Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1963

В. В. АЛЕКСЕЕВ

О РОЛИ ПРИЦЕЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ ПРИ МНОЖЕСТВЕННОМ РОЖДЕНИИ ЧАСТИЦ

Изучается зависимость множественности от параметра удара падающих мезонов. Показано, что множественность пропорциональна коэффициенту неупругости (или параметру удара).

Одной из возможностей получить сведения о сильных взаимодействиях является исследование множественного рождения частиц. Эксперимент дает основание предположить, что характер звезд определяется не только энергией и видом соударяющихся частиц, но и еще каким-то дополнительным параметром. Множественность получается различной при одной и той же энергии (см. рис.). Кроме того, анализ ряда звезд показал, что однозначной функцией E_L является не N (число рождающихся мезонов), а $\frac{N}{b}$, где b — коэффициент неупругости.

Также найдены три типа угловых распределений (2). Все это побуждает провести исследование множественного рождения в зависимости от величины типа параметра удара, т. е. отдельно исследовать множественность при периферических и лобовых соударениях. Квантово-полевая теория указывает на возможность различить эти два типа столкновений. В данной работе и предпринята попытка провести такое исследование.

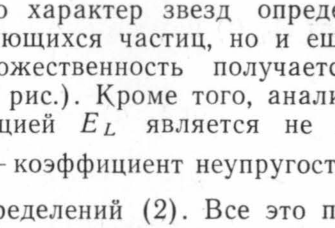

Рис. 1

Рассматривается соударение мезона с нуклоном. Для простоты рассматриваются только вращательные степени свободы нуклона. Задача решается методом теории возмущений, что, судя по полученным ранее результатам, по-видимому, удовлетворительно при малых коэффициентах неупругости. Решение удобно проводить в сферической системе координат. Напишем уравнение для ротатора

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi = (H_0 + H_I)\Psi, \tag{1}$$

где

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2I}\left(\frac{1}{\sin\vartheta}\cdot\frac{\partial}{\vartheta\vartheta}\left(\sin\vartheta\frac{\partial}{\partial\vartheta}\right) + \frac{1}{\sin^2\vartheta}\cdot\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right],$$

I — момент инерции нуклона-ротатора, а $H_I = g\varphi$, где φ удовлетворяет уравнению $(\Box^2 - k_0'^2)\varphi = 0$, $k_0' = \frac{mc'}{\hbar}$,

$$H_I = g\left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sum \int dkkk_0^{-\frac{1}{2}} f_{l''}(k\eta) \{Y_{l''m''}(\vartheta\varphi) \times$$

$$\times C_{l''m''}(k) e^{ik_0tc} + Y^+_{l''m''}(\vartheta_1\varphi) C^+_{l''m''}(k) e^{-ik_0tc}\}, \qquad (2)$$

g — постоянная мезон-нуклонных взаимодействий.

Коэффициенты C и C^+ удовлетворяют соотношениям [3]

$$[C_{lm}(k),\ C_{l'm'}(k')] = 0,$$

$$[C^+_{lm}(k),\ C^+_{l'm'}(k')] = 0,$$

$$[C^+_{lm}(k),\ C_{l'm'}(k')] = \delta_{ll'}\delta_{mm'}\delta(k-k').$$

Решение уравнения (1) ищем в виде

$$\Psi = f(\eta) \sum_{\substack{l,m \\ El>0}} Y_{lm}(\vartheta,\varphi) A_{lm}(t) e^{-\frac{iElt}{\hbar}}.$$

Здесь $f(\eta)$ функция, определяющая радиальное распределение массы в ротаторе, удовлетворяет условию

$$\int f^2(\eta)\eta^2 d\eta = 1.$$

Для $A_{lm}(t)$ получаем уравнение

$$-i\hbar \dot{A}_{lm}(t) = g\left(\frac{1}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{l'l''} (-1)^m \left\{\frac{(2l+1)\cdot(2l'+1)}{4\pi(2l''+1)}\right\}^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times (ll'00 \mid l''0) e^{\frac{i(-E_{l'}+E_l)t}{\hbar}} \langle(-1)^{m'} (ll'-mm' \mid l''-m'') \times$$

$$\times \int_0^\infty dk''k''k_0''^{-\frac{1}{2}} j_{e''}(k''\bar{\eta}) G_{l''m''}(k'') e^{ik_0ct} + (ll'-mm' \mid l''m'') \times$$

$$\times \int_0^\infty dk''k''k_0''^{-\frac{1}{2}} j_{l''}(k''\bar{\eta}) C^+_{l''m''}(k'') e^{-jk_0^{0''}ct} \rangle A_{l'm'}(t). \qquad (3)$$

