уровни этого типа лежат выше первых уровней состояний с m = 0 и их положение зависит от значения старого параметра § и нового параметра η, который определяет аддитивную добавку  $\eta |m|$  к энергии в единицах  $\beta_0 < T >$  или  $\hbar \omega_{\gamma}$  в обычных единицах энергии. При отличных от нуля квантовых числах  $\lambda$  и *n* в возбужденных состояниях в явном виде участвуют  $\gamma$ - и  $\beta$ -колебания. Следует, конечно, помнить об условности такой интерпретации.

Если вычисления производить по формулам (27), то можно учесть неадиабатические поправки с помощью параметра  $\mu < 1/3$ . При значениях  $\mu > 1/3$  надо пользоваться формулой (25).

В рассматриваемую систему уровней, имеющих одинаковую четность и базирующихся на состоянии  $E_{j\tau}$  оболочечной модели, может быть «вставлена» другая система уровней, базирующихся на другом одночастичном состоянии  $E_{j'\tau'}$ . Эта система уровней будет сдвинута относительно первой и может существенно отличаться от нее, так как характеризуется другими значениями безразмерных параметров  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ . Такая система уровней сравнительно легко может быть отделена от первой системы уровней, если состояние  $E_{j\tau}$  отличается от состояния  $E_{j'\tau'}$  четностью. Если же четности таких состояний одинаковы, то разделение двух (или большего числа) систем уровней очень сложно.

#### § 4. Сравнение теории с экспериментом

По формуле (31) были вычислены, как функции параметра  $\xi$  отношения возбужденных уровней энергии для ядер, имеющих спин  $\frac{5}{2}$  в основном состоянии. На рис. 1 указаны уровни основной полосы (m=0). На рис. 2 указаны нижние уровни первой аномальной полосы (|m|=1)



Рис. 1. Последовательность спинов и зависимость от параметра  $\xi$  энергии основной полосы (m = 0) возбужденных состояний атомных ядер, имеющих в основном состоянии спин 5/2

возбужденных состояний. Эта поначинается уровнем с  $I = \frac{1}{2}$ , лоса отстоящим от основного состояния ядра с  $I = \frac{5}{2}$  на величину ћ $\omega_{\gamma}$ . Положение следующих уровней co спинами <sup>3</sup>/2, <sup>5</sup>/2, ... однозначно определяется параметром 'ξ, значение которого вычисляется из отношения энергий двух уровней основной полосы. На рис. 3 указаны, как функции параметра ξ, отношения энергий возбужденных состояний основной полосы (m=0) для ядер, имеющих в основном состоянии спин 7/2. В табл. 1 указаны теоретические и









экспериментальные значения спинов и энергий возбужденных состояний ядра U<sup>233</sup>. Параметр ξ = 0,25 определялся из отношения энергий двух уровней основной полосы. Значение ħω<sub>γ</sub> выбрано равным 400 кэв. В табл. 2 указаны спины и энергии возбужденных состояний ядра Th<sup>231</sup>, базирующихся на двух одночастичных состояниях разной четности:

## Спины и энергии (*кэв*) ядра U<sup>233</sup>

	Теория ( $\xi = 0,25$ ; $\hbar \omega_{\gamma} = 400 \ \kappa$ <i>я</i> )							
основная	основная полоса $m = 0$		аномальная полоса  m  = 1		Эксперимент [5]			
$     \begin{array}{r}       5/2 \\       7/2 \\       9/2 \\       11/2 \\       13/2 \\       3/2 \\       5/2 \\       7/2 \\       \overline{} \\       \overline{} \\       7/2 \\       7/2 \\       \overline{} \\       7/2 \\       7/$	$ \begin{array}{c} 0 \\ 40 \\ 92,5 \\ 155 \\ 230 \\ 318 \\ 338 \\ 388 \\ 410 \\ 460 \\ \end{array} $			400 410 450			$ \begin{array}{c} 0 \\ 40 \\ 92 \\ \\ 313 \\ 341 \\ \\ 400 \\ 417 \\\\\\\\$	

Таблица 2

Спины и энергин (*кэв*) ядра Th<sup>281</sup>

Уровни отрицательной четности

эксперимент

теория (ξ=0,375)

теория (ξ =	0,65)	эксперимент [6]		
7/2 9/2	0 29,2	15 + 56		

Уровни положительной четности

$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
--	---	--	--

Спины и энергии (кэв) ядра Cm<sup>245</sup>

Таблица З

Теория	$I = (\xi = 0,60)$	Эксперимент [7]
$7/2 \\ 9/2 \\ 11/2 \\ 13/2 \\ 5/2 \\ 7/2 \\ 15/2 \\ 9/2 \\ 11/2 \\ 17/2 \\ 3/2 \\ 5/2 $	$\begin{array}{c} 0\\ 55\\ 130\\ 205\\ 252\\ 288\\ 299\\ 348\\ 397\\ 405\\ 410\\ 440\\ \end{array}$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

