Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1962

Ю. Г. ПАВЛЕНКО

К ВОПРОСУ О СПИН-ОРБИТАЛЬНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ НУКЛОНОВ

Рассмотрена полюсная диаграмма для взаимодействия нуклонов через псевдоскалярные π-мезоны. Показано, что при разложении по $\frac{v}{c}$ члены порядка $\frac{v^2}{c^2}$ дают вклад в LS-потенциал.

§ 1

Анализ большого экспериментального материала по рассеянию и поляризации нуклонов, а также успех оболочечной и оптической моделей со спин-орбитальным взаимодействием указывает на то, что общий потенциал нуклон-нуклонного взаимодействия должен содержать часть вида $V(r)\vec{S}\vec{L}$.

Однако до настоящего времени считается, что мезонная теория не позволяет получить непротиворечивый LS-потенциал, находящийся в согласии с опытными данными.

Клейн [1], используя метод Тамма—Данкова, показал, что LS-потенциал появляется в потенциале четвертого порядка, но имеет неправильный знак и малую интенсивность. Окуба и Маршак [2] уже в потенциале второго порядка получили квадратичный спин-орбитальный член вида $V(\vec{\sigma}_1\vec{L})(\vec{\sigma}_2\vec{L})$ с радиусом действия $\approx\frac{\hbar}{mc}$ (m — масса π-мезона). В работе [3] на основании теории «облаченных» частиц получен полуфеноменологический LS-потенциал, глубина которого зависит от значения полного сечения рассеяния мезонов на нуклонах. В работе [4] найдена периферийная часть двухмезонного нуклон-нуклонного потенциала (с точностью до $\frac{1}{r}$), куда также входит LS-потенциал с радиусом действия $\approx\frac{\hbar}{2mc}$.

Введение Сигнелом и Маршаком [5] феноменологического потенциала, содержащего спин-орбитальный потенциал, дало возможность получить угловые зависимости сечений и поляризации при рассеянии нуклонов на нуклонах, близкие к экспериментальным. Этот потенциал имеет радиус действия 1 ферми. Поэтому естественно предположить, что теория должна дать LS-потенциал во втором порядке по константе взаимодействия.

В настоящей работе для потенциала взаимодействия двух нуклонов в псевдоскалярной мезонной теории с псевдоскалярной связью получено выражение, представляющее аналог формулы Брейта для взаимодействия двух электронов. После перехода к нерелятивистским волновым функциям получен нуклон-нуклонный потенциал, который содержит линейный и квадратичный LS-потенциалы, имеющие радиус действия $\approx \frac{\hbar}{mc}$.

Рассматриваются два нуклона, которые взаимодействуют с помощью симметричного псевдоскалярного мезонного поля. Предполагается, что связь нуклонного с мезонным полем является псевдоскалярной. При этом гамильтониан взаимодействия имеет вид

$$H = G\psi^{+}\rho_2\psi\tau_i\varphi_i,$$

где τ_i — оператор изотопического спина нуклона, G — константа связи нуклона с псевдоскалярным мезонным полем. В первом порядке теории возмущений для матричного элемента упругого рассеяния нуклона на нуклоне получим следующие выражения:

$$M = M_{a'ab'b} - M_{a'bb'a}, \tag{1}$$

$$M_{a'ab'b} = -\frac{i}{\hbar}\int d^3r_1 d^3r_2 \psi_{a'}^{+}(\vec{r}_1)\,\psi_{b'}^{+}(\vec{r}_2)\,U_{\text{н}}(\vec{r})\psi_a(\vec{r}_1)\,\psi_b(\vec{r}_2) \times$$
$$\times \exp\left[-ict\left(K_a + K_b - K_{a'} - K_{b'}\right)\right], \tag{2}$$

$$U_{\text{н}} = -\frac{G^2}{2\pi^2}\int d^3q\rho_2^{(1)}\rho_2^{(2)}\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\frac{e^{i\vec{q}\vec{r}}}{\mu^2 + q^2 - (K_{b'} - K_b)^2}. \tag{3}$$

