Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 5 — 1963

О. Р. КОНЕНКО

ДЕИОНИЗАЦИЯ СТАЦИОНАРНОГО ПОТОКА ПЛАЗМЫ С УЧЕТОМ СПАДА ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

Рассмотрена деионизация потока плазмы, происходящая за счет механизма амбиполярной диффузии с учетом изменения электронной температуры. Показано, что наличие градиента электронной температуры эквивалентно увеличению скорости плазменного потока, что приводит к замедлению спада концентрации носителей заряда вдоль оси потока.

Ряд исследователей изучали газоразрядную плазму в стадии ее распада, когда на нее почему-либо переставали действовать ионизирующие факторы. Большинство посвященных деионизации работ последнего времени [1—3] относились к изучению покоящейся плазмы, распадающейся из-за снятия с электродов трубки напряжения, поддерживавшего разряд. В результате этих работ получены численные значения коэффициента амбиполярной диффузии [1], коэффициента объемной рекомбинации [2], постоянной релаксации электронной температуры [3] и их зависимости от условий в разряде (давление и род газа, наличие магнитного поля и т. п.).

Более ранние исследователи для наблюдения за ходом деионизации создавали потоки ионизованных газов и измеряли их параметры (в основном концентрацию носителей и электронную температуру) в различных сечениях потока [4, 5], несколько удаленных от области, где газ получал первоначальную ионизацию.

Такой метод исследования распадающейся плазмы позволял не только получать сведения о механизме и скорости деионизации, но и о средней скорости потока распадающейся плазмы, измерения которой приобрели важное значение в некоторых областях техники.

Теоретически деионизация потока плазмы за счет механизма амбиполярной диффузии была исследована в работах [4, 6]. В первой из них рассматривалась деионизация потока плазмы с постоянной концентрацией носителей заряда в начальном сечении; во второй — «волны концентрации» в потоке деионизующейся плазмы, вызванные гармонической модуляцией концентрации носителей заряда в начальном сечении потока. Задачи решались в предположении, что электроны и ионы выносятся вместе с нейтральным газом из области действия ионизатора с постоянной скоростью и рекомбинируют на стенках канализующей поток трубы известного радиуса. Коэффициент амбиполярной диффузии в различных сечениях потока предполагался постоянным.

Последнее предположение хотя и дает возможность получить точные решения поставленных математических задач, с физической точки зрения является грубым допущением. В процессе деионизации электронная температура и, следовательно, коэффициент амбиполярной диффузии заметно уменьшаются, достигая более или менее постоянного значения лишь в самом конце процесса, когда плазма уже сильно деионизована. Уменьшение коэффициента диффузии приводит к затягиванию деионизации, уменьшению ее скорости.

В настоящей работе рассматривается деионизация плазменного потока с учетом спада электронной температуры, т. е. с переменным коэффициентом диффузии.

Постановка задачи

Уравнение для концентрации носителей в диффузионном приближении для случая $D \neq \text{const}$ имеет вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n\vec{V} - D \operatorname{grad} n) = 0, \tag{1}$$

где n — концентрация носителей заряда, D — коэффициент амбиполярной диффузии, $\vec{V}$ — переносная средняя скорость газа, в котором наблюдается диффузия.

Записав (1) в цилиндрических координатах и предположив, что вектор поля скоростей не зависит ни от времени, ни от координат, а коэффициент диффузии меняется только вдоль потока, в направлении оси OZ, получим

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \left(V - \frac{dD}{dz}\right)\frac{\partial n}{\partial z} = D\left(\frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial n}{\partial r} + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2}\right). \tag{2}$$

Стационарному случаю распределения концентрации носителей заряда в потоке будет соответствовать равенство

$$\frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial n}{\partial r} + \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + \left(\frac{1}{D}\frac{\partial D}{\partial z} - \frac{V}{D}\right)\frac{\partial n}{\partial z} = 0. \tag{3}$$

Полученные уравнения отличаются от соответствующих уравнений в [4] и [6] наличием продольного градиента коэффициента диффузии. Эта величина складывается с вектором средней скорости потока и влияет, таким образом, на вынос носителей заряда из области ионизации. Так как вдоль потока электронная температура падает, то $\frac{dD}{dz}$ — величина отрицательная. Таким образом, эффект спада электронной температуры в потоке деионизующейся плазмы равносилен увеличению скорости ее движения.

Рассмотрим следующую физическую картину. Ионизованный газ движется по круглой трубе радиуса r_0 с постоянной скоростью V. Ось OZ направим по геометрической оси трубы. Пусть в области $z<0$ газ подвергается ионизации; в области же $z>0$ ионизирующий фактор отсутствует, и поток движется, постепенно деионизуясь, за счет потерь зарядов на стенках.

