Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1962

А. А. КОЛОМЕНСКИЙ

ИЗЛУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО МОНОПОЛЯ В СРЕДЕ

Прохождение частицы через среду сопровождается, как известно, излучением Вавилова — Черенкова и возбуждением продольных поляризационных волн. Подавляющее большинство работ, посвященных этим явлениям, относится к движению электрических зарядов, а также к движению диполей.

В настоящей заметке мы хотели бы обратить внимание на некоторые особенности, характерные для движения в среде частицы, обладающей магнитным, а не электрическим зарядом. Для случая немагнитной среды ($\mu=1$) этот вопрос был впервые затронут Франком [1] в связи с расчетом черенковского излучения магнитного диполя. Однако задача о движении магнитного заряда имеет не только вспомогательное значение, но может представить определенный самостоятельный интерес.

Получим некоторые необходимые формулы. Пусть в среде, характеризуемой диэлектрической постоянной $\varepsilon(\omega)$ и магнитной проницаемостью $\mu(\omega)$, движется со скоростью $\vec{v}$ магнитный заряд с магнитной массой m. Уравнения Максвелла в этом случае следует, очевидно, записать в виде:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c}\cdot\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} m\vec{v}\delta(\vec{r}-\vec{v}t), \tag{1}$$

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{1}{c}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \tag{2}$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = 4\pi m\delta(\vec{r}-\vec{v}t), \tag{3}$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = 0, \tag{4}$$

где

$$\vec{D}(\omega) = \varepsilon(\omega)\vec{E}(\omega), \quad \vec{B}(\omega) = \mu(\omega)\vec{H}(\omega). \tag{5}$$

Можно определить электрические и магнитные поля и найти потери магнитного заряда в среде различными методами. Будем исходить из метода, примененного в [2] и состоящего в вычислении действующей на частицу тормозящей силы, которая в данном случае равняется

$$F = mH_z\big|_{\vec{r}\cong\vec{r}_m}, \tag{6}$$

где H_z — компонент магнитного поля, направленный вдоль пути частицы. Вместе с тем (6) численно равняется потерям энергии на единице пути. Производя разложение всех величин в интегралы Фурье в пространстве волновых чисел

$$\vec{H} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\vec{k}(\vec{z}-\vec{v}t)} \vec{H}_\omega \, d\tau_k, \quad \delta(\vec{r} - \vec{v}t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{v}t)} \, d\tau_k, \tag{7}$$

где

$$\omega = (\vec{k}\vec{v}) \tag{8}$$

и учитывая связь между $\vec{E}_\omega$ и $\vec{H}_\omega$,

$$\vec{E}_\omega = -\frac{1}{n} \left[\frac{\vec{k}}{k} \vec{H}_\omega \right], \quad n^2 = \varepsilon\mu, \tag{9}$$

получаем из (1) — (5) уравнение

$$\left[k^2 - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \varepsilon\mu \right] \vec{H}_\omega - (\vec{k}\vec{H}_\omega) \vec{k} = -\frac{4i\pi m \omega \varepsilon \vec{v}}{c^2}. \tag{10}$$

Если ввести продольный и поперечный компоненты $\vec{k}$ — соответственно $k_\parallel$ и $k_\perp = \varkappa$, то для силы (6), действующей со стороны H_z на магнитный заряд, получим выражение

$$F_z = \frac{2m^2}{\pi v^2} \operatorname{Re} \left\{ i \int\limits_{\varkappa=\varkappa_{\min}}^{\infty} \int\limits_{\omega=0}^{\infty} \frac{(1 - \varepsilon\mu\beta^2) \varkappa \, d\varkappa \omega \, d\omega}{\mu(\omega) \left[\varkappa^2 + \left(\frac{\omega}{v} \right)^2 (1 - \varepsilon\mu\beta^2) \right]} \right\}, \tag{11}$$

где Re означает действительную часть. Интегрирование в (11) может быть выполнено однозначно, если брать интегралы в смысле главного значения ($P.V.$) и в окрестности полюсов представлять сингулярные выражения в виде

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{P \cdot V}{f(x)} + i\pi\delta(f(x)), \tag{12}$$

где δ — дельта-функция. Черенковским потерям соответствуют нули выражения в квадратных скобках в знаменателе подынтегрального выражения в (11), а потерям на продольных волнах (аналогу поляризационных потерь для заряженной частицы) — нули $\mu(\omega)$.

