Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1962

Л. МЮНХОВ

ГИГАНТСКИЙ РЕЗОНАНС НА ТЯЖЕЛЫХ, СИЛЬНО ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

В работе выводится система уравнений для определения энергии дипольных возбуждений методом приближенного вторичного квантования. Вычисляются усредненные решения системы для случая сильно деформированных ядер.

Введение

Настоящая работа посвящена расчету положения и ширин пиков в фотоядерных реакциях на тяжелых, сильно деформированных ядрах области редких земель. При одночастичном описании этого процесса положение резонанса определяется энергией самых интенсивных одночастичных переходов. Такое описание дает, однако, примерно половину наблюдаемого значения энергии. С самого начала ясно, что чисто одночастичное описание дипольного состояния, возбуждаемого в фотоядерных реакциях, не может быть верно. Мы имели дело с коллективным состоянием, в формировании которого принимает участие большое число нуклонов.

В последнее время был создан аппарат, позволяющий исследовать микроструктуру подобных коллективных возбуждений ядра [1, 2, 3]. В своей простейшей форме, применительно к дипольному состоянию, такая схема была дана в работе Брауна и Болстерли [4]. Включение притягивающего остаточного взаимодействия между частицами и дырками приводит к перемешиванию всех частично-дырочных конфигураций и к смещению их вверх. При большом числе и пренебрежительном расщеплении одночастичных состояний возникает одно высоколежащее состояние, которое идентифицируется с дипольным. Оказывается, что такая модель при использовании экспериментально известного спектра одночастичных состояний и реалистического взаимодействия дает хорошие результаты [5, 6].

При последовательной трактовке парного взаимодействия частица — дырка надо включить учет корреляции в основном состоянии [6].

При этом подходящим является метод приближенного вторичного квантования [2, 3], применяемый в данной работе. Одночастичная трактовка гигантского резонанса для аксиально-симметричных ядер была дана в работе Нильсона и Моттельсона [7]. Там получены расщепления и ширины пиков, находящиеся в качественном согласии с опытом [8], исключая, конечно, абсолютное значение энергии. В данной работе рассматривается естественное обобщение этой работы включением остаточных взаимодействий. Также исследуется возможность расщепления второго пика, вызываемого отклонением от аксиально-симметричной формы ядра.

Преобразование гамильтониана

Мы предполагаем, как обычно, что ядерное взаимодействие сводится к сумме самосогласованного (в нашем случае деформированного) потенциала и некоторым остаточным взаимодействиям между нуклонами

$$H = H_0 + H^1 = \sum_i \epsilon_i - \frac{1}{2} \sum_{ij} V_{ij}.$$

В представлении вторичного квантования мы тогда запишем

$$H_0 = \sum_\alpha \epsilon_\alpha a_\alpha^+ a_\alpha,$$

$$H^1 = -\frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} v(\alpha, \beta, \gamma, \delta)\, a_\alpha^+ a_\beta^+ a_\gamma a_\delta, \qquad (1)$$

$$v(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \int \Psi_\alpha^{*+}(1)\, \Psi_\beta^*(2)\, V(12)\, \Psi_\gamma(2)\, \Psi_\delta(1)\, d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2.$$

В случае аксиально-симметричной ямы α обозначает $(N\Omega)$, a_α^+ и a_α являются операторами ферми, удовлетворяющим антикоммутационным соотношениям

$$\{a_\alpha, a_{\alpha'}^+\} = \delta_{\alpha\alpha'} \quad \{a_\alpha a_{\alpha'}\} = \{a_\alpha^+ a_{\alpha'}^+\} = 0.$$

Конфигурация нуклонов в основном состоянии считается вакуумом нашей системы. Одночастичное возбуждение есть появление частицы выше вакуума и дырки в вакууме.

