

О. И. МЕДНИКОВ

ШИРОКОПОЛОСНЫЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ДЕЛИТЕЛИ ЧАСТОТЫ

Проведен теоретический анализ работы двухконтурного параметрического делителя частоты с произвольным коэффициентом деления n . Рассмотрены условия получения максимальной полосы деления. Экспериментально исследовались делители с $n = 4 \div 23$. Изучалась зависимость полосы деления, частот и амплитуд колебаний от коэффициента деления и параметров контуров. Получен режим деления в широкой полосе частот накачки без перестройки контуров.

Двухконтурные параметрические генераторы в режиме взаимной синхронизации колебаний в контурах могут служить эффективными делителями частоты. Подобным системам посвящены работы [1, 2, 3, 4, 8]. Однако в них не были получены максимально достижимые полосы деления, а теоретическое рассмотрение в [1, 2, 3] проведено лишь для деления в 3 и 4 раза.

В настоящей работе исследуются двухконтурные параметрические делители частоты при делении в n раз. Разобран вопрос о получении максимальной полосы деления.

Теоретический анализ

Схема делителя приведена на рис. 1. Генератор накачки включается параллельно высокочастотному контуру [3], нелинейным элементом служит емкость p — n -перехода полупроводникового диода $C_d(\omega_H = np$ — частота накачки, $\omega_{10} \approx p$, $\omega_{20} \approx (n-1)p$).

Для деления частоты в такой схеме в n раз в характеристике нелинейной емкости, представленной в виде разложения заряда q_c в ряд по степеням напряжения u_c , должен, как правило, учитываться член с u_c^{n-1} . Считая, что последующие члены достаточно малы и слабо влияют на работу схемы, возьмем характеристику (для $n \geq 4$) в виде

$$q_c = \alpha u_c - \beta u_c^2 - \sum_{k=3}^{n-2} \chi_k u_c^k - \gamma u_c^{n-1}. \quad (1)$$

Записав уравнения для напряжений на контурах u_1 и u_2 , ищем их решения в виде

$$u_1 = A_1 \cos(pt + \varphi_1), \\ u_2 = A_{n-1} \cos[(n-1)pt + \varphi_{n-1}] + A_n \cos(npt + \varphi_n),$$

где $A_1, A_{n-1}, \varphi_1, \varphi_{n-1}$ — медленно меняющиеся функции времени, A_n и φ_n — амплитуда и фаза вынужденного колебания с частотой $n\rho$ в высоко-частотном контуре; $u_c = u_1 + u_2$. Контурсы считаются достаточно добротными.

Запишем уравнения установления для A_i и φ_i :

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 &= -\delta_1 A_1 + \beta_1 A_{n-1} A_n \sin \psi + \gamma_1 A_1^{n-2} A_{n-1} \sin \Phi - D_1, \\ \dot{\varphi}_1 &= -\Delta_1 + \beta_1 \frac{A_{n-1} A_n}{A_1} \cos \psi + \gamma_1 A_1^{n-3} A_{n-1} \cos \Phi - B_1, \\ \dot{A}_{n-1} &= -\delta_2 A_{n-1} + \beta_2 A_1 A_n \sin \psi - \gamma_2 A_1^{n-1} \sin \Phi - D_{n-1}, \\ \dot{\varphi}_{n-1} &= -\Delta_2 + \beta_2 \frac{A_1 A_n}{A_{n-1}} \cos \psi + \gamma_2 \frac{A_1^{n-1}}{A_{n-1}} \cos \Phi - B_{n-1}, \\ 0 &= -\delta_2 A_n - \frac{n}{n-1} \beta_2 A_1 A_{n-1} \sin \psi - \frac{I_0}{2C_2} \sin \varphi_n + D_n, \\ 0 &= -\Delta_n + \frac{n}{n-1} \beta_2 \frac{A_1 A_{n-1}}{A_n} \cos \psi - \frac{I_0}{2C_2 A_n} \cos \varphi_n - B_n, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \psi &= \varphi_1 + \varphi_{n-1} - \varphi_n, \quad \Phi = (n-1)\varphi_1 - \varphi_{n-1}, \quad \delta_1 = \frac{\rho}{2Q_1}, \\ \delta_2 &= \frac{(n-1)\rho}{2Q_2}, \quad \Delta_1 = \rho - \omega_{10} + \frac{\alpha\rho}{2C_1}, \\ \Delta_2 &= (n-1)\rho - \omega_{20} + \frac{(n-1)\alpha\rho}{2C_2}, \quad \Delta_n = \frac{2n-1}{2n}\rho + \frac{n\alpha\rho}{2C_2}, \\ \beta_1 &= \frac{\beta\rho}{2C_1}, \quad \beta_2 = \frac{(n-1)\beta\rho}{2C_2}, \quad \gamma_1 = \frac{(n-1)\gamma\rho}{2^{n-1}C_1}, \quad \gamma_2 = \frac{(n-1)\gamma\rho}{2^{n-1}C_2}. \end{aligned}$$