В соответствии со сказанным находим выражение для черенковских потерь магнитного заряда в среде, обладающей диэлектрическими и магнитными свойствами

$$(F_z)_{\text{чер}} = \frac{m^2}{c^2} \int\limits_{\varepsilon\mu\beta^2 > 1} \left(\varepsilon - \frac{1}{\mu\beta^2} \right) \omega \, d\omega \tag{13}$$

и выражение для потерь на продольных волнах

$$(F_z)_{\text{прод}} = \frac{m^2}{v^2} \sum_j \frac{\omega_j}{\mu'(\omega_j)} \ln \frac{\varkappa_{\min} v}{\omega_j}, \tag{14}$$

где ω_j — соответствуют нулям $\mu(\omega)$, а $\varkappa_{\min}$ — минимальное значение $\varkappa$, при котором еще применима макроскопическая электродинамика. Заметим, что окончательные выражения (13), (14) можно формально получить из соответствующих выражений для случая движения электрического заряда при помощи замены $e \rightleftarrows m$, $\varepsilon \rightleftarrows \mu$.

Интересно отметить, что хотя абсолютные значения черенковских потерь на данной частоте для магнитного и для электрического зарядов могут отличаться очень сильно, однако максимум и минимум в этих спектрах достигаются одновременно: максимум — при $\varepsilon_{\text{макс}}$, $\mu_{\text{макс}}$ минимум — при $\varepsilon_{\text{мин}}$, $\mu_{\text{мин}}$. Спектральный интервал излучения, определяемый неравенством $\varepsilon\mu\beta^2 > 1$, тоже в принципе одинаков в указанных двух случаях.

Как видно из (13), (14), магнитный заряд не может испытывать потерь, называемых обычно поляризационными и соответствующих $\varepsilon(\omega) = 0$. Эти потери, не зависящие от магнитных свойств вещества, характерны, следовательно, только для электрического заряда. Вместе с тем (14) показывает, что могут существовать и потери магнитного заряда на продольных волнах, но они соответствуют случаю $\mu(\omega) = 0$, т. е. идеальному диамагнетику, и не зависят от диэлектрических свойств вещества.

Мы хотели бы обратить внимание на то, что рассмотренные эффекты могут представлять интерес в связи с поисками магнитного монополя — гипотетической частицы, впервые теоретически предсказанной Дираком [3]. Одно из замечательных свойств монополя состоит в том, что его магнитный заряд m должен равняться целому кратному определенного количества магнетизма, именно $m = k\,\frac{\hbar c}{2e}$ или $\frac{m}{e} \simeq 68k$, где k — целое число. Поскольку черенковское излучение магнитного и электрического заряда пропорционально соответственно m^2 или e^2, то излучение магнитного монополя может при прочих равных условиях весьма существенно — примерно в 5000 раз — превосходить излучение электрического заряда. Это обстоятельство, а также характерная дисперсионная зависимость излучения (13), (14) могут оказаться важными при идентификации магнитного монополя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Франк И. М. Памяти С. И. Вавилова. М., 1952, стр. 172.
2. Ландау Л. Д. Приложение к книге: Н. Бор. Прохождение атомных частиц через вещество. ИЛ, М., 1950.
3. Дирак П. А. Proc. Roy. Soc., **133**, 60, 1931; Phys. Rev., **74**, 817, 1948.

Поступила в редакцию
10. 4 1962 г.

НИИЯФ