Вводим оператора ферми для дырок

$$\Theta_\alpha a_\alpha = b_\alpha^+, \ \Theta_\alpha a_\alpha^+ = b_\alpha, \ (1 - \Theta_\alpha)\, a_\alpha = a_\alpha, \ (1 - \Theta_\alpha)\, a_\alpha^+ a_\alpha^+,$$

где

$$\Theta_\alpha = \begin{cases} 1, \text{ если } \alpha \text{ — занятое состояние вакуума} \\ 0, \text{ если } \alpha \text{ — свободное состояние вакуума.} \end{cases}$$

В дальнейшем подразумевается, что один и тот же индекс относится к частице, если он стоит у оператора частицы, и наоборот.

Дипольное состояние возникает при рождении из вакуума пар частиц-дырок с определенной проекцией момента: 1,0—1. (Переходам с проекцией $m = \lambda_1 - \lambda_2 = 0$ соответствует $n_z \to n_z + 1$, $\Delta\lambda = \Delta\sum = 0$; $m = \pm 1$ соответствует $\Delta\lambda = \pm 1$, если мы воспользуемся асимптотическими квантовыми числами для аксиально-симметричного осциллятора.)

Определяем операторы, которые рождают и уничтожают состояния пар частиц-дырок с проекцией момента m

$$C_m^+(\alpha) = a_\alpha^+ b_{\alpha-m}^+, \quad C_m(\alpha) = b_{\alpha-m} a_\alpha. \qquad (2)$$

Принимая во внимание, что v (α, β, γ, δ) только отлично от нуля, если

$$\lambda_\alpha - \lambda_\delta = \lambda_\gamma - \lambda_\beta = m,$$

мы можем написать, используя (1) и (2),

$$H^1 = -\frac{1}{2}\sum v(\alpha\beta_1\beta + m,\ \alpha - m)\ (C_m^+(\alpha) + C_{-m}(\alpha - m)),$$

$$(C_{-m}^+(\beta) + C_m(\beta + m)) + (a_\alpha^+ a_{\alpha-m} b_\beta \beta_{\beta+m}^+ + b_\alpha b_{\alpha-m}^+ a_\beta^+ a_{\beta+m}).$$

Здесь мы пренебрегали членами с четырьмя операторами частиц или дырок.

Дальнейший шаг метода приближенного вторичного квантования состоит в вычислении коммутаторов $[C_m^+(\alpha), H]$ и $[C_{-m}(\alpha), H]$ с оставлением в них только линейных по $C_m^+(\alpha)$, $C_{-m}(\alpha)$ членов.

Имея в виду равенства

$$(\Psi_m | (E_m - E_0 - H) C_m^+(\alpha) | \Psi_0) \equiv 0 =$$

$$= (E_m - E_0)(\Psi_m | C_m^+(\alpha) | \Psi_0) - (\Psi_m | [H, C_m^+] | \Psi_0),$$

где Ψ_0 представляет основное состояние системы (энергия E_0), Ψ_m — некоторое возбужденное состояние с проекцией момента m (энергия E_m) и вводя амплитуды операторов $C_m^+(\alpha)$ и $C_{-m}(\alpha)$,

$$(\Psi_m | C_m^+(\alpha) | \Psi_0) = a_m(\alpha), \quad (\Psi_m | C_{-m}(\alpha) | \Psi_0) = b_m(\alpha),$$

получим систему уравнений для $a_m(\alpha)$ и $b_m(\alpha)$;

$$\hbar\omega a_m(\alpha) = \epsilon(\alpha, m)\, a_m(\alpha) - \sum_{\alpha'} A(\alpha\alpha' m)\, \alpha_m(\alpha') - B(\alpha\alpha' m)\, bm(\alpha'), \tag{3}$$

$$-\hbar\omega bm(\alpha) = \epsilon(\alpha, -m)\, bm(\alpha) - \sum_{\alpha'} D(\alpha\alpha' m)\, am(\alpha') - E(\alpha\alpha' m)\, bm(\alpha'), \tag{4}$$