Члены B_i и D_i представляют собой суммы произведений коэффициентов κ_k и γ и различных степеней амплитуд A_i на $\cos m\psi$ (для B_i) либо $\sin m\psi$ (для D_i). Числовые множители при них могут быть вычислены в общем виде (выражения для этих множителей чрезвычайно громоздки и практического интереса не представляют).

Для нахождения амплитуд и фаз применяется метод вторичного укорочения уравнений [5]. Полагаем, что в нелинейной характеристике емкости все члены, начиная с третьего, малы по сравнению с первыми двумя (все $\frac{\kappa_k u_c^{k-2}}{\beta} \sim \frac{\gamma u_c^{n-3}}{\beta} \sim \mu$, где $\mu \ll 1$). Разлагая уравнения по μ , в нулевом приближении ($\mu \approx 0$) определяем стационарные амплитуды и фазы параметрической генерации. Значения $A_{i0}, \psi_0, \varphi_{n0}$, условие самовозбуждения и выражение для полосы генерации совпадают с полученными в [3]. Как и там, ограничение амплитуд получается уже из уравнений нулевого приближения в результате учета обратной реакции колебаний частоты ρ и $(n-1)\rho$ на колебания частоты $n\rho$.

Учитывая члены порядка μ , получаем 6 уравнений первого приближения. Режим деления частоты (взаимной синхронизации колебаний в контурах) характеризуется постоянством фазы Φ , которая определяется из этих уравнений. Полагая $\dot{\Phi} = 0$, можно найти связь между Φ и

расстройкой частоты накачки $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$. При этом следует отдельно рассмотреть два случая: различные добротности контуров

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1 + \frac{Q_2}{n-1}} \sim 1 \quad (3)$$

и близкие добротности контуров

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1 + \frac{Q_2}{n-1}} \sim \mu. \quad (4)$$

В случае различных добротностей контуров полоса деления получается равной

$$\frac{\Delta_{\text{дел}}}{np} = \frac{(n-2) Q_1}{2^{n-2} C_1 |Q_2 - Q_1|} \gamma A_{10}^{n-3} A_{(n-1)0}. \quad (5)$$

Формула (5) показывает, что полоса деления растет по мере сближения добротностей [1, 3, 4], но при достаточно близких добротностях

