Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1962

В. М. БЕРЕЗИН

К ВОПРОСУ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА ПОЛЯ ДАВЛЕНИЯ АТМОСФЕРЫ ПО ПОЛНОЙ СИСТЕМЕ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ

В работе [1] была решена задача прогноза поля атмосферного давления по полной системе уравнений гидродинамики методом, предложенным А. Ф. Дюбюком. Решение было получено в явном виде через тройные интегралы.

Нами была произведена экспериментальная проверка полученных теоретическим путем результатов. Используя метод конечных разностей для определения функции $\Delta'\overset{\circ}{Q} = \frac{\partial^2 \overset{\circ}{Q}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overset{\circ}{Q}}{\partial x^2}$, $\Delta'\overset{\circ}{Q}_t$ и т. п., входящих в решения а также используя широко применяемый при прогнозе метод счета по кольцам, мы составили расчетную схему и получили численное решение задачи.

Было установлено, что при вычислениях лучше использовать интерполяционные формулы Лагранжа для определений функций $Q=RT_0 \ln \frac{p}{p_0}+gz$, где R — газовая постоянная, $T_0=273°$, $p_0=1000$ *мб*, p — давление (*мб*), $g=9{,}8$ *м/сек*^{2}, z—высота (*км*). Поскольку при использовании интерполяционной формулы поле получается более сглаженное, то функция Q аппроксимировалась полиномом второй степени относительно координаты z

$$Q = a(x, y)z^2 + b(x, y)z + c(x, y).$$

При этом $Q_{zz} = 2a(x, y)$ и приближенно $Q_{zz} = g\vartheta_z$, где $\vartheta = \frac{T-T_0}{T_0}$.

Данная задача была запрограммирована и просчитана на машине «Стрела». Задача решалась для трех высотных уровней. В качестве уровней были выбраны следующие: $z=0$, $z=2$ *км*, $z=4$ *км*. Шаг по горизонтали равен 250 *км*, сетка квадратная. Область прогноза охватывала 16×12 точек, исходное поле 24×20 точек.

Область, для которой делается прогноз, получилась несколько уменьшенной. Это уменьшение области прогноза происходит за счет вычисления методом конечных разностей лапласианов, якобианов и т. п. Шаг по времени, как было установлено экспериментально, равнялся 2 *час*. Время счета одного шага 3 *мин* 15 *сек*. Заметим, что при конечно-разностной аппроксимации исходного уравнения [2] шаг по времени того же порядка не должен превышать 3 *час*, что получено из условий устойчивости решения. Расчеты проводились для 6/XII 1953 г. на трех уровнях. Исходное поле давления за 5/XII 1953 г.

Результаты расчетов получились наиболее удовлетворительными на уровне $z=4$ *км*. При этом удалось правильно предсказать направления перемещения областей барических центров. Так, область высокого давления перемещалась на север, а низкого на восток, что совпадает с фактическим полем. Скорость перемещения получилась несколько заниженной. Это связано, по-видимому, с тем, что мы не использовали при расчетах данные о более высоких слоях атмосферы.

Как нам представляется, необходимо при дальнейших численных экспериментах учитывать более высокие слои атмосферы, такие, как 300 и 200 *мб*. При этом надо учитывать поведение функции с высотой, являющейся знакопеременной.

Решение аналогичной линеаризированной задачи в ограниченном пространстве устойчиво.

ЛИТЕРАТУРА

1. Березин В. М. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 4, 38, 1960.
2. Березин В. М. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 4, 68, 1961.
3. Дюбюк А. Ф. «ДАН СССР», 123, № 2, 1958.

Поступила в редакцию
20. 6 1962 г.

Кафедра
физики атмосферы

В. Г. ГРИШИН

К ВОПРОСУ О ПОПЕРЕЧНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЗАРЯЖЕННЫХ ПУЧКОВ В НАКОПИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

В настоящей работе рассматриваются некоторые поперечные эффекты пространственного заряда в циклических системах. Влияние заряда пучка на свободные колебания частиц изучалось многими авторами. В этих работах исследование проводилось в линейном приближении и в основном ограничивалось нахождением предельных плотностей частиц. Однако при этом из поля зрения выпадает ряд интересных явлений, обусловленных нелинейными эффектами пространственного заряда, которые по аналогии с другими случаями можно назвать эффектами «отрицательной массы» [1, 2]. Суть этих явлений можно пояснить следующим образом. В нелинейном осцилляторе частота (фазовая скорость) зависит от энергии [3]. Поэтому распределение частиц, равномерное по фазам, оказывается при определенных условиях неустойчивым. Рассмотрим для простоты пучок, в котором частицы совершают нелинейные колебания с одинаковой энергией. Поле образовавшейся положительной флуктуации плотности ускоряет частицы, двигающиеся перед флуктуацией, и замедляет частицы, находящиеся позади нее. Если частота колебаний уменьшается с ростом энергии $\left(\frac{d\omega}{dw} < 0\right)$, то флуктуации плотности увеличиваются; если $\frac{d\omega}{dw} > 0$, то возмущения плотности рассасываются. Как известно из теории нелинейных бетатронных колебаний [4], условию $\frac{d\omega}{dw} < 0$ могут удовлетворять (по крайней мере в одном из направлений) фактически все циклические системы. Поэтому это явление целесообразно исследовать подробнее.

Рассмотрим тот практически важный случай, когда размеры пучка в одном из поперечных направлений (радиальном) существенно больше других (вертикальных) и допустим, что частицы по вертикали совершают линейные колебания, а амплитуда радиальных колебаний достаточно велика, чтобы вступили в силу нелинейные соотношения. Тогда радиальное движение, описываемое уравнением *,

$$\ddot{x} + \omega^2 x = g_1 x^2 + g_2 x^3 + \frac{e\mathcal{E}}{m\omega\gamma^2}, \tag{1}$$

где $\mathcal{E}$ — поле флуктуации, $\gamma = E/E_0$, E — полная энергия частиц, можно записать в виде

$$x = A\cos(\omega t + \varphi), \qquad \dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi), \tag{2}$$

* К такому виду можно привести уравнение бетатронных колебаний в произвольной периодической системе [5]. Заметим также, что ω и $g_{1,2}$ включают поле пучка.