где $\epsilon(\alpha, m) = \epsilon_\alpha - \epsilon_{\alpha-m}$, $\hbar\omega = E_m - E_0$,

$$A(\alpha\alpha' m) = v(\alpha' a - m, \alpha, \alpha' - m) - v(\alpha'\alpha - m, \alpha' - m, \alpha),$$

$$B(\alpha\alpha' m) = v(\alpha' + m, \alpha - m, \alpha, \alpha') - v(\alpha' + m, \alpha - m, \alpha'\alpha),$$

$$D(\alpha\alpha' m) = v(\alpha'\alpha\alpha + m, \alpha' - m) - v(\alpha'\alpha\alpha' - m, \alpha + m),$$

$$\mathcal{E}(\alpha\alpha' m) = v(\alpha' + m, \alpha, \alpha + m, \alpha') - v(\alpha' + m, \alpha, \alpha', \alpha + m).$$

Заметим следующее:

1. В (3) и (4) амплитуды $a_m(\alpha)$, $b_m(\alpha)$ входят линейно вследствие пренебрежения членами типа $a_\alpha^+ a_\beta a_\gamma b_\gamma$ и т. д., т. е. рассматриваются только такие взаимодействия, когда пары частиц-дырок ведут себя как неразделимые комплексы.

2. При отсутствии членов $b_m(\alpha)$, (3) имеет вид обыкновенного уравнения Шредингера для коэффициентов разложения волновой функции $a_m(\alpha)$. Наличие амплитуд $b_m(\alpha)$ связано с некоторым учетом корреляции в основном состоянии, который здесь получится автоматически [4, 9].

3. В данном приближении не появляются интерференционные члены с различными m.

До сих пор мы фактически рассмотрели только частицы одного сорта. Учтем теперь, что имеются протонные и нейтронные пары. Для этого заменим везде

$$a^+_\alpha b^+_{\alpha-m} \to a^+_{\alpha p} b^+_{\alpha_p - m} + a^+_{\alpha n} b^+_{\alpha_n - m}$$

и т. д.

Тогда получим вместо (3)

$$\hbar\omega a_m(\alpha_p) = \epsilon(\alpha_p, m)\, a_m(\alpha_p) - \Big(\sum_{\alpha'_p} A(\alpha_p \alpha'_p m)\, a_m(\alpha'_p) + B(\alpha_p \alpha'_p m)\, b_m(\alpha'_p)\Big) -$$

$$-\Big(\sum_{\alpha'_n} v(\alpha'_n, \alpha_p - m, \alpha_p, \alpha'_n - m)\, a_m(\alpha'_n) + v(\alpha'_n + m, \alpha_p - m, \alpha_p, a'_n)\, b_m(\alpha'_n)\Big) \quad (5)$$

и аналогичные выражения для $a_m(\alpha_n)$, $b_m(\alpha_p)$, $b_m(\alpha_n)$, т. е. в членах взаимодействия протон-нейтрон отсутствуют обменные члены.

Рассмотрим теперь более подробно матричные элементы взаимодействия; в расчетах мы в основном пользуемся следующим потенциалом взаимодействия:

$$V_{(12)} = \frac{1}{4}[V_S(1 - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2) + V_T(3 + \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)]\,\delta(r_1 - r_2).$$

Для больших деформаций проекция спина на ось симметрии является хорошим квантовым числом. Имея в виду, что все состояния являются двукратно вырожденными и что всегда $\sum_\alpha = \sum_\delta$, $\sum_\beta = \sum_\gamma$, можно в матричных элементах $v(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ везде провести суммирование по проекциям спинов. Тогда получим

для одинаковых частиц

$$[v(\alpha, \beta, \gamma, \delta) - v(\alpha, \beta, \delta, \gamma)]_{\text{сингл}} = 2V_S F(\alpha, \beta, \gamma, \delta),$$

$$[v(\alpha, \beta, \gamma, \delta) - v(\alpha, \beta, \delta, \gamma)]_{\text{трипл}} = 0;$$