Здесь a и b — начальное, а a' и b' — конечное состояние нуклонов. Операторы $\rho_2^{(1)}$, $\rho_2^{(2)}$ действуют соответственно на функции $\psi(\vec{r}_1)$, $\psi(\vec{r}_2)$ нуклонов. Выражение (3) представляет аналог формулы Меллера. При малых скоростях нуклонов можно построить оператор взаимодействия, который не будет явно зависеть от энергии начального и конечного состояний. Для этой цели разложим подынтегральное выражение в (3) по $\frac{v}{c}$ с точностью до $\frac{v^2}{c^2}$

$$\frac{1}{\mu^2 + q^2 - (K_{b'} - K_b)^2} = \frac{1}{\mu^2 + q^2}\left[1 - \frac{(K_{a'} - K_a)(K_{b'} - K_b)}{\mu^2 + q^2}\right]. \tag{4}$$

Подставляя (4) и (3) в (2) и используя формулы (43,51) монографии [6], находим, что $M_{a'ab'b}$ является матричным элементом оператора

$$U_{\text{н}} = -\frac{G^2}{2\pi^2}\int d^3q\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\rho_2^{(1)}\rho_2^{(2)}\frac{1}{\mu^2 + q^2}\left[1 - \frac{(\vec{\alpha}_1\vec{q})(\vec{\alpha}_2\vec{q})}{\mu^2 + q^2}\right]e^{i\vec{q}\vec{r}} =$$
$$= -G^2\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\rho_2^{(1)}\rho_2^{(2)}\left[\frac{e^{-\mu r}}{r} - \frac{(\vec{\alpha}_1\vec{\pi}_1)(\vec{\alpha}_2\vec{\pi}_2)}{2\mu}e^{-\mu r}\right]. \tag{5}$$

Здесь $\pi_{1,2} = -i\nabla_{1,2}$ — операторы, действующие только на функции от $r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$. Индексы 1,2 относятся соответственно к первому и второму нуклонам. Формула (5) представляет аналог формулы Брейта. Первый член в ней описывает статическое взаимодействие, второй учитывает поправки, возникающие вследствие учета движения нуклонов.

В указанном приближении необходимо перейти к двурядной волновой функции нуклона φ, нормированной таким образом, что

$$\int \varphi^{+}(\vec{r})\,\varphi(\vec{r})\,d^3r = 1.$$

Волновая функция нуклона ψ связана с φ соотношениями (см. [6])

$$\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix} = \left(1 - \frac{k^2}{8k_0^2}\right)\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix}\psi_3\\ \psi_4\end{pmatrix} = \frac{\vec{\sigma}\vec{k}}{2k_0}\begin{pmatrix}\varphi_1\\ \varphi_2\end{pmatrix}.$$

Здесь $k_0 = \frac{Mc}{\hbar}$, где M — масса нуклона.

При переходе от дираковских функций ψ к нерелятивистским φ будем иметь следующие формулы:

$$\psi_{a'}^{+}\rho_2^{(1)} f(r)\,\psi_a = i\varphi_{a'}^{+}\frac{\vec{\sigma}_1\vec{\pi}_1}{2k_0} f(r)\,\varphi_a, \tag{6}$$

$$\psi_{a'}^{+}\rho_2^{(1)}(\vec{\alpha}_1\vec{\pi}_1) f(r)\,\psi_a = i\varphi_{a'}^{+}\left\{\left[1 - \frac{(\vec{k}_1+\vec{\pi}_1)}{8k_0^2} - \frac{k_1^2}{8k_0^2}\right]\vec{\sigma}_1\vec{\pi}_1 - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{4k_0^2}(\vec{\sigma}_1\vec{k}_1 + \vec{\sigma}_1\vec{\pi}_1)(\vec{\sigma}_1\vec{\pi}_1)(\vec{\sigma}_1\vec{k}_1)\right\} f(r)\,\varphi_a. \tag{7}$$

Здесь $\vec{k} = -i\nabla$ действуют только на φ.

Используя (6) и (7), найдем

$$M_{a'ab'b} = -\frac{i}{\hbar}\int d^3r_1 d^3r_2 \varphi_{a'}^{+}\varphi_{b'}^{+}\hat{U}_{\text{н}}\varphi_a\varphi_b, \tag{8}$$

