Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1963

Ю. А. РЫЛОВ

ОБ УНИВЕРСАЛЬНОМ ШЕСТИМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБЫТИЙ

Вместо четырехмерного пространства событий введено универсальное шестимерное пространство событий (6-пространство). Показано, что законы сохранения электрического и барионного зарядов и существование элементарного электрического и барионного зарядов могут рассматриваться как свойства 6-пространства. Движение заряженной частицы в гравитационном и электромагнитном полях можно рассматривать как движение свободной частицы в 6-пространстве.

Обычно принято считать, что законы физики, имеющие всеобщий характер, т. е. применимые к любым физическим системам, обусловлены свойствами пространства—времени. Таковы, например, законы сохранения, закон сохранения энергии — импульса обусловлен однородностью пространства — времени, закон сохранения момента количества движения обусловлен его изотропностью. Такая точка зрения проста, логична и очень характерна для развития физики. Примером может служить специальная теория относительности. До ее появления зависимость массы электрона от скорости считалась проявлением электромагнитной природы массы электрона. Теория относительности установила, что масса любого тела зависит от скорости. Зависимость массы от скорости в теории относительности выступает уже не как свойство тел, а скорее как свойство пространства—времени.

Если какой-нибудь закон есть проявление свойств пространства—времени, то этот закон является всеобщим, потому что все физические явления происходят в пространстве—времени. Можно высказать и обратное утверждение. Если какой-нибудь закон носит всеобщий характер, то он есть проявление свойств пространства—времени. Мы примем это утверждение и будем им руководствоваться.

Кроме законов сохранения энергии — импульса и момента количества движения в физике имеются еще два точных закона сохранения: закон сохранения электрического заряда и закон сохранения барионного заряда. Эти законы справедливы для любых физических систем, т. е. они носят всеобщий характер, однако обычная интерпретация этих законов не связывает их со свойствами пространства—времени.

Целью настоящей работы является создание концепции, в которой эти законы выступают как свойства пространства—времени. Для этого мы создадим одну из концепций, которые принято называть едиными теориями поля. Существует много пятимерных единиц теорий, например [1—5], целью которых является формальное объединение гравитации и электромагнетизма. При этом смысл пятимерного пространства остается неясным, и оно как правило, не является универсальным, т. е. разным частицам соответствуют разные 5-пространства. Исключением являются работы Клейна [3] и Джонсона [4].

Введем универсальное шестимерное пространство событий * для того, чтобы сделать законы сохранения электрического и барионного зарядов свойствами пространства событий. Допустим, что реальное пространство событий шестимерно и описывается *6* координатами x^0, x^1, x^2, x^3, x^5, x^6 (x^4 резервировано для ix^0). Координата x^0 времениподобна, а остальные координаты — пространственноподобны, т. е. метрика γ_{AB} имеет вид

$$\begin{gathered}\gamma_{AB} = e_A \delta_{AB} \ \text{(суммирования нет)},\\ e_0 = 1, \ e_1 = e_2 = e_3 = e_5 = e_6 = -1.\end{gathered} \tag{1}$$

Здесь A и B пробегают значения 0, 1, 2, 3, 5, 6. Вообще, условимся, что прописные латинские индексы пробегают значения 0, 1, 2, 3, 5, 6, малые латинские индексы — значения 0, 1, 2, 3, значения, пробегаемые греческими индексами, всякий раз оговариваются особо. Координаты x^1, x^2, x^3 суть обычные пространственные координаты, а x^5, x^6 суть некоторые координаты, смысл которых определяется тем, что соответствующие им канонически сопряженные импульсы p_5 и p_6 суть соответственно электрический и барионный заряды, выраженные в единицах импульса. Заряд в обычных единицах, например, CGSE, получается умножением этих величин на некоторую универсальную постоянную Q размерности $L^{\frac{1}{2}} M^{-\frac{1}{2}}$. В дальнейшем мы будем считать, что все координаты x^A измеряются в единицах длины, а скорость света $c=1$. Мы будем называть определенное таким образом пространство событий 6-пространством.

Пусть в 6-пространстве имеется свободная классическая частица. Состояние частицы будет описываться совокупностью координат и импульсов x^A, $p_\alpha (\alpha = 1, 2, 3, 5, 6)$. Шестимерная масса μ, определяемая соотношением $\mu^2 = p_A \gamma^{AB} p_B = p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 - p_5^2 - p_6^2$, связана с обычной массой m соотношением

$$m^2 = \mu^2 + p_5^2 + p_6^2. \tag{2}$$

С точки зрения 6-пространства частицы являются различными только в том случае, если они имеют разную 6-массу μ. Если же две частицы имеют одинаковую 6-массу μ, но разные электрические и барионные заряды (при этом 4-массы m могут быть различны), то эти частицы следует рассматривать как различные состояния одной частицы, а именно как состояния с разными p_5 и p_6.