для неодинаковых частиц

$$v(\alpha, b, \gamma, \delta)_{\text{сингл}} = V_S F(\alpha, \beta, \gamma, \delta),$$

$$v(\alpha, \beta, \gamma, \delta)_{\text{трипл}} = 3V_T F(\alpha, \beta, \gamma, \delta),$$

$$F(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \int \varphi^*_\alpha \varphi^*_\beta \varphi_\gamma \varphi_\gamma\, dr, \quad \Psi_\alpha = \varphi_\alpha \chi_{\Sigma\alpha}.$$

Для решения системы (5) воспользуемся следующим приближением. Мы только учитываем члены с взаимодействием неодинаковых частиц, поскольку $V_S + 3V_T > 2V_S$ примерно в 3—4 раза. Вычисления покажут, что матричный элемент $F(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ грубо пропорционален произведению вероятностей переходов

$$F(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \sim \langle \alpha | r_m | \delta \rangle \langle \gamma | r_m | \beta \rangle.$$

При таком взаимодействии легко найти решение системы (5), [6]:

$$a_m(\alpha_p) = \left(\frac{N}{A}\right) \frac{\langle \alpha_p | r_m | \alpha_p - m \rangle}{\hbar\omega - \Delta\epsilon_{\alpha p}} N,$$

$$a_m(\alpha_n) = \left(\frac{z}{A}\right)(-) \frac{\langle \alpha_n | r_m | \alpha_n - m \rangle}{\hbar\omega - \Delta\epsilon_{\alpha n}} N,$$

$$b_m(\alpha_p) = \left(\frac{N}{A}\right) \frac{\langle \alpha_p | r_m | \alpha_p + m \rangle}{\hbar\omega + \Delta\epsilon_{\alpha p}} N, \tag{6}$$

$$b_m(\alpha_n) = \left(\frac{z}{A}\right)(-) \frac{\langle \alpha_p | r_m | \alpha_n + m \rangle}{\hbar\omega + \Delta\epsilon_{\alpha n}} N, \tag{7}$$

где N — нормирующий множитель, $\Delta\epsilon_\alpha = \overline{(\epsilon_\alpha - \epsilon_{\alpha-m})}$ есть средняя одночастичная энергия.

Оказывается, что $\hbar\omega \sim 2\Delta\epsilon_\alpha$, поэтому $\frac{a_m(\alpha)}{b_m(\alpha)} \sim 3$, и мы сначала не будем рассматривать члены с $b_m(\alpha)$. Тогда имеем

$$a_m(\alpha_p) = N' \left(\frac{N}{A}\right) \langle \alpha_p | r_m | \alpha_p - m \rangle, \tag{8}$$

$$a_m(\alpha_n) = -N' \left(\frac{z}{A}\right) \langle \alpha_n | r_m | \alpha_n - m \rangle, \tag{9}$$

$$\frac{1}{N'} = \sqrt{\sum \left| \left(\frac{N}{A}\right) \langle \alpha_p | r_m | \alpha_p - m \rangle \right|^2 + \left| \left(\frac{z}{A}\right) \langle \alpha_n | r_m | \alpha_n - m \rangle \right|^2}$$

заметим, что соответствующая волновая функция возбужденного состояния с проекцией момента m будет

$$\Psi_m = N' \sum \left(\frac{N}{A}\right) \langle \alpha_p | r_m | \alpha_p - m \rangle C_m^+(\alpha_p) | 0 \rangle -$$
$$- \left(\frac{z}{A}\right) \langle \alpha_n | r_m | \alpha_n - m \rangle C_m^+ | \alpha_n) | 0 \rangle,$$

но это есть волновая функция дипольного состояния [5]. Подставляя (8) и (9) в (5), получим

$$\overline{\hbar\omega} = \Delta\epsilon_\alpha + (V_S + 3V_T) \sum F(\alpha_n, \alpha_p, m) \langle \alpha_n | r_m | \alpha_n - m \rangle \langle \alpha_p | r_m | \alpha_p - m \rangle, \tag{10}$$

$$m = 0, \quad \pm 1.$$

$$\Delta\epsilon_\alpha = \sum \epsilon(\alpha, m) | \langle \alpha | r_m | \alpha - m \rangle |^2.$$

Подробности расчета и результаты

Для расчетов мы исходим из формулы (10). Рассмотрим сначала случай сильно деформированного аксиально-симметричного ядра. В качестве функции $\Phi\alpha$ берем собственные функции анизотропного осциллятора

$$\varphi_\alpha = | n_\perp \Lambda \rangle | n_z \rangle,$$

где $| n_\perp \Lambda \rangle$, $| n_z \rangle$ определены в работе [7]. Из той же работы берем выражения для разностей одночастичных энергий.