Здесь $\bar{\eta}$ имеет смысл некоторого эффективного радиуса ротатора;

$$j_l(k\bar{\eta}) = \frac{j_l(k\tilde{\eta}) f^2(\tilde{\eta}) \tilde{\eta}^2 \Delta\eta}{f^2(\bar{\bar{\eta}}) \bar{\bar{\eta}}^2 \Delta\eta},$$

$(ll'mm'(l''m''))$ — коэффициент Клебша — Жордана. Решение проводим методом теории возмущений.

В начальном состоянии пусть ротатор описывается величиной A_{00}. Кроме того, предполагается, что вылетающие мезоны имеют одинаковые параметры $|\vec{k}|$, l, что практически наблюдается в эксперименте: вылетает один энергичный, а остальные медленные с приблизительно равными параметрами мезоны. Мы рассматриваем матричный элемент, соответствующий процессу, приведенному на рисунке.

Аналитическое выражение его следующее:

$$M=\frac{1}{\sqrt{n!}}\langle n|\,A^{n+1}_{l_{n+1}}\,|\,1\rangle=2\pi\delta\left(nE_k-E_{k_{\text{пад}}}+E_{l_{n+1}}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{g}{\pi}\right)^{n+1}\sqrt{n!}\;k_{\text{пад}}^{\frac{3}{2}}\,k_{0\,\text{пад}}^{-\frac{1}{2}}je_{\text{пад}}(k_{\text{пад}}\overline{\eta})\;k^{\frac{3n}{2}}\,k_0^{-\frac{n}{2}}\times$$

$$\times\left(j_e(k\overline{\eta})\right)^n\sum_{\substack{\text{суммирование}\\ \text{по всем } l_1\ldots l_n}}\frac{1}{((n-1)E_k-E_{\text{пад}}+E_{l_n})\ldots(-E_{k_{\text{пад}}}+E_{l_1})}\times$$

$$\times f(l_{n+1},l_n,l)\,f(l_n,l_{n-1},l)\ldots f(l_2,l_1,l)\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\,\delta_{l_1 e_{\text{пад}}},\tag{4}$$

здесь l_i — квантовые числа ротатора l-мезона, A^{n+1} — $n+1$ член в разложении по теории возмущений

$$k_0=\sqrt{k^2+k_0^{12}},$$

$$f(l_{i+1},l_i,l)=\left\{\frac{(2l_{i+1}+1)\;(2l_i+1)}{4\pi\,(2l+1)}\right\}^{\frac{1}{2}}(l_{i+1}l_i00\,|\,l0)^2.$$

Сечение процесса, изображенного на рисунке, просуммированное по $n!$ конечным состояниям, получается равным

$$\sigma\sim\left(\frac{g}{2\pi}\right)^{2n}(n!)_1^2\,k^{3n}k_0^{-n}j_l^{2n}(k\overline{\eta}).$$

$$\left\{\sum_{\substack{\text{по всем}\\ l_1\ldots l_n}}\frac{1}{((n-1)\,E_n-E_{n_{\text{пад}}}+E_{l_n})\ldots(-E_{k_{\text{пад}}}+E_{l_1})}\,f(l_{n+1}l_n,l)\ldots\right.$$

$$\left.\ldots\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\,\delta_{e_1 l\text{пад}}\right\}^2.$$

Исследуем это выражение. Во-первых, рассмотрим наиболее простой с точки зрения вычисления случай.

Пусть $l_{\text{пад}}=0$ и $l=0$, тогда, учитывая, что $E_{l_n}=\dfrac{\hbar^2 l\,(l+1)}{2I}$, и полагая $\dfrac{g}{\hbar C}=15$, получим

$$\sigma\sim\left(\frac{15}{2\pi}\right)^{2n}\left(1-\frac{n^2}{N^2}\right)^{\frac{3n}{2}}j_0\,(k\overline{\eta})^{2n},$$

здесь

$$N=\frac{E_{\text{пад}}}{mC^2},\quad j_0(k\widetilde{\eta})\approx 1,$$

m — масса мезона.