Координаты x^5 и x^6 метрически эквивалентны пространственным координатам x^1, x^2, x^3, как это видно из (1). Однако соотношение (1) описывает только локальные свойства 6-пространства и ничего не говорит о топологии 6-пространства, о его свойствах в целом. Топологически координаты x^5 и x^6 не могут быть эквивалентны другим простран-

* Универсальное шестимерное пространство было введено Райским [6]. Оно сильно отличается от нашего. Неуниверсальное шестимерное пространство было введено в [7]. Близкие вопросы были рассмотрены в [8, 9].

ственным координатам. Действительно, если предположить, что 6-пространство имеет евклидову топологию, то оно допускает любые шестимерные вращения, и мы могли бы обнаружить координату x^5, производя вращение в плоскости (x^1, x^5) на угол $\pi/2$, чего мы сделать не можем, так как макроскопический опыт говорит, что обычное пространство трехмерно. Для того чтобы согласовать концепцию 6-пространства с опытом, мы сделаем предположение, что x^5 и x^6 топологически отличаются от других пространственных координат, а именно мы предположим, что в направлениях x^5 и x^6 6-пространство топологически замкнуто на себя. Математически это означает, что мы считаем точки (x^i, x^5, x^6) и $(x^i, x^5+nl_5, x^6+ml_6)$ тождественными, т. е. всякая физическая величина $A(x^B)$ удовлетворяет условию

$$A(x^i, x^5, x^6) = A(x^i, x^5 + nl_5, x^6 + ml_6). \tag{3}$$

Здесь n и m произвольные целые числа, а l_5 и l_6 суть некоторые универсальные постоянные, имеющие размерность длины. По существу l_5 и l_6 суть некоторые элементарные длины. Заметим, что такое 6-пространство не будет инвариантно относительно вращений в плоскостях (x^i, x^5), (x^i, x^6). Оно будет инвариантно только относительно вращений в пространстве x^0, x^1, x^2, x^3 и всевозможных сдвигов.

Таким образом, координаты x^5 и x^6 отличаются от x^1, x^2, x^3 своей топологией и не могут быть обнаружены в макроскопических опытах, если l_5 и l_6 достаточно малы. Мы предположим, что $l_5 \simeq 10^{-11}$ *см*, т. е. порядка комптоновской длины частицы с массой в 10—20 электронных масс, а $l_6 \simeq 10^{-13}$ *см*, т. е. порядка комптоновской длины волны протона. Такой выбор будет обоснован в дальнейшем, а пока отметим только, что l_5 и l_6 суть универсальные постоянные, характеризующие 6-пространство, и наш выбор не следует толковать в том смысле, что l_5 как-то связана с электроном, а l_6 — с протоном.

Во всех макроскопических явлениях, где характерные пространственно-временные размеры $x^i \gg l_5$, l_6, мы можем пренебречь l_5 и l_6 и положить $l_5 = l_6 = 0$. В результате в макроскопических явлениях 6-пространство будет выступать как четырехмерное. Однако в микроскопических явлениях, где характерные пространственно-временные размеры x^i сравнимы с l_5, l_6, наличие координат x^5 и x^6 будет уже сказываться, а в случае, когда $x^i \gg l_5$, l_6, 6-пространство можно будет рассматривать как шестимерное евклидово пространство, что должно давать дополнительную симметрию, обусловленную группой шестимерных вращений.

Таким образом, шестимерность пространства событий не будет давать ничего нового для макроскопических явлений, но должна давать новые результаты для явлений микроскопических. Заметим, что атом с этой точки зрения является системой макроскопической, так как его характерные размеры 10^{-8} *см* много больше l_5. Ядро уже не будет системой макроскопической, так как его характерные размеры x^i лежат в пределах $l_6 < x^i < l_5$, т. е. для ядер координата x^5 уже будет существенной, а координата x^6 — еще нет. Наконец, для элементарных частиц, по-видимому, будут существенны как координата x^5, так и координата x^6. Итак, шестимерность пространства событий следует учесть в теории ядерных сил и в теории элементарных частиц, а именно эти теории в настоящее время нуждаются в доработке.

Топологическая замкнутость координат x^5 и x^6 предотвращает разбегание частиц в направлениях x^5 и x^6. Она приводит к тому, что все физические величины являются периодическими функциями x^5 и x^6 соответственно с периодом l_5 и l_6. В результате p_5 и p_6 оказываются кратными $2\pi\hbar/l_5$ и $2\pi\hbar/l_6$ соответственно. Действительно, операторы $\widehat{p}_5$ и $\widehat{p}_6$ суть обычные операторы импульса и поэтому имеют вид

$$\widehat{p}_5 = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x^5}, \qquad p_6 = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x^6}.$$