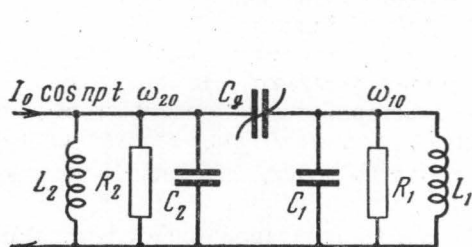


Рис. 1. Схема двухконтурного параметрического делителя частоты

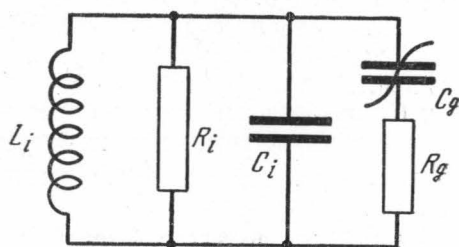


Рис. 2. Эквивалентная схема контура с подключенным к нему диодом

эта формула перестает быть справедливой, так как нарушается условие (3). Анализ уравнений для случая (4) приводит к следующей связи между Φ и Δ :

$$\frac{\Delta}{\delta_1} = \frac{\frac{\Delta_k}{\gamma_1 A_{10}^{n-3} A_{(n-1)0}} - (n-2) \cos \Phi}{\sigma - \sin \Phi}, \quad (6)$$

где

$$\Delta_k = \omega_{20} - (n-1) \omega_{10} - \frac{(n-1) ap}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) + (n-1) B_1 - B_{n-1},$$

$$\sigma = \frac{2^{n-2} C_1}{n Q_1 \gamma A_{10}^{n-3} A_{(n-1)0}} \left\{ \left(1 - \frac{Q_1}{Q_2} \right) + \frac{\beta p}{C_2} \left[(n-1) D_1 + \sqrt{\frac{Q_2 C_2}{Q_1 C_1}} D_{n-1} \right] \right\}.$$

Условие устойчивости фазы Φ имеет вид

$$\frac{\Delta}{\delta_1} \cos \Phi + (n-2) \sin \Phi > 0. \quad (7)$$

Для $n=4$ графики теоретической зависимости Φ от Δ при различных σ (с учетом условия устойчивости) приведены в [3].

Из (6) видно, что при

$$|\sigma| \leq 1 \quad (8)$$

полоса деления теоретически стремится к бесконечности, практически же она не может превышать полосы генерации (с приближением к краям полосы генерации амплитуды A_{i0} уменьшаются, $|\sigma|$ растет). При $|\sigma| > 1$ полоса деления быстро убывает с ростом $|\sigma|$.

Такая широкополосность параметрических делителей частоты связана с тем, что при изменении частоты накачки в пределах полосы генерации меняются в ту же сторону и частоты колебаний в контурах, причем их сумма остается равной ω_H . Так, для частоты колебаний в низкочастотном контуре ω_1 имеем

$$\omega_1 = \frac{1}{1 + (n-1) \frac{Q_1}{Q_2}} \omega_H + \frac{B_{n-1} - B_1(n-1) \frac{Q_1}{Q_2}}{1 + (n-1) \frac{Q_1}{Q_2}}. \quad (9)$$

Если $Q_1 \approx Q_2$, то в широкой полосе с точностью до нелинейных поправок ω_1 сохраняется близкой к $\frac{\omega_H}{n}$ [1, 3, 6]; частотная кривая лежит вблизи прямой, соответствующей синхронному режиму. Тогда даже малой дополнительной связи между колебаниями за счет γ будет достаточно для деления в большом диапазоне частот накачки.

С повышением коэффициента деления n соответствующие члены в нелинейной характеристике емкости диода убывают. На соотношение Q_1 и Q_2 накладываются все более жесткие требования, становится все труднее выполнять их при изменении ω_H , начинают сказываться нелинейные поправки к частоте. Поэтому с ростом n полоса деления уменьшается.

Важно, что в реальной схеме добротности контуров определяются с учетом потерь в диоде. Приближенно i -тый контур с подключенным к нему диодом можно представить в виде эквивалентной схемы рис. 2 (другой контур для частоты ω_i может считаться коротким замыканием). Если добротность ненагруженного i -того контура Q_{i0} , а добротность диода $Q_d = \frac{1}{\omega_i R_d C_d}$, то для добротности Q_i контура, нагруженного диодом, получим

$$\frac{1}{Q_i} = \frac{1}{Q_{i0}} + \frac{C_d}{C_i Q_d} \quad (10)$$

(при расчете мы полагали переменную часть емкости малой и $\frac{C_d}{C_i} \ll 1$).