Уравнение (3) будем решать методом разделения переменных

$$n(r, z) = R(r)\, Z(z) \tag{4}$$

при простейших краевых условиях

$$n(r_0, z) = 0, \tag{5}$$

$$n(r, 0_z) = n_0 J_0\left(\frac{\mu}{r_0} r\right); \qquad \mu = 2{,}405\ldots \tag{6}$$

В таком случае уравнение для продольного компонента распределения концентрации будет иметь вид

$$\frac{d^2Z}{dz^2} + \left(\frac{V}{D} - \frac{1}{D}\frac{dD}{dz}\right)\frac{dZ}{dz} - \lambda Z = 0; \ \lambda = \left(\frac{\mu}{r_0}\right)^2. \tag{7}$$

Для радиальной же части решения получим обычное распределение по закону бесселевой функции нулевого порядка $J_0\left(\frac{\mu}{r_0} r\right)$.

Некоторую трудность представляет нахождение точного решения уравнения (7), содержащего непостоянный коэффициент при первой производной от функции продольного распределения.

Случай больших скоростей

Предположим, что $V \gg -\frac{D}{n}\frac{dn}{dz}$, т. е. переносная скорость потока много больше скорости продольной диффузии носителей. Рассматривая плазму, покидающую область ионизации $z<0$, как свободно распадающуюся, напишем зависимость электронной температуры от времени в системе отсчета, движущейся вместе с плазмой

$$T_e(t) = T_g + (T_{eo} - T_g)\, e^{-\frac{t}{\theta}}. \qquad [7] \tag{8}$$

Здесь T_{eo} — электронная температура плазмы в области ионизации, T_g — температура нейтрального газа, θ — характерное время спада (постоянная релаксации) электронной температуры при деионизации.

Сделанные выше предположения позволяют легко перейти к лабораторной системе отсчета, сведя временной ход процесса к пространственному

$$T_e(z) = T_g + (T_{eo} - T_g)\, e^{-\frac{z}{V\theta}}. \tag{9}$$

Таким образом, ход изменения коэффициента амбиполярной диффузии с координатой z может быть задан в виде

$$D(z) = b_p \frac{k}{e}\left[T_{go} + (T_{eo} - T_g)\, e^{-\frac{z}{V\theta}}\right]. \tag{10}$$

Будем рассматривать не слишком большие участки потока, на которых температура электронов меняется не сильно, что приведет к выполнению неравенства $\frac{z}{V\theta} \ll 1$.

Предположим также, что на рассматриваемом отрезке потока температура электронов значительно превосходит температуру нейтрального газа $T_e \gg T_g$.

Теперь зависимость (10) можно записать в виде

$$D(z) \simeq D_0\left(1 - \frac{z}{V\theta}\right). \tag{11}$$

После сделанных допущений уравнение (7) переходит в уравнение с постоянными коэффициентами

$$\frac{d^2Z}{dz^2}+\left(\frac{V}{D_0}+\frac{1}{V\theta}\right)\frac{dZ}{dz}-\lambda Z=0, \tag{12}$$

имеющими своим решением совместно с условием ограниченности на бесконечности падающую экспоненту $Z=n_0e^{-\delta z}$, где показатель спада определяется выражением

$$\delta=-\frac{1}{2}\left(\frac{V}{D_0}+\frac{1}{V\theta}\right)+\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{V}{D_0}+\frac{1}{V\theta}\right)^2+\lambda}. \tag{13}$$

Эта формула при рассматриваемых скоростях потока может быть упрощена

$$\delta\cong\lambda\frac{D_0}{V}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{V^2}\cdot\frac{D_0}{\theta}}. \tag{13a}$$

Окончательным решением поставленной задачи будет произведение

$$n(r, z)=n_0J_0\left(\frac{\mu}{r_0}r\right)e^{-\delta z}.$$

Нетрудно видеть, что с ростом постоянной релаксации соотношения (13) и (13а) переходят в формулы, полученные в [4] при допущении постоянства коэффициента диффузии. Из равенства (13а) также видно, что поправка, обусловленная изменением температуры электронов, становится несущественной только при скоростях, значительно превышающих величину $\sqrt{\frac{D_0}{\theta}}$.

Чисто диффузионный поток

В качестве другого предельного случая рассмотрим картину диффузии носителей заряда из области ионизации в область $z>0$ при отсутствии переносной скорости. Уравнение для продольного компонента концентрации будет иметь вид

$$\frac{d^2Z}{dz^2}-\frac{1}{D}\frac{dD}{dz}\frac{dZ}{dz}-\lambda Z=0. \tag{14}$$

Что нам известно о форме спада температуры электронов (или коэффициенте амбиполярной диффузии)? В области действия ионизующих факторов $z<0$ коэффициент диффузии постоянен и равен D_0 значению, присущему активной плазме. Начиная же с $z=0$ коэффициент диффузии спадает по неизвестному нам закону, приближаясь по мере удаления от области ионизации к своему второму постоянному значению D_∞, соответствующему термализованной плазме, т. е. плазме с температурой электронов, равной температуре нейтрального газа или несколько от нее отличной [5, 3].