Собственные функции этих операторов имеют вид

$$\psi(x^i, x^5, x^6) = Ce^{\frac{ip_5x^5}{\hbar}}e^{\frac{ip_6x^6}{\hbar}},$$

где C — произвольная функция x^i. Условие периодичности (3) приводит к соотношению

$$\frac{p_5l_5}{\hbar} = 2\pi n, \qquad \frac{p_6l_6}{\hbar} = 2\pi m, \tag{4}$$

где n и m произвольные целые числа. Из (4) следует, что возможные значения p_5 и p_6 кратны соответственно элементарным зарядам (импульсам) h/l_5 и h/l_6. Этот результат полностью согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Наличие элементарного заряда и кратность всякого заряда элементарному выступает у нас как свойство 6-пространства, и, действительно, это свойство имеет всеобщий характер и не знает исключений. Этот вывод лишний раз подтверждает правильность нашей концепции, что всеобщий закон должен выражать свойство пространства событий, тем более, что кратность зарядов и равенство абсолютных величин зарядов электрона и протона представляются с обычной точки зрения непонятными.

Наконец, заметим, что законы сохранения электрического и барионного зарядов в нашей концепции получаются просто как следствие однородности 6-пространства. Они следуют из инвариантности 6-пространства относительно сдвигов в направлениях x^5 и x^6 и представляют собой просто законы сохранения компонентов p_5 и p_6 6-импульса.

Вернемся к вопросу о величине периодов l_5 и l_6. Для определения l_5 и l_6 мы используем следующие соображения. Как известно, элементарные частицы делятся на два класса: фермионы и бозоны. При этом фермионы являются более элементарными в том смысле, что из фермионов можно построить бозоны, а из бозонов фермионы — нельзя. Фермионы отличаются друг от друга электрическим и барионным зарядами, а также массой, изотопическим спином и странностью, при этом строго сохраняющимися величинами являются только электрический и барионный заряды. При барионном заряде, равном ± 1, масса частицы зависит от изоспина и странности, однако различие масс невелико, и принято считать, что это различие масс обусловлено сильным взаимодействием. При выключенном взаимодействии массы всех барионов равны. Можно пойти еще дальше и принять, что различие масс электрона и мюона также обусловлено некоторым взаимодействием, а для «голых» частиц эти массы равны. Таким образом, мы предполагаем, что «голые» частицы бывают трех сортов: нейтрино ($p_5=0$, $p_6=0$), электрон ($p_5 \neq 0$, $p_6=0$) и барион ($p_6 \neq 0$). Сделаем еще одно предположение, которое с точки зрения 6-пространства является очень естественным.

Предположим, что все «голые» фермионы суть разные состояния одной частицы некоего 6-фермиона. Это означает, что 6-масса для нейтрино, электрона и бариона одна и та же. Тогда, подставляя в

(2) m, p_5 и p_6 последовательно для нейтрино, электрона и бариона, получим для μ, l_5 и l_6

$$\mu = 0, \ l_5 = \frac{\hbar}{mc}, \ l_6 = \frac{\hbar}{Mc},$$

где m — масса «голого» электрона, которую мы принимаем равной 10—20 электронным массам, а M — масса протона. Это дает для l_5 и l_6 $l \simeq 10^{-11}$*см*, $l_6 \simeq 10^{-13}$*см*.

Таким образом, у нас в 6-пространстве имеется всего один 6-фермион. Сам по себе он не имеет никаких характеристик ни заряда, ни 6-массы. Единственная его характеристика то, что он является 6-фермионом. Все фермионы (нейтрино, электрон и т. д.) являются различными состояниями этого 6-фермиона. Логически такая концепция проста и привлекательна. Что касается бозонов, то они могут быть двух типов: бозоны, построенные из фермионов (π-, K-мезоны), и бозоны элементарные, которые не могут быть представлены в виде нескольких фермионов.

Убедимся, что в терминах 6-пространства удовлетворительно описываются классические поля; электромагнитное и гравитационное, а также движение частиц в них. Метрика 6-пространства имеет вид (1) только тогда, когда 6-пространство пустое. Если же в 6-пространстве имеется материя, то оно в соответствии с общей теорией относительности будет искривляться, т. е. метрика γ_{AB} будет функцией координат x^A. Мы будем предполагать, что топология 6-пространства при этом останется прежней. Допустим, что в 6-пространстве существуют два семейства замкнутых геодезических линий, причем линии одного семейства никогда не пересекаются, и через любую точку 6-пространства можно провести по одной и только одной линии каждого из семейств. Кроме этого мы предположим, что длины линий каждого из семейств одинаковы и равны соответственно l_5 и l_6.