Чем больше $\frac{C_d}{C_i}$, тем в большей степени диод включен в контур, тем сильнее сказывается его шунтирующее действие.

Экспериментальные результаты

Экспериментально исследовались двухконтурные параметрические делители частоты с параллельной накачкой (см. рис. 1) при делении в $4 \div 23$ раза. Частота накачки была выбрана в диапазоне 3—4 мГц. Нелинейной емкостью служила емкость $p-n$ -перехода германиевого диода (плоскостного, типа Д7Г). На диод подавалось автоматическое смещение.

Была исследована зависимость полосы деления от соотношения добротностей контуров. Обнаруживалось, что наклон частотной кривой и величину $\Delta_{\text{дел}}$ мало влияет соотношение Q_{10} и Q_{20} , измеренных при отключенном диоде. От присоединения диода добротности сильно падают.

Причина состоит в том, что при работе с автоматическим смещением обязательно существуют прямые токи через диод, который сильно шунтирует контура.

Чтобы получить максимальные полосы деления, пришлось изменять соотношение емкости диода и емкостей контуров. Это (см. (10)) меняло степень включения диода в контура.

Частотные кривые для разных C_1 ($n=5$) приведены на рис. 3. Из графиков видно, что при больших C_1 (кривая 1, $C_1=205$ пф) наклон кривой меньше $\frac{1}{5}$, полоса деления не-

велика. При малых C_1 (кривая 2, $C_1=110$ пф) наклон кривой в средней части больше $\frac{1}{5}$. Так как у краев

области генерации частотная кривая изгибается из-за нелинейных поправок к частоте (9), то могут существовать 2 или 3 узкие полосы деления вблизи точек пересечения частотной кривой с прямой $\omega_1 = \frac{\omega_H}{5}$. При других соотношениях параметров контуров частотная кривая может изгибаться и в противоположную сторону.

Наконец, в определенном интервале значений C_1 (кривая 3, $C_1=135$ пф) наклон частотной кривой близок к $\frac{1}{5}$ во всей полосе генерации; полоса деления достигает максимальных значений. Но при этом оптимальный режим не соответствует равенству добротностей изолированных контуров Q_{10} и Q_{20} .

В схемах деления частоты в $4 \div 23$ раза измерялись полосы генерации и максимальные полосы деления. Отношения полученных полос $\Delta_{ген}$ и $\Delta_{дел}$ к средней частоте накачки ω_0 ($\frac{\omega_0}{2\pi} \approx 3,5$ мГц) показаны на рис. 4.

При $n=4$ получена максимальная полоса деления около 27%, при $n=10$ полоса достигала 9,5%, при делении в 23 раза — 2%.

В случае малых коэффициентов n полоса деления занимает почти всю полосу генерации (до 90—95%), что находится в согласии с выводами теории. С увеличением n максимальная полоса деления и отношение $\frac{\Delta_{дел}}{\Delta_{ген}}$

уменьшаются. Так, для деления в 4, 5, 6 раз $\frac{\Delta_{дел}}{\Delta_{ген}} \approx 90\%$, а при $n = 23$ $\frac{\Delta_{дел}}{\Delta_{ген}} \approx 22\%$. При повышении n уменьшается также $\Delta_{ген}$, но медленнее, чем $\Delta_{дел}$.