Определим зависимость наиболее вероятного числа вылетающих мезонов от $E_{\text{пад}}$

$$\frac{d\sigma}{dn}\approx\left(\frac{15}{2\pi}\right)^{2n}\left(1-\frac{n^2}{N^2}\right)^{\frac{3n}{2}}\left(2\ln 2{,}4+\frac{3}{2}\ln\left(1-\frac{n^2}{N^2}\right)-\frac{\frac{3n^2}{N^2}}{1-\frac{n^2}{N^2}}\right)=0.$$

Отсюда

$$n\sim 0{,}5N.$$

Или в системе центра масс $n \sim 0{,}5\sqrt{N}$. Вследствие того что $l_{\text{пад}}=0$ и $l=0$, этот случай эквивалентен рождению мезонов на бесконечно тяжелом точечном нуклоне, а в этом случае имеется перестановочность вершин и решение перенормированной задачи совпадает с решением по теории возмущений (см., например, [4]). Однако для этого случая наша модель, строго говоря, неприменима, так что сильное завышение множественности просто объясняется некорректностью учета одних лишь вращательных степеней свободы рассеивателя. Аналогичная причина завышения множественности остается в силе и при $l_{\text{пад}} \neq 0$, хотя здесь различие должно быть менее заметным. Когда $l_{\text{пад}} \neq 0$ и $l = 0$,

$$\sigma \sim \left(\frac{15}{2\pi}\right)^{2n} \cdot \left(1 - \frac{n^2}{N^2 b^2}\right)^{\frac{3}{2}n},$$

здесь

$$b = 1 - \frac{E_{l\text{рот}}}{E_{k\text{пад}}},$$

$E_{l\text{рот}}$ — конечная энергия ротатора, $E_{k\text{пад}}$ — энергия падающего мезона. Для наиболее вероятного числа мезонов в зависимости от Nb получаем

$$n \sim 0{,}5Nb.$$

Положив

$$E_{k\text{пад}} \sim pc = \frac{p\eta c}{\eta} = \frac{\hbar c\sqrt{l_{\text{пад}}(l_{\text{пад}}+1)}}{\eta},$$

$$E_{l\text{рот}} = \frac{M^2}{2I} = \frac{\hbar^2 l_{\text{пад}}(l_{\text{пад}}+1)}{2m\eta^2}, \text{ так как } l_{\text{рот}} = l_{\text{пад}},$$

и учитывая $c \sim \frac{\hbar}{2m\bar{\eta}}$, получим для b выражение

$$b = 1 - \frac{\eta}{\bar{\eta}}\sqrt{l_{\text{пад}}(l_{\text{пад}}+1)},$$

$$n \sim 0{,}5N\left(1 - \frac{\eta}{\bar{\eta}}\sqrt{l_{\text{пад}}(l_{\text{пад}}+1)}\right).$$

Таким образом, наиболее вероятное число рождающихся мезонов линейно убывает с увеличением прицельного расстояния. Это согласуется с экспериментальными и теоретическими результатами, приведенными в работе (5).

Автор приносит большую благодарность своему научному руководителю В. И. Григорьеву за постоянную помощь, которую он оказывал в выполнении настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жиро Коба и Шуджи Такаги. «Успехи физических наук», **70**, вып. 2, 287, 1961.

2. Фейнберг Е. Л. «Успехи физических наук», **70**, вып. 2, 333, 1961.

3. Новожилов Ю. В. «Вестн. Ленингр. ун-та», сер. физ.-мат. и естеств. наук, № 11, 47, 1954.

4. Вавилов Б. Т., Вердиев И. А., Гончарова Н. Г., Григорьев В. И., Миледин Г. В. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 3, 46, 1962.

5. Езава Х., Камеи О., Мори К., Шимоидда Х., Йонеяма Е. «Тр. Международной конференции по космическим лучам», т. 1. М., 1960, стр. 276.

Поступила в редакцию
23. 10 1962 г.

Кафедра
статистической физики и
механики