Заметим, что плоское 6-пространство (1), (3) является частным случаем такого 6-пространства. Замкнутые геодезические линии являются выделенными в 6-пространстве. Наличие двух выделенных направлений дает возможность ограничить выбор возможных систем координат и, следовательно, возможных преобразований координат. Выберем линии одного из семейств за оси x^5, а линии другого — за оси x^6. Остальные оси x^0, x^1, x^2, x^3 выберем произвольно. Рассмотрим теперь произвольное преобразование координат

$$x^{1A} = f^A(x^i, x^5, x^6), \qquad A = 0, 1, 2, 3, 5, 6. \tag{5}$$

Потребуем, чтобы преобразование (5) переводило оси x^5 и x^6 соответственно в оси x'^5 и x'^6. Это, как легко видеть, накладывает ограничения на функции f^A

$$f^i = f^i(x^k), \ f^5 = f^5(x^i, x^5), \ f^6 = f^6(x^i, x^6).$$

Выберем теперь в качестве x^5 и x^6 соответственно длины координатных линий x^5 и x^6. В такой системе координат

$$\gamma_{55} = -1, \quad \gamma_{66} = -1, \tag{6}$$

причем x^5 и x^6 изменяются в пределах $0 \leqslant x^5 < l_5$, $0 \leqslant x^6 < l_6$ и точки с координатами (x^i, x^5, x^6) и $(x^i, x^5 + nl_5, x^6 + ml_6)$ тождественны. Условия (6) еще больше ограничивают возможные преобразования (5). Они принимают вид

$$x'^i = f'(x^k), \ x'^5 = x^5 + \varphi(x^i), \ x'^6 = x^6 + \chi(x^i), \qquad i, k = 0, 1, 2, 3, \tag{7}$$

где f^i, φ и χ — произвольные функции; f^i описывают произвольные преобразования координат x^i в 4-пространстве, φ и χ представляют собой сдвиг начала отсчета координат x^5 и x^6, который может быть произвольным. Легко видеть, что преобразования (7) образуют группу.

В дальнейшем мы будем пользоваться только системами координат (6), определенными с точностью до преобразований (7). В такой системе координат условие того, что оси x^5 и x^6 суть геодезические, имеет вид

$$\gamma^{5A}\partial_5\gamma_{5A} = 0, \qquad \gamma^{6A}\partial_6\gamma_{6A} = 0. \tag{8}$$

Никаких других ограничений, кроме (6) и (8), на γ_{AB} не накладывается.

Запишем γ_{AB} в виде

$$\begin{gathered}\gamma_{ik} = g_{ik} - \{a_i a_k + b_i b_k - u(a_i b_k + a_k b_i)\}(1-u^2)^{-1};\\ \gamma_{i5} = a_i;\ \gamma_{55} = -1,\ \gamma_{i6} = -b_i,\ \gamma_{66} = -1;\\ \gamma_{56} = -u \equiv -b_5 \equiv -a_6.\end{gathered} \tag{9}$$

Легко проверить, что контравариантный метрический тензор γ^{AB} можно записать в виде

$$\begin{gathered}\gamma^{\alpha\beta} = \mu^{\alpha\beta}, \quad \gamma^{6\alpha} = -\mu^{\alpha\beta}b_\beta, \qquad \alpha,\ \beta = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5, \\ \gamma^{66} = -1 + b_\alpha\mu^{\alpha\beta}b_\beta,\end{gathered} \tag{10}$$

где $\mu^{\alpha\beta}$ и $\mu_{\alpha\beta}$ определяются условиями

$$\begin{gathered}\mu_{\alpha\beta}\mu^{\beta\gamma} = \delta_\alpha^\gamma, \qquad \alpha,\ \beta,\ \gamma = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\\ \mu_{ik} = g_{ik} - (a_i - ub_i)(a_k - ub_k)(1-u^2)^{-1},\\ \mu_{i5} = -(a_i - ub_i), \qquad \mu_{55} = -1 + u^2,\\ \mu^{ik} = g^{ik}, \qquad \mu^{i5} = -g^{ik}(a_k - ub_k)(1-u^2)^{-1},\\ \mu^{55} = -(1-u^2)^{-1}\{1 - (a_i - ub_i)g^{ik}(a_k - ub_k)(1-u^2)^{-1}\},\end{gathered} \tag{11}$$

а g^{ik} определяется соотношением $g_{ik}g^{kl} = \delta_i^l$. $\mu_{\alpha\beta}$ представляет собой метрику 5-пространства, ортогонального к оси x^6, а g_{ik} — метрику 4-пространства, ортогонального к осям $x^5 x^6$.

Выясним физический смысл величин g_{ik}, a_i, $b_\alpha \equiv (b_i,\ u)$. Для этого рассмотрим частицу, движущуюся в 6-пространстве с метрикой (9). Естественно предположить, что мировая линия частицы в 6-пространстве представляет собой геодезическую. Тогда уравнение Якоби—Гамильтона для частицы имеет вид

$$\frac{\partial S}{\partial x^A}\gamma^{AB}\frac{\partial S}{\partial x^B} = \mu^2, \tag{12}$$

где μ — 6-масса частицы, а S — действие частицы (шестимерное), 6-импульс частицы равен $p_A = \dfrac{dS}{dx^A}$.