В качестве последней протонной оболочки мы берем осцилляторную оболочку с $N=4$, для нейтронов $N=5$. Это грубо соответствует конфигурации редкоземельных ядер. На самом деле оболочки несколько перекрываются, что, однако, в силу рассмотрения относительно большого числа состояний мало скажется на конечных результатах. Существенное улучшение можно было получить при использовании эмпирических, одночастичных энергий. Для этого, однако, отсутствуют пока достаточно полные данные.

Вычисляя все матричные элементы $F(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ между девятью двухкратно вырожденными протонными и двенадцатью нейтронными состояниями, получим

$$m = 0, \ \pm 1,$$

$$\sum F(\alpha_n \alpha_p m) \langle \alpha_n | r_m | \alpha_n - m \rangle \ \langle \alpha_p | r_m | \alpha_p - m \rangle = 0{,}399 \frac{\alpha^3}{2\pi \sqrt{2\pi}},$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{M\omega_0}{\hbar}}.$$

Воспользуемся следующими постоянными:

$$A = 165, \quad \hbar\omega_0 = A^{-1/3} 41 \, \textit{мев} = 7{,}481 \, \textit{мев}, \quad \hbar\omega_z = 0{,}788 \hbar\omega_0, \hbar\omega_\perp = 1{,}091 \hbar\omega_0,$$

что соответствует $\beta = 0{,}3$, $\mu = 0{,}45$, $\varkappa = 0{,}05$.

Для определения амплитуды взаимодействия, мы используем данные по энергии спаривания последних двух нуклонов в ядре P_6^{208} [10], это даст $\frac{V_S \cdot \alpha^3}{2\pi \sqrt{2\pi}} = 3{,}481$ *мев*, если мы далее возьмем потенциал Сопера [4] $V(12) = (0{,}3 + 0{,}43 P_M + 0{,}27 P_B) V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$, то в случае сил нулевого радиуса взаимодействия $V_S = 0{,}46 V_T$.

Для средней энергии первого пика ($m = 0$) получим $\overline{\hbar\omega_0} = 4{,}825 + 5{,}318 = 10{,}1$ *мев*, а для второго пика — $\overline{\hbar\omega_{1-1}} = 7{,}080 + 5{,}318 = 12{,}4$ *мев*. Соответственные экспериментальные значения есть $\overline{\hbar\omega_0} = 12$ *мев*, $\overline{\hbar\omega_{1-1}} = 16$ *мев* [8].

То обстоятельство, что коллективная часть у обоих пиков оказалась одинаковой, связано с тем, что все матричные элементы имеют одинаковую зависимость от деформации в виде $\omega_\perp \sqrt{\omega_z} \sim \omega_0^{3/2}$. При рассмотрении взаимодействия с конечным радиусом этот результат существенно не изменяется.

Полученные значения энергии меньше экспериментальных, по-видимому, потому, что, во-первых, для одночастичного спектра надо было брать экспериментальные данные, во-вторых, существует некоторая неопределенность в том, какую следует брать амплитуду взаимодействия.