Функция, которой мы сделаем попытку аппроксимации реального хода коэффициента диффузии, должна отражать два его основных свойства: скорость спада кривой $D=D(z)$ и общую глубину этого спада D_0-D_∞ $\left(\text{или } \frac{D_0}{D_\infty}\right)$. Одной из возможных функций, удовлетворяющих этим условиям, будет

$$D(z) = D_\infty e^{\varkappa \exp(-\gamma z)}. \tag{15}$$

В самом деле

$$D(0) = D_\infty e^{\varkappa},\ D(\infty) = D_\infty,$$

откуда $\varkappa = \ln \frac{D_0}{D_\infty}$. Эта величина показывает, насколько сильно меняется в плазме электронная температура при термализации.

При этом ясно, что величина γ является мерой скорости изменения $D(z)$ при спаде от D_0 до D_∞.

Использовав аппроксимацию (15), из уравнения (14) получим

$$\frac{d^2Z}{dZ^2} + \varkappa\gamma e^{-\gamma z}\frac{dZ}{dz} - \lambda Z = 0. \tag{16}$$

Решение этого уравнения может быть легко получено в двух крайних случаях: при малых и при больших z.

Имеем

$$Z(z) \cong n_0 e^{-\delta z}; \qquad \delta = \begin{cases} -\frac{1}{2}\varkappa\gamma + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\varkappa\gamma\right)^2 + \lambda} & \text{при } \gamma z \ll 1 \\ \sqrt{\lambda} & \text{при } \gamma z \gg 1. \end{cases} \tag{17}$$

Как видно, случай $\gamma z \gg 1$, физически соответствующий термализованной плазме с постоянным коэффициентом амбиполярной диффузии, совпадает с результатом решения соответствующей задачи работы [4].

Подчеркнем, что зависимость $Z = Z(z)$ является при $\gamma z \ll 1$, строго говоря, не экспоненциальной. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим производную $\frac{dZ}{dz}$ в функции z. Продифференцируем уравнение (16) по координате и введем новую функцию $f(z) = \frac{dZ}{dz}$. Имеем

$$\frac{d^2f}{dz^2} + \varkappa\gamma e^{-\gamma z}\frac{df}{dz} - (\lambda + \varkappa\gamma^2 e^{-\gamma z}) f = 0. \tag{18}$$

Решение этого уравнения с условием ограниченности на бесконечности может быть также приближенно выражено экспонентами в тех же двух частных случаях

$$f(z) \cong f_0 e^{-\delta_1 z}; \qquad \delta_1 = \begin{cases} -\frac{1}{2}\varkappa\gamma + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\varkappa\gamma\right)^2 + \lambda + \varkappa\gamma^2} & \text{при } z\gamma \ll 1 \\ \sqrt{\lambda} & \text{при } z\gamma \gg 1. \end{cases} \tag{19}$$

Сравнивая (17) и (19), видим, что спад концентрации носителей с координатой z экспоненциален лишь на значительных расстояниях от области ионизации, так как только при $\gamma z \gg 1$ ход концентрации носителей и его производная могут быть аппроксимированы экспонентами с одной и той же постоянной спада $\delta = \delta_1 = \sqrt{\lambda}$.

На меньших же расстояниях от активной области ход концентрации носителей и ее производной могут быть аппроксимированы экспонентами только с различными скоростями изменения. Концентрация носителей в области $\gamma z \ll 1$ меняется медленнее своей производной.

Выводы

В работе найдены приближенные решения задачи о деионизации потока плазмы за счет механизма амбиполярной диффузии с учетом непостоянства электронной температуры.

Полученные решения указывают на принципиальную роль спада электронной температуры при деионизации плазменного потока. Наличие отрицательного градиента электронной температуры увеличивает вынос носителей заряда из области ионизации и тем самым замедляет деионизацию плазменного потока.

При скоростях потока, значительно превышающих скорость продольной диффузии, найден закон спада концентрации плазмы по мере удаления от области ионизации. Это падающая экспонента с показателем, зависящим не только от скорости потока, коэффициента амбиполярной диффузии и радиуса трубы, но и от постоянной релаксации электронной температуры.

В отсутствие переносной скорости (чисто диффузионный поток) закон спада концентрации также отличен от результата, полученного в предположении постоянства температуры электронов. Показатель затухания концентрации носителей оказывается зависящим от двух параметров, определяющих закон изменения электронной температуры (коэффициента амбиполярной диффузии) вдоль оси потока.

В случаях, когда спадом электронной температуры можно пренебречь, полученные результаты переходят в уже известные соотношения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сыргий А. С., Грановский В. Л. «Радиотехника и электроника», **4**, № 11, 1959.
2. Попов Н. А., Афанасьева Е. А. ЖТФ, **29**, вып. 7, 845, 1959.
3. Федосеева Л. А., Грановский В. Л. ЖТФ, **31**, вып. 3, 357, 1961.
4. Schottky, Issendorff Z. f. Phys., **31**, 163, 1925.
5. Randall, Webb. Phys. Rev., **48**, 15, 1935.
6. Коненко О. Р., Грановский В. Л. «Радиотехника и электроника», **4**, № 10, 1962.
7. Грановский В. Л. ДАН СССР, **26**, 873, 1940.

Поступила в редакцию
3. I 1963 г.

Кафедра
электроники