Рассмотрим сначала случай, когда все $b_\alpha = 0$ ($b_i = 0$, $u = b_5 = 0$). Предположим, что частица макроскопическая. В этом случае ввиду малости периодов l_5 и l_6 зависимостью метрики γ^{AB} от x^5 и x^6 мы можем пренебречь. Тогда

$$\frac{\partial S}{\partial x^5} = p_5 = \text{const}, \tag{13a}$$

$$\frac{\partial S}{\partial x^6} = p_6 = \text{const} \tag{13b}$$

суть интегралы движения и укороченное уравнение (12) в силу (2), (10), (11) может быть записано в виде

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x^i} - a_i p_5\right) g^{ik} \left(\frac{\partial S}{\partial x^k} - a_k p_5\right) = \mu^2 + p_5^2 + p_6^2 = m, \tag{14}$$

где m — обычная масса частицы, а p_5 и p_6 суть некоторые постоянные, причем p_5 представляет собой электрический заряд частицы, выраженный в единицах импульса. Уравнение (14) представляет собой уравнение в обычном 4-пространстве. Если отождествить g^{ik} с метрикой 4-пространства, а a_i — с вектор-потенциалом электромагнитного поля, то (14) можно рассматривать как уравнение Якоби—Гамильтона для частицы, движущейся в гравитационном и электромагнитном полях. Таким образом g^{ik} описывает гравитационное поле, а a_i — электромагнитное поле.

Установим связь между зарядом p_5 в импульсных единицах и зарядом q в обычных единицах. Эта связь дается соотношением

$$p_5 = Qq, \tag{15}$$

где Q — универсальная постоянная. Ее легко вычислить, если учесть, что для «голого» электрона, согласно нашим предположениям, $p_5 = m$, где масса m «голого» электрона, а заряд электронов в обычных единицах e_0 $(c=1)$. Это дает

$$Q = \frac{m}{e_0}, \qquad p_5 = \frac{m}{e_0} q. \tag{16}$$

Связь вектор-потенциала a_i с вектор-потенциалом A_i в обычных единицах получается из соотношения.

$$p_5 a_i = qA_i. \tag{17}$$

Это вместе с (16) дает $a_i = \frac{e_0}{m} A_i$.

Смысл величин b_α ($\alpha = 0, 1, 2, 3, 5$) можно установить точно так же, как это было сделано для величин a_i. Оказывается, что b_α можно истолковать как вектор-потенциал некоторого поля, взаимодействующего с барионным зарядом p_6 так же, как электромагнитное поле взаимодействует с электрическим зарядом. Мы условно назовем это поле вектонным, так как оно описывает векторный мезон в 5-пространстве, или скалярный плюс векторный мезоны в 4-пространстве. Как мы увидим дальше, вектонное поле порождается барионным зарядом и взаимодействует с ним. Вообще, вектонное поле относится к барионному заряду (импульсу p_6) так же, как электромагнитное поле — к электрическому. Вектонное поле представляет собой одно из полей, введенных Сакураи [10] *.

Отметим универсальный характер уравнения (12). Оно справедливо для любой частицы: как для электрона, так и для булыжника. Это обстоятельство лишний раз подчеркивает универсальный характер 6-пространства.

Законы преобразования величин g_{ik}, a_i, b_i, u при преобразованиях (7) могут быть получены из (9) и закона преобразования γ_{AB}

$$\gamma_{AB} \to \gamma'_{AB} = \frac{\partial x^C}{\partial x'^A} \frac{\partial x^D}{\partial x'^B} \gamma_{CD}. \tag{18}$$

---

* Мы используем только одно из полей, введенных Сакураи (см. [11—14]).

Для большего удобства разобьем группу преобразований (7) на три группы

$$
\mathrm{I}\ \begin{cases} x'^i = f^i(x^k) \\ x'^5 = x^5 \\ x'^6 = x^6 \end{cases} \qquad \mathrm{II}\ \begin{cases} x'^i = x^i \\ x'^5 = x^5 + \varphi(x^i) \\ x'^6 = x^6 \end{cases} \qquad \mathrm{III}\ \begin{cases} x'^i = x^i \\ x'^5 = x^5 \\ x'^6 = x^6 + \chi(x^i) \end{cases} \tag{19}
$$

С помощью (18) и (9) для группы I получим

$$
\begin{gathered}
g_{ik} \to g'_{ik} = \frac{\partial x^e}{\partial x'^i} \frac{\partial x^m}{\partial x'^k} g_{lm}, \quad a_i \to a'_i = \frac{\partial x}{\partial x'} a_k, \\
b_i \to b'_i = \frac{\partial x^k}{\partial x'^i} b_k, \quad u \to u' = u.
\end{gathered} \tag{20}
$$

Для группы II

$$
\begin{gathered}
g_{ik} \to g'_{ik} = g_{ik}, \quad a_i \to a'_i = a_i - \frac{\partial \varphi}{\partial x^i}, \\
b_i \to b'_i = b_i - \frac{\partial \varphi}{\partial x^i} u, \quad u \to u' = u.
\end{gathered} \tag{21}
$$