Рассмотрим теперь случай неаксиально-симметричной ямы. Для этого совершим каноническое преобразование от операторов Γ_x^*, Γ_y^* [7] к новым операторам [11]:

$$a_x^* = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \vartheta \Gamma_x^* - i \sin \vartheta \Gamma_y^*),$$

$$i a_y^* = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin \vartheta \Gamma_x^* + i \cos \vartheta \Gamma_y^*),$$

$$\cos 2\vartheta = \frac{\Delta}{(\Delta^2 + (2\varkappa)^2)^{1/2}} = \frac{\Delta}{\Delta'}, \quad \Delta = \frac{\omega_x - \omega_y}{\omega_0}.$$

Очевидно, при $\Delta = 0$ $a_x^* = \Gamma_-^*$, $ia_y^* = \Gamma_+^*$, а при $\varkappa = 0$ (чистый анизотропный осциллятор без спинорбитального взаимодействия)

$$a_x^* = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(x - \frac{\partial}{\partial x}\right), \quad a_y^* = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(y - \frac{\partial}{\partial y}\right).$$

Энергия состояния $n_x n_y n_z$ дается выражением

$$\epsilon_{n_x n_y n_z} = \frac{1}{2}(\omega_x + \omega_y)(N - n_z) + n_z\omega_z + \frac{1}{2}(\omega_x + \omega_y + \omega_z) +$$

$$+ \frac{1}{2}\omega_0\Delta'(n_x - n_y) - \varkappa h\omega_0\mu\,[(2n_z + n_x + n_y + 2n_z(n_x + n_y) -$$

$$- \cos^2 2v\,(n_x + n_y + 2n_x n_y) + \sin^2 2\vartheta\,(n_x - n_y)^2]. \qquad (11)$$

Можно легко показать, что операторы a_x^* и т. д, удовлетворяют таким же коммутационным соотношениям, что и Γ_x^* и т. д., т. е. спектр операторов $a_x^* a_x$ и $a_y^* a_y$ состоит из целых чисел, начиная с нуля.

Далее $a_x^* a_x + a_y^* a_y = \Gamma_x^*\Gamma_x + \Gamma_y^*\Gamma_y$, поэтому $n_x + n_y = n_1$; а волновая функция $|n_x\rangle |n_y\rangle$ строится из операторов a_x^*, a_y^*.

Для энергии переходов имеем, используя (11),

$$n_x \to n_x + 1, \quad \Delta n_y = \Delta n_z = 0, \qquad (12)$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\hbar}{2}(\omega_x + \omega_y) + \frac{1}{2}\hbar\omega_0\Delta' - \mu\varkappa\hbar\omega_0\left[1 + 2n_z + \left(\frac{\Delta}{\Delta'}\right)^2(1 + 2n_z) + \right.$$

$$\left. + \frac{\Delta'^2 - \Delta^2}{\Delta'^2}(1 + 2(n_x - n_y))\right],$$

$$n_y \to n_y + 1 \quad \Delta n_y - \Delta n_z = 0,$$

$$\Delta\epsilon = \frac{\hbar}{2}(\omega_x + \omega_y) - \frac{1}{2}\hbar\omega_0\Delta' - \mu\varkappa\hbar\omega_0\,[1 + 2n_z +$$

$$+ \left(\frac{\Delta}{\Delta'}\right)^2(1 + 2n_x) + \frac{\Delta'^2 - \Delta^2}{\Delta'^2}(1 - 2(n_x - n_y))\Big]. \qquad (13)$$

Использовав (12) и (13), мы можем вычислять усредненные энергии переходов, имея в виду, что соответствующие вероятности переходов пропорциональны $\sqrt{n_x + 1}$ и $\sqrt{n_y + 1}$.

Тогда получим

$$\Delta\epsilon\,(n_y \to n_y + 1) = 0{,}875\hbar\omega_0 = 6{,}546 \text{ мев},$$

$$\Delta\epsilon\,(n_y \to n_x + 1) = 1{,}077\hbar\omega_0 = 7{,}535 \text{ мев},$$

где мы приняли $\gamma = 15°$, а остальные постоянные как при $\gamma = 0°$.

Заметим, что и при вычислении коллективной части не появляются интерференционные члены между переходами различного типа, поскольку радиальные интегралы с нечетной степенью обращаются в нуль.