Спины и энергии (кэв) ядра Bk<sup>249</sup>

Теория (ξ=0,24)	Эксперимент [8]		
$\begin{array}{ccccccc} 7/_2 & 0 \\ 9/_2 & 41,7 \\ 11/_2 & 98,6 \\ 13/_2 & 152 \\ 15/_2 & 220 \\ 17/_2 & 281 \\ 5/_2 & 396 \\ 7/_2 & 432 \\ 9/_2 & 471 \\ 11/_2 & 520 \\ 13/_2 & 578 \end{array}$	$\begin{array}{cccccc} 7/_2 & 0 \\ 9/_2 & 41,7 \\ 11/_2 & 98,6 \\ (13/_2) & 156 \\ (15/_2) & 230 \\ \hline & & \\ & & \\ \hline & & \\ & $		

Таблица 5

Спины и энергии (кэв) ядра Np<sup>237</sup>

Уровни отрицательной четности				Уровни положительной четности				
теория (٤=6	0,30)	эксперимент		теория (ξ=0,45)		эксперимент [6]		
$\begin{array}{c} 5/2 \\ 7/2 \\ 9/2 \\ 11/2 \\ 13/2 \\ 13/2 \\ 5/2 \\ 23 \\ 7/2 \\ 26 \\ 9/2 \\ 26 \\ 9/2 \\ 26 \\ 9/2 \\ 1/2 \\ 3/2 \\ 3/2 \\ 3/2 \\ 3/2 \\ 3/2 \\ 44 \\ 7/2 \\ 46 \end{array}$	0 = = = = = = = = = = = = = = = = = = =			5/2 7/2 9/2 1/2 3/2 5/2 3/2 7/2 9/2 1/2 3/2 3/2 3/2	0 43,4 98,5 169 212 227 245 294 298 305 398		$\begin{array}{r} 0 & +59,6 \\ 43,4+59,6 \\ 98,9+59,6 \\ 165,4+59,6 \\ 207,9+59,6 \\ \hline \\ 245 & +59,6 \end{array}$	

основное состояние  $\frac{5}{2}$  и возбужденное состояние  $\frac{7}{2}$ . В таблицах 3 и 4 приведены данные для ядер Cm<sup>245</sup>, Bk<sup>249</sup>, спины основного состояния которых равны  $\frac{7}{2}$ . В табл. 5 приведены данные для ядра Np<sup>237</sup>.

Теоретические значения, указанные во всех таблицах, получены в адиабатическом приближении ( $\mu = 0$ ) по  $\beta$ -колебаниям. Для более легких ядер такое приближение является очень грубым и расчеты уровней следует вести по более сложным формулам (27).

При обычной интерпретации последовательность уровней в нечетных ядрах рассматривается как система независимых вращательных полос, базирующихся на одночастичных возбуждениях, в качестве которых принимаются все уровни, значения спинов которых выпадают из обычной последовательности вращательных уровней аксиально симметричного ядра. Например, в ядре Bk<sup>249</sup> уровень спина <sup>5</sup>/<sub>2</sub> с энергией 393 кэв рассматривается как независимый одночастичный уровень. Как показывают расчеты, проведенные в этой статье, все уровни, указанные в табл. 4, являются уровнями одной вращательно-одночастичной полосы. Их положение определяется одним параметром §, который учитывает сложное «перепутывание» вращательных и одночастичных возбуждений

6 ВМУ, № 4, физика, астрономия

в нечетных атомных ядрах. Еще более сложной природы возбужденные уровни ядра U<sup>233</sup>. В этом ядре возбужденные состояния со спином <sup>3</sup>/<sub>2</sub> (312 кэв) и <sup>1</sup>/<sub>2</sub> (400 кэв) обычно рассматривают как одночастичные возбуждения. Согласно нашим расчетам уровень 1/2 (400 кэв) образуется путем сложной комбинации одночастичного, вращательного и γ-колебательного возбуждения. Переход в это возбужденное состояние связан с нарушением аксиальной симметрии ядра. Можно думать, что уровни такой природы будут чаще встречаться в области легкодеформируемых ядер, где существенны неадиабатические условия по β- и γ-колебаниям.

Таким образом, мы приходим к заключению, что ряд возбужденных состояний нечетных ядер, которые при обычной интерпретации рассматриваются как одночастичные возбуждения, в действительности являются сложной комбинацией одночастичных, вращательных и колебательных возбуждений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов А. С. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрономии, № I, 56, 1961.

2. Bohr A. Dan. Math. Medd., 26, No. 14, 1952.

2. Бонг А. Бан. Ман. Мен., 20, 10, 12, 1502. 3. Давыдов А. С. Nuclear Phys., 16, 597, 1960. 4. Давыдов А. С., Сардарян Р. А. ЖЭТФ, 40, 1429, 1961. 5. Maack Bisgard K., Dahl P., Olesen K. Nuclear Phys., 12, 612, 1959. 6. Баранов С. А., Зеленков А. Г., Кулаков В. М. «Изв. АН СССР»,

XXIV, 1035, 1960. 7. Джелепов Б. С., Пекер Л. К. ОИЯИ, препринт Р—288, 1959. 8. Asaro F., Thomson S. G., Stepheus F. S. and Perlman Nuclear Structure, Kingston, Cana I. Proceedings of the international Congrence on Nuclear Structure, Kingston, Canada, 581, 1960.

Поступила в редакцию 25. 12 1961 r.

Кафедра электродинамики и квантовой теории