Для группы III

$$
\begin{gathered}
g_{ik} \to g'_{ik} = g_{ik}, \quad a_i \to a'_i = a_i - \frac{\partial \chi}{\partial x^i} u, \\
b_i \to b'_i = b_i - \frac{\partial \chi}{\partial x'}, \quad u \to u' = u.
\end{gathered} \tag{22}
$$

Из (20) видно, что группа I представляет собой группу преобразований общей теории относительности. При преобразованиях группы I преобразуется как тензор, a_i и b_i — как векторы, а u — как скаляр. В случае когда $u=0$, как видно из (21) и (22), группа преобразований II представляет собой группу калибровочных преобразований для вектор-потенциала электромагнитного поля, а группа преобразований III — группу калибровочных преобразований для вектор-потенциала вектонного поля. Связь преобразований II (19) для 5-пространства с калибровочными преобразованиями уже отмечалась рядом авторов [3, 15].

Заметим, что $u \equiv b_5$ является инвариантом при всех преобразованиях (19). Это обстоятельство является следствием того, что преобразования (19) не затрагивают осей x^5 и x^6, а u представляет собой косинус угла между осями x^5 и x^6.

Получим уравнения для γ_{AB}. Мы сделаем это в предположении, что

$$
\gamma_{56} = u = 0, \tag{23}
$$

что означает ортогональность осей x^5 и x^6. Предположение (23) принимается с единственной целью упростить расчеты и сделать результат более ясным и обозримым. При получении уравнений поля мы будем исходить из вариационного принципа, причем от лагранжиана мы потребуем инвариантности относительно преобразований (7). Кроме того, мы потребуем, чтобы координаты x^5 и x^6 входили в лагранжиан на равных правах. Однако координаты x^i, с одной стороны, и x^5, x^6 — с другой, у нас не будут входить в лагранжиан на равных правах. Постулируем действие в виде

$$
S = \int L \sqrt{-\gamma}\, d^6x, \quad d^6x = dx^0\, dx^1\, dx^2\, dx^3\, dx^5\, dx^6,
$$

$$\gamma = det\|\gamma_{AB}\| = det\|g_{ik}\|, \tag{24}$$

$$L = L_m - \frac{1}{16\pi k} R + \frac{\alpha}{16\pi}\left(a_{AB}a^{AB} + b_{AB}b^{AB}\right),$$

где L_m — лагранжиан, описывающий материю и зависящий кроме переменных описывающих материю от γ_{AB}, но не от $\gamma_{AB,C}$; R — скалярная кривизна, составленная из метрического тензора g_{ik}, определяемого (9), k — гравитационная постоянная Ньютона, α — константа. Величины a_{AB} и b_{AB} определяются соотношениями

$$\begin{gathered} a_{AB} = -(\nabla_A\gamma_{B5} - \nabla_B\gamma_{A5}) = \partial_A a_B - \partial_B a_A, \\ a^{AB} = \gamma^{AC}\gamma^{BD}a_{CD}, \\ b_{AB} = (\nabla_A\gamma_{B6} - \nabla_B\gamma_{A6}) = \partial_A b_B - \partial_B b_A, \\ b^{AB} = \gamma^{AC}\gamma^{BD}a_{CD}, \end{gathered} \tag{25}$$

где ∇_A — ковариантная производная в 6-пространстве, а a_A и b_A определяются

$$a_A = -\gamma_{A5} = \{a_i,\ 1,0\}, \qquad b_A = -\gamma_{A6} = \{b_i,\ 0,1\},$$

причем a_i и b_i определяются (9). (26)

Мы будем предполагать, что L_m — инвариант относительно преобразований (7). Легко убедиться, что все остальные члены в (24) также инвариантны относительно группы (7).

Заметим, что к (24) можно было бы добавить член вида $\beta a_{AB}\, b^{AB}$. Мы его опустили, руководствуясь тем, что в силу предполагаемой ортогональности x^5 и x^6 не должно быть взаимодействия между полями a_{AB} и b_{AB}. Варьируя (24) и применяя вариационный принцип, получаем следующие уравнения поля:

$$R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik}R = -8\pi k T^{ik}, \tag{27a}$$

$$\frac{\alpha}{\sqrt{-\gamma}}\, \partial_A (\sqrt{-\gamma}a^{iA}) = 4\pi T^{i}_{.5} = 4\pi T^{iA}\gamma_{5A}, \tag{27b}$$

$$\frac{\alpha}{\sqrt{-\gamma}}\, \partial_A (\sqrt{-\gamma}b^{iA}) = 4\pi T^{i}_{.6} = 4\pi T^{iA}\gamma_{6A}, \tag{27c}$$