где

$$\hat{U}_{\text{н}} = \frac{G^2}{4k_0^2}\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2(\vec{\sigma}_1\vec{\pi}_1)(\vec{\sigma}_2\vec{\pi}_2)\frac{e^{-\mu r}}{r} -$$

$$- \frac{G^2}{2\mu}\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\left[1 - \frac{(\vec{k}_1+\vec{\pi}_1)^2}{8} - \frac{k_1^2}{8k_0^2} - \frac{(\vec{k}_2+\vec{\pi}_2)}{8k_0^2} - \frac{k_2^2}{8k_0^2}\right](\vec{\sigma}_1\vec{\pi}_1)(\vec{\sigma}_2\vec{\pi}_2)\,e^{-\mu r} +$$

$$+ \frac{G^2}{8k_0^2\mu}\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2(\vec{\sigma}_1\vec{k}_1 + \vec{\sigma}_1\vec{\pi}_1)(\vec{\sigma}_1\vec{\pi}_1)(\vec{\sigma}_2\vec{\pi}_2)(\vec{\sigma}_1\vec{k}_1)e^{-\mu r} +$$

$$+ \frac{G^2}{8k_0^2\mu}\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2(\vec{\sigma}_2\vec{k}_2 + \vec{\sigma}_2\vec{\pi}_2)(\vec{\sigma}_2\vec{\pi}_2)(\vec{\sigma}_1\vec{\pi}_1)(\vec{\sigma}_2\vec{k}_2)\,e^{-\mu r}. \tag{9}$$

Обменный матричный элемент $M_{a'bb'a}$ также можно привести к виду (8).

Тогда, если ввести антисимметризованную волновую функцию системы из двух нуклонов

$$\varphi_{ab}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\varphi_a(\vec{r}_1)\,\varphi_b(\vec{r}_2) - \varphi_b(\vec{r}_1)\,\varphi_a(\vec{r}_2)\right],$$

матричный элемент (1) можно представить в виде

$$M = -\frac{i}{\hbar}\int d^3r_1\, d^3r_2\, \varphi_{a'b'}^{+}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\, U^N(r)\, \varphi_{ab}(\vec{r}_1, \vec{r}_2),$$

где U^N — энергия взаимодействия двух нуклонов.

В системе центра инерции

$$\vec{k}_1 = -\vec{k}_2 = \vec{k}, \qquad \vec{\pi}_1 = -\vec{\pi}_2 = -i\nabla.$$

Мы запишем U^N в виде суммы четырех членов $U^N = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$. Член U_1 представляет обычное статическое взаимодействие

$$U_1 = \frac{G^2}{4k_0^2}\,\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\,(\vec{\sigma}_1\nabla)(\vec{\sigma}_2\nabla)\,\frac{e^{-\mu r}}{r},$$

$$U_2 = -\frac{G^2}{2\mu}\,\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\left[1 - \frac{(\vec{k}+\vec{\pi})^2}{4k_0^2} - \frac{k^2}{4k_0^2}\right](\vec{\sigma}_1\nabla)(\vec{\sigma}_2\nabla)\,e^{-\mu r}.$$

Потенциал

$$U_3 = \frac{G^2}{8k_0^2\mu}\,\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\,[(\vec{\sigma}_1\vec{k})(\vec{\sigma}_1\nabla)(\vec{\sigma}_2\nabla)(\vec{\sigma}_1\vec{k}) + (\vec{\sigma}_2\vec{k})(\vec{\sigma}_1\nabla)(\vec{\sigma}_2\nabla)(\vec{\sigma}_2\vec{k})]\,e^{-\mu r},$$

используя соотношения

$$(\vec{\sigma}_1\nabla)(\vec{\sigma}_2\nabla)\,e^{-\mu r} = -\mu\left[\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2\,\frac{e^{-\mu r}}{r} + (\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{r})\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{e^{-\mu r}}{r}\right)\right],$$

$$(\vec{\sigma}_1\vec{p})(\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{r})(\vec{\sigma}_1\vec{p}) + (\vec{\sigma}_2\vec{p})(\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{p}) =$$

$$= 2\,[(\vec{\sigma}_1\vec{L})(\vec{\sigma}_2\vec{L}) - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 L^2 - r^2(\vec{\sigma}_1\vec{p})(\vec{\sigma}_2\vec{p})], \tag{10}$$

можно привести к виду

$$U_3 = -\frac{G^2}{4M^2c^2}\,\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\,[2(\vec{\sigma}_1\vec{p})(\vec{\sigma}_2\vec{p}) - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 p^2]\,\frac{e^{-\mu r}}{r} -$$

$$-\frac{G^2}{4M^2c^2}\,\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\,[(\vec{\sigma}_1\vec{l})(\vec{\sigma}_2\vec{l}) - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 l^2 + r^2(\vec{\sigma}_1\vec{p})(\vec{\sigma}_2\vec{p})]\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{e^{-\mu r}}{r}\right),$$

где

$$\vec{L} = \hbar\vec{l} = [\vec{r}\vec{p}], \qquad \vec{p} = \hbar\vec{k}.$$

В U_3 входит квадратичный LS-потенциал.