Амплитудные кривые на рис. 5 относительно симметричны, скачков и гистерезисных явлений на них не заметно. Это показывает, что, в соответствии с теорией, ограничение амплитуд происходит не за счет нелинейной емкости [2, 5], а, видимо, в основном из-за реакции на на-

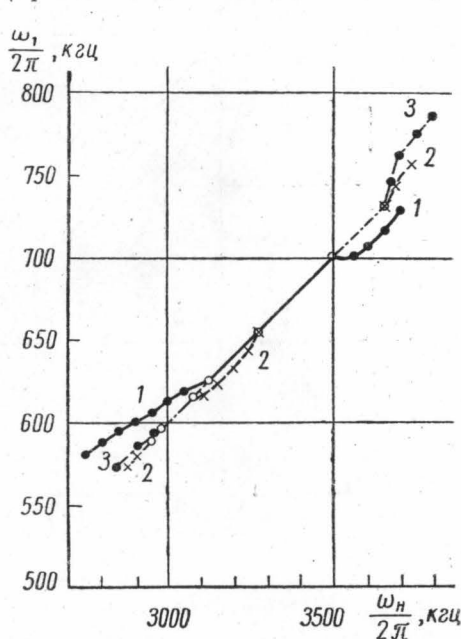


Рис. 3. Зависимость частоты колебаний в первом контуре ω_1 от частоты накачки ω_H для различных C_1 ($n=5$)

качку [3, 4, 7]. Полоса деления на рис. 5 занимает значительную часть полосы генерации; при подходе к краям полосы амплитуда A_1 уменьшается.

Исследование зависимости работы схемы от мощности накачки P_H показало, что существует пороговое значение P_H , при котором возникает генерация; при самых узких полосах генерации (вблизи порога)

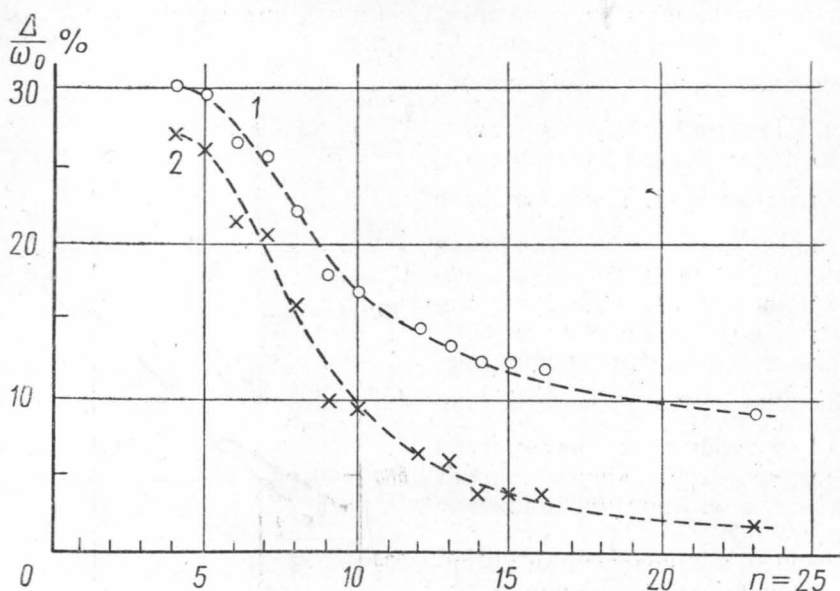


Рис. 4. Зависимость относительной полосы генерации $\frac{\Delta_{ген}}{\omega_0}$ (кривая 1) и полосы деления $\frac{\Delta_{дел}}{\omega_0}$ (кривая 2) от коэффициента деления n

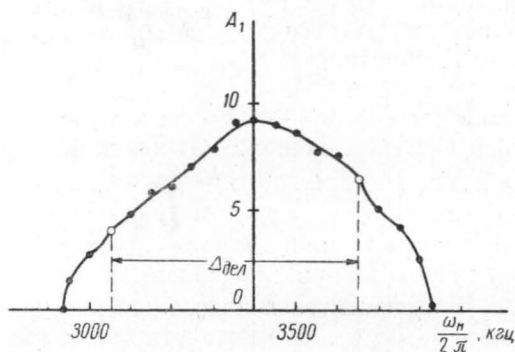


Рис. 5. Типичная кривая зависимости амплитуды A_1 от частоты накачки ω_H ($n=5$)

возможен и режим деления, что подтверждает теоретические соображения. С увеличением P_H полоса деления и полоса генерации вначале быстро растут. После достижения некоторого уровня мощности этот рост прекращается.