где

$$\begin{gathered} T^{AB} = T^{AB}_m + T^{AB}_e + T^{AB}_v, \\ T^{AB}_m = \frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\partial (L_m \sqrt{-\gamma})}{\partial\gamma_{AB}}, \end{gathered} \tag{28}$$

$$\begin{gathered} T^{AB}_e = \frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\partial}{\partial\gamma_{AB}}\left(\frac{\alpha}{16\pi} a_{CD}a^{CD}\sqrt{-\gamma}\right) = -\frac{\alpha}{4\pi} a^{A\cdot}_{\cdot D}a^{BD} + \\ + \frac{\alpha}{16\pi}\gamma^{AB}a_{CD}a^{CD}, \\ T^{AB}_v = \frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\partial}{\partial\gamma_{AB}}\left(\frac{\alpha}{16\pi} b_{CD}b^{CD}\sqrt{-\gamma}\right) = \\ = -\frac{\alpha}{2\pi} b^{A\cdot}_{\cdot D}b^{BD} + \frac{\alpha}{16\pi}\gamma^{AB}b_{CD}b^{CD}. \end{gathered} \tag{29}$$

Легко сообразить, что T^{AB} в силу определения (29) представляет собой 6-тензор энергии—импульса—заряда, так что величины $T_{A\cdot}^{\cdot 0}$, представляют собой: $T_{0\cdot}^{\cdot 0}$ — плотность энергии, $T_{\alpha\cdot}^{\cdot 0}$ ($\alpha=1$, 2, 3) — плотность импульса, $T_{5\cdot}^{\cdot 0}$ — плотность электрического заряда и $T_{6\cdot}^{\cdot 0}$ — плотность барионного заряда. Последнее следует из того, что электрический и барионный заряды представляют собой соответственно компоненты p_5 и p_6 6-импульса $p_A \cdot T^{i}_{\cdot 5}$ и $T^{i}_{\cdot 6}$ представляют собой соответственно плотность 4-тока электрического заряда и плотность 4-тока барионного заряда.

Чтобы выяснить смысл уравнений (27), предположим, что γ_{AB} не зависит от x^5 и x^6. Тогда (27*a*) перейдет в уравнения тяготения Эйнштейна. Далее в силу

$$\partial_5 \gamma_{AB} = 0, \qquad \partial_6 \gamma_{AB} = 0 \tag{30}$$

и (25), (26) получим

$$a_{A5} = 0,\ a_{A6} = 0, \qquad b_{A5} = 0,\ b_{A6} = 0,$$

$$a^{ik} = g^{il} g^{km} a_{lm}, \quad b^{ik} = g^{il} g^{km} b_{lm}.$$

Используя соотношения (15), (17), получим из (27*b*)

$$\begin{gathered} \frac{\alpha}{Q} \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{d}{dx^k} (\sqrt{-g} A^{ik}) = 4\pi j^i Q, \\ g = \det \| g_{ik} \|, \end{gathered} \tag{31}$$

где j^i — 4-ток электрического заряда в обычных единицах, A^{ik} — тензор электромагнитного поля в обычных единицах, а Q — универсальная постоянная (25). Для того чтобы уравнения (31) представляли собой уравнения Максвелла, нужно положить в единицах, где $c = 1$, $\alpha = Q^2 = \left(\frac{m}{e_0}\right)^2$.

Таким образом, уравнения (27 *a*) и (27 *b*) представляют собой обобщения на 6-пространство соответственно уравнений Эйнштейна и уравнений Максвелла. Что касается уравнения (27 *c*), то оно представляет собой уравнение для вектонного поля, причем согласно (27 *c*) вектонное поле является макроскопическим и совершенно аналогично электромагнитному. Макроскопическое вектонное поле, т. е. поле, удовлетворяющее (30), описывается уравнением

$$\frac{\alpha}{\sqrt{-g}} \partial_k (\sqrt{-g}\, b^{ik}) = 4\pi T^{i}_{\cdot 6}. \tag{32}$$

и должно быть очень большим, поскольку все макроскопические тела имеют колоссальный барионный заряд. Однако никто не наблюдал вектонного поля, хотя более слабое электромагнитное поле прекрасно наблюдается. Строгое объяснение этого факта может дать только квантовая теория.

Чтобы понять, в чем дело, рассмотрим пример взаимодействия двух протонов. Согласно нашей концепции протон имеет положительные заряды p_5 и p_6, причем p_6 в 10^2 раз больше, чем p_5. Электромагнитное взаимодействие приводит к отталкиванию протонов, характеризуемому константой взаимодействия $\sim 10^{-2}$, а вектонное взаимодействие приводит к отталкиванию, характеризуемому константой взаимодействия

$\sim 10^{-2}$. Таким образом, электромагнитное и вектонное взаимодействия имеют один знак и отличаются только силой, причем вектонное взаимодействие примерно в 10^4 раз сильнее электромагнитного. Согласно квантовой электродинамике кулоновское взаимодействие следует рассматривать как обусловленное обменом фотонами, причем ввиду малости константы взаимодействия существенный вклад во взаимодействие дает только обмен одним фотоном (здесь и дальше речь идет о виртуальных частицах, мы для краткости всюду опускаем слово виртуальный).