Используя (10) и соотношение

$$(\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)(\vec{\sigma}_1\vec{p}) = (\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{p}) + (\vec{\sigma}_1\vec{p})(\vec{\sigma}_2\vec{r}) - (\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)(\vec{p}\vec{r}) - i\vec{\sigma}_2\vec{L},$$

потенциал

$$U_4 = -\frac{iG^2}{8k_0^2\mu}\,\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\,[(\vec{\sigma}_1\nabla)(\vec{\sigma}_1\nabla)(\vec{\sigma}_2\nabla)(\vec{\sigma}_1\vec{k}) + (\vec{\sigma}_2\nabla)(\vec{\sigma}_1\nabla)(\vec{\sigma}_2\nabla)(\vec{\sigma}_2\vec{k})]\,e^{-\mu r}$$

можно привести к виду

$$U_4 = \frac{G^2\hbar^2}{4M^2c^2}\,\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{e^{-\mu r}}{r}\right)\vec{S}\vec{l} +$$

$$+\frac{iG^2\hbar}{4M^2c^2}\,\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\,[(\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{p}) + (\vec{\sigma}_1\vec{p})(\vec{\sigma}_2\vec{r}) - (\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)(\vec{p}\vec{r})]\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{e^{-\mu r}}{r}\right) +$$

$$+\frac{iG^2\hbar}{4M^2c^2}\,\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\,[(\vec{\sigma}_1\nabla)(\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{r})(\vec{\sigma}_1\vec{p}) + (\vec{\sigma}_2\nabla)(\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{p})]\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{e^{-\mu r}}{r}\right),$$

где

$$\vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2).$$

Первый член в U_4 представляет собой обычный спин-орбитальный потенциал взаимодействия двух нуклонов

$$U_{LS} = U_0 \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{e^{-x}}{x} \right) \vec{S} \vec{l},$$

$$U_0 = \left(\frac{G^2}{\hbar c} \right) \left(\frac{m}{2M} \right) mc^2, \qquad x = \mu r. \tag{11}$$

Представляет интерес сравнить потенциал (11) с LS-потенциалом Сигнела—Маршака [4]. Для области вне твердой сердцевины радиуса $r_0 = 0{,}21 \cdot 10^{-13}$ *см* они взяли потенциал в томасовской форме

$$V_{LS} = V \frac{1}{\mu_0 r} \frac{\partial}{\partial (\mu_0 r)} \left(\frac{e^{-\mu_0 r}}{\mu_0 r} \right) \vec{S} \vec{l},$$

$$V = 30 \text{ мэв}, \quad \frac{1}{\mu_0} = 1{,}07 \cdot 10^{-13} \text{ см}. \tag{12}$$

Потенциал (11) можно записать в виде, близком (12), вводя в него параметр μ_0

$$U_{LS} = U_0' \frac{1}{\mu_0 r} \frac{\partial}{\partial (\mu_0 r)} \left(\frac{e^{-\mu r}}{\mu_0 r} \right) \vec{S} \vec{l},$$

$$U_0' = U_0 \left(\frac{\mu_0}{\mu} \right)^3, \quad \frac{\mu_0}{\mu} = 1{,}32. \tag{13}$$

Из (13) видно, что при $\frac{G^2}{\hbar c} = 15 \div 16$ коэффициент U_0' достигает значения $28 \div 30$ *мэв*, необходимого для интерпретации опытных данных. Однако потенциал (13) имеет больший, чем потенциал (12), радиус действия.

В заключение автор выражает признательность проф. А. А. Соколову за предоставление темы и полезные обсуждения, а также доценту Б. К. Керимову за постоянный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Klein A. Phys. Rev., **90**, 1101, 1953.
2. Okubo S., Marshak R. Ann. Phys., **4**, 166, 1958.
3. Новожилов Ю. В., Терентьев И. А. ЖЭТФ, **36**, 129, 1959.
4. Signel P. S., Marshak R. E. Phys. Rev., **109**, 1229, 1958.
5. Грашин А. Ф., Кобзарев И. Ю. ЖЭТФ, **38**, 863, 1960.
6. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. Физматгиз, М., 1958.

Поступила в редакцию
11. 12 1961 г.
после переработки
9. 5 1962 г.

Кафедра
статистической физики
и механики