Расчеты показывают, что матричные элементы не отличаются для второго и третьего пика. Для чистого трехмерного осциллятора имеем

$$\sum F(\alpha_n\alpha_p\alpha'_n\alpha'_p)\,\langle\alpha_n|r|\alpha'_n\rangle\,\langle\alpha_p|r|\alpha'_p\rangle = 0{,}427\,\frac{a^3}{2\pi\sqrt{2\pi}}.$$

Принимая, что приближенно Σ является квантовым числом, как при $\gamma=0$, энергия пиков будет

$$n_y \to n_y + 1, \quad \overline{\hbar\omega_2} = 12{,}230 \text{ мев},$$

$$n_x \to n_{x+1}, \quad \overline{\hbar\omega_3} = 13{,}225 \text{ мев}.$$

Одна из причин расширения максимумов (кроме, например, влияния отброшенных членов в точном гамильтониане) является то, что дипольное состояние не является собственным решением системы (5). Для оценки энергетической размазанности средних значений вычисляем квадратичные отклонения по формуле [5]

$$\overline{(\hbar\omega - \overline{\hbar\omega})^2} = \sum \in (\alpha, m)^2 \left| \langle \alpha | r_m | \alpha - m \rangle \right|^2 +$$

$$+ 2 \sum \langle \alpha_n | r_m | \alpha_n - m \rangle \langle \alpha_p | r_m | \alpha_p - m \rangle \in (\alpha, m) F(\alpha_n \alpha_p, m) +$$

$$+ \sum \langle \alpha | r_m | \alpha - m \rangle \langle \alpha' | r_m | \alpha' - m \rangle F(\alpha\alpha'' m) F(\alpha''\alpha' m),$$

где

$$F(\alpha\alpha' m) = F(\alpha\alpha' - m, \alpha'\alpha - m).$$

Тогда получим для $m=0$ переходов $\overline{\hbar\omega^2} - (\overline{\hbar\omega})^2 = 2{,}18$ *мев*, а для $m=\pm 1$ $\overline{\hbar\omega^2} - (\overline{\hbar\omega})^2 = 2{,}28$ *мев*.

Наконец, рассмотрим еще влияние членов b_m (5). Для первого пика соответствующие матричные элементы совпадают с теми, которые стоят у $a_m(\alpha)$. Используя (6) и (7), можно тогда получить

$$\overline{\hbar\omega} = \sqrt{(\Delta \in)^2 + 2 \sum F(\alpha_n \alpha_p\, m) \langle \alpha_n | r_0 | \alpha_n' \rangle \langle \alpha_p | r_0 | \alpha_p' \rangle}$$

из этого видно, что при включении членов $b_m(\alpha)$ энергия несколько уменьшается.

В настоящее время проводятся вычисления с использованием более реалистической конфигурации нуклонов.

Автор выражает благодарность профессору А. С. Давыдову за постоянное внимание к работе, а также В. В. Балашову и Ю. К. Хохлову и участникам семинара А. С. Давыдова за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев С. Т. ЖЭТФ, **39**, 1387, 1960.
2. Baranger M. Phys. Rev., **120**, 957, 1960.
3. Marumori T. Prog. Theor. Phys., **24**, 331, 1960.
4. Brown G. E., Bolsterli M. Phys. Rev. Letters, **3**, 472, 1959.
5. Балашов В. В., Шевченко Н. П., Юдин Н. П. Nucl. Phys., **27**, 2, 1961; ЖЭТФ, **41**, 1292, 1961; Балашов В. В. ЖЭТФ, **42**, 275, 1961.
6. Brown G. E., Calstillejo L., Evans J. A. Nucl. Phys., **22**, 1, 1961.
7. Mottelson B. R., Nilsson S. G. Nucl. Phys., **13**, 281, 1959.
8. Fuller E., Hayward E. Kingston Conf. on Nucl. Structure. 1960.
9. Brenig W. Nucl. Phys., **22**, 14, 1961.
10. Nomoto M. Progs. Theor. Phys., **22**, 597, 1959.
11. Волков Д. В., Инопин Е. В. ЖЭТФ, **38**, 1765, 1960.

Поступила в редакцию
27. 3 1962 г.

НИИЯФ