Вектонное взаимодействие, как и электромагнитное, обусловлено обменом вектонами, но здесь существенный вклад во взаимодействие будет давать обмен не одним вектоном, а многими (порядка 10^2), так как константа взаимодействия велика. Вектоны, испущенные одним из протонов, будут рождать пары барион — антибарион, причем вероятность рождения этих пар будет велика, так как взаимодействие вектон — барион сильное. Барионы и антибарионы от разных пар с помощью вектонного взаимодействия будут образовывать связанные состояния, которые, мы будем считать мезонами (например, π-мезонами). Образовавшиеся мезоны взаимодействуют с вектонным полем гораздо слабее, чем барионы, так как их барионный заряд нуль. Взаимодействие мезонов с вектонами обусловлено наличием у мезонов барионного момента, аналогичного электрическому дипольному моменту, а взаимодействие момента с полем является более слабым, чем — заряда. Поэтому испускание вектонов мезоном является слабым, и в результате вектонное поле бариона ослабляется за счет превращения вектонов в мезоны. Получается следующая картина: в непосредственной близости от протона имеется облако виртуальных вектонов, которые по мере удаления от протона заменяются мезонами. Если второй протон находится очень близко к первому, т. е. в вектонной области его, то протоны должны отталкиваться очень сильно. Если второй протон находится несколько дальше, в мезонной области, то он будет взаимодействовать преимущественно с вектонами, испущенными мезонами, т. е. существенным станет протон — мезонное взаимодействие, которое имеет характер взаимодействия заряда с моментом заряда. Момент заряда будет притягиваться к заряду, так как мезон деформируется под действием поля заряда так, что при усреднении по направлениям поляризации барионного диполя мезона возникает сила притяжения. Таким образом, два протона, находящиеся на не очень близких расстояниях, будут притягиваться (ядерные силы). При дальнейшем увеличении расстояния между протонами вектонное взаимодействие ослабляется. Иными словами, барионный момент мезона экранирует барионный заряд протона, т. е. возникает поляризация вакуума.

Итак, вектонное взаимодействие — очень сильное взаимодействие, следствием этого является сильная поляризация вакуума вектонным полем и как результат — короткодействующий характер вектонного взаимодействия. Можно сказать также, что «одетый» вектон имеет массу, что обусловливает короткодействующий характер вектонных сил. Появление массы обусловлено сильным взаимодействием вектона с вакуумом. Отсутствие массы у фотона объясняется слабым взаимодействием фотона с вакуумом.

Общий 6-тензор энергии — импульса—заряда (28) состоит из трех частей T_m^{AB}, T_e^{AB} и T_v^{AB}, причем T_m^{AB} обусловлен материей, T_e^{AB} — электромагнитным полем, а T_v^{AB} — вектонным. Из второго уравнения (28) видно, что T_e^{ik} при условиях (30) представляет собой обычный тензор энергии—импульса электромагнитного поля [16] стр. 212.

Итак, введенное нами 6-пространство позволяет толковать законы сохранения электрического и барионного зарядов, так же как наличие элементарного электрического и барионного зарядов как свойства пространства событий. При этом движение частицы в электромагнитном и гравитационном полях можно рассматривать как движение свободной частицы в 6-пространстве. Очень существенным пунктом является универсальность 6-пространства. Она позволяет обращаться с 6-пространством так, как мы обращаемся с обычным 4-пространством. Например, если это окажется необходимым, мы можем ввести в 6-пространство любые неметрические поля точно так же, как мы это делаем в обычном 4-пространстве.

Автор признателен проф. Я. П. Терлецкому за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kaluza Th. Sitzungsberichte d. Preuss. Akad., 1921, S. 966.
2. Fock V. Z. Phys., **39**, 226, 1926.
3. Klein O. Z. Phys., **37**, 895, 1926; **46**, 188, 1928.
4. Jonsson C. V. Arkiv főr Fysik., **3**, 87, 1951.
5. Pachner J. Ann Phys. (USA), **5**, 70, 1960.
6. Rayski J. Nucl. Phys., **7**, 289, 1960.
7. Нгуен-Хоант Фыонг. Тезисы и программа 1-й Советской гравитационной конференции 1961 г. Изд-во МГУ, стр. 114.
8. Hoffman B. Phys. Rev., **73**, 30, 1948.
9. Iwanenko D. D. Phys. Zs. Sowjetunion, **13**, 141, 1938.
10. Sakurai J. J. Ann. Phys., **11**, 1, 1960.
11. Jang C. N., Mills R. L. Phys. Rev., **96**, 191, 1954.
12. Utiyama Phys. Rev., **101**, 1596, 1956.
13. Бродский А. М., Иваненко Д., Соколик Г. А. ЖЭТФ, **41**, 1307, 1961.
14. Соколик Г. А. ДАН СССР, **148**, 549, 1963.
15. Румер Ю. Б. Исследования по 5-оптике. ГИТТЛ, М., 1956.
16. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. ГИТТЛ, М., 1955.

Поступила в редакцию
19. 2 1963 г.

Кафедра
статистической физики и
механики