Как показал эксперимент, в данной схеме удается наблюдать и деление частоты в дробное число раз ($\omega_H = \frac{m}{k} p$). Теоретически дробное де-

ление должно возникать за счет $(m - 1)$ -го члена в характеристике S_d , и полосы такого деления получаются узкими. Так, вблизи области деления в 5 раз при небольшой перестройке схемы возбуждается деление в $\frac{9}{2}$ и $\frac{11}{2}$, $\frac{14}{3}$ и $\frac{16}{3}$, $\frac{19}{4}$ и $\frac{21}{4}$ раза и т. д.

Помимо деления с $\omega_H \approx \omega_{10} + \omega_{20}$ возможно деление и с другим соотношением частот. Например, при подаче накачки с частотой $\omega_H \approx 2(\omega_{10} + \omega_{20})$ (около 6 мГц) на схему рис. 1, настроенную для деления частоты 3 мГц примерно в 20 раз, наблюдается деление с $n=40$ в достаточно широкой полосе (количественных измерений для этого случая не проводилось). Подобное деление описано и в [4]. По-видимому, здесь происходит последовательное деление частоты [4]: сначала частота накачки делится в 2 раза, а затем получается обычное деление, описанное раньше.

Выводы

Исследовалось деление частоты в n раз в двухконтурной схеме. Рассмотрены условия получения максимальной полосы деления. Экспериментально подбором параметров контуров удалось добиться деления в широкой полосе частот (для $n = 4$ $\frac{\Delta_{дел}}{\omega_0} = 27\%$, для $n = 23$ — $\frac{\Delta_{дел}}{\omega_0} = 2\%$). При небольших n деление происходило почти во всей полосе генерации. Наблюдалось дробное деление и деление частоты с $\omega_H \approx 2(\omega_{10} + \omega_{20})$.

Добротности контуров в рабочем режиме определяются в основном добротностью диода и степенью включения его в контур.

С повышением n уменьшаются пределы, в которых могут лежать добротности для получения оптимальной полосы. Полоса деления сужается; падает также отношение $\frac{\Delta_{дел}}{\Delta_{ген}}$. Так, для $n = 4$ $\frac{\Delta_{дел}}{\Delta_{ген}} = 90\%$, а для $n = 23$ $\frac{\Delta_{дел}}{\Delta_{ген}} = 22\%$.

В заключение автор выражает глубокую признательность Е. Р. Мустель и В. Н. Парыгину за постоянное внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильинский Ю. А. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 2, 60, 1962.
2. Ахманов С. А., Рошаль А. С. «Изв. высш. учебн. зав.», радиофизика, 5, № 5, 1017, 1962.
3. Мустель Е. Р., Парыгин В. Н., Соломатин В. С. «Радиотехника и электроника», 8, № 7, 1156, 1963.
4. Каплан А. Е. Дипломная работа. Ин-т радиоэлектроники АН СССР, 1961; «Радиотехника и электроника», 8, № 8, 1389, 1963.
5. Хохлов Р. В. ДАН СССР, 97, № 3, 411, 1954.
6. Ахманов С. А., Кравцов Ю. А. «Изв. высш. учебн. зав.», радиофизика, 5, № 1, 144, 1962.
7. Уткин Г. М. «Радиотехника и электроника», 5, № 11, 1866, 1960.
8. Heeger K. Zeitschrift f Phys., 29, Nr. 2, 91, 1924.

Поступила в редакцию
6. 3 1963 г.

Кафедра
колебаний