

Н. И. КОЖЕВНИКОВ, В. Д. КУЗЬМИНЫХ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ФАКЕЛАХ

Рассмотрены различные способы задания функции источника факела. Показано, что функция источника факела должна иметь перегиб в точке, соответствующей некоторому значению оптической глубины τ . На основе наблюдательных данных [1, 1а, 2, 3] и предложенной модели функции источника произведен расчет зависимости температуры факела от оптической глубины для различных длин волн. Найдено, что отклонения температуры факела от температуры фотосферы имеют систематический ход с изменением λ .

Изучение распределения температуры внутри факелов является одной из задач построения модели этих образований на Солнце. Решение задачи зависит от правильного выбора функции источника $B_f(\tau)$.

В. Д. Кузьминых [1, 1а] на собственном наблюдательном материале исследовал применимость некоторых представлений функции источника к построению эмпирической модели факела. Исследование проводилось для трех участков спектра λ 4081,6, λ 5096,5; λ 8855,6 Å. Для сравнения мы приводим ряд результатов этого исследования. Развивая соображения, высказанные в [1, 1а], авторы поставили следующую задачу: 1) исследовать применимость использования для $B_f(\tau)$ не только представлений, рассмотренных в [1, 1а], но и ряда других; 2) попытаться отыскать для $B_f(\tau)$ функцию, наиболее удовлетворяющую данным наблюдений; 3) в качестве первого применения этой функции исследовать распределение с оптической глубиной температуры в факелах по данным наблюдения изучения факелов в различных длинах волн.

При построении эмпирических моделей факелов в работах [9, 10, 11, 5] использовался небольшой наблюдательный материал (около десяти факелов). Естественно, это приводило к неуверенности в подборе функции источника и не позволяло произвести сравнение вычисленных и наблюдаемых интенсивностей факелов. Поэтому трудно судить, как хорошо представляют выбранные для построения моделей факелов функции источника используемый при этом наблюдательный материал.

Интенсивность выходящего излучения факела определяется следующей формулой:

$$I_{f,\lambda}(0, \mu) = \int_0^{\infty} B_{f,\lambda}(\tau) e^{-\tau\lambda/\mu} \frac{d\tau_\lambda}{\mu}, \quad (1)$$

где $B_{f,\lambda}(\tau)$ — функция источника, τ_λ — оптическая глубина для длины волны λ , $\mu = \cos \theta$. Уравнение (1) можно рассматривать как интегральное уравнение относительно функции $B_{f,\lambda}(\tau_\lambda)$. Задача определения $B_{f,\lambda}(\tau_\lambda)$ решается просто, если известно точное функциональное задание $I_{f,\lambda}(0, \mu)$ как функции от μ и λ . В этом случае представим $B_{f,\lambda}(\tau_\lambda)$ в виде ряда

$$B_{f,\lambda}(\tau_\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n,\lambda} \tau_\lambda^n \frac{1}{n!}, \quad (2)$$

а $I_{f,\lambda}(0, \mu)$ в виде ряда

$$I_{f,\lambda}(0, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} b_{n,\lambda} \mu^n. \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получаем

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_{n,\lambda} \mu^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n,\lambda} \mu^n. \quad (4)$$

Коэффициенты $a_{n,\lambda}$ находятся как коэффициенты при одинаковых степенях μ .

Все же применение этого метода мало эффективно. Во-первых, потому что наблюдения дают только табличное задание функции $I_{f,\lambda}(0, \mu)$, во-вторых, — значения $I_{f,\lambda}(0, \mu)$ для малых величин μ известны очень плохо. Поэтому отыскание коэффициентов $a_{\mu,\lambda}$ приходится производить двумя методами: в виде решения системы N -линейных уравнений относительно ограниченного числа коэффициентов $a_{n,\lambda}$

$$I_{f,\lambda}(0, \mu_i) = \sum_{n=0}^N a_{n,\lambda} \mu_i^n \quad (5)$$

и представляя $B_f(\tau)$ в виде определенной функции, параметры которой определяются условием (1). (После подстановки этой функции в (1) интегрирование производится в конечном виде.) И в том и в другом случае мы накладываем на $B_f(\tau)$ определенное ограничение, так как фактически задаем вид этой функции.

Поскольку вид $B_f(\tau)$ нам неизвестен, то применение в качестве функции источника полиномов конечной степени дает тем лучшие результаты, чем более высокую степень полинома мы взяли. Однако точность определения коэффициентов a_n с большим номером n невелика. Грубо говоря, для удовлетворительного применения представления $B_f(\tau)$ в виде полинома n -й степени необходимо знание величин $I_f(\mu)$ с точностью до n -й значащей цифры. Вместе с тем при вычислении $I_f(\mu)$ по найденному полиному n -й степени для $B_f(\tau)$, неточность в величинах коэффициентов a_n сказывается мало, так как $\mu \ll 1$.

Приведем несколько примеров.

Для длины волны λ 8855,6 Å была вычислена функция источника $B_f(\tau)$ с использованием различных представлений. Величины интенсивности $I_f(\mu)$ (в абсолютных единицах) факела брались из [1, 2], величины $B_f(\tau)$ также выражались в абсолютных единицах.

Результаты вычислений функции $B_f(\tau)$ и $I_f(\mu)_b$:

1. Функция $B_f(\tau)$ представлена в виде полинома третьей степени

$$B_f = 0,64 + 2,92\tau - 1,54\tau^2 + 0,22\tau^3,$$

$$I_f(\mu)_b = 0,64 + 2,92\mu - 3,08\mu^2 + 1,33\mu^3,$$

$I_f(\mu)_b$ обозначает интенсивность выходящего по направлению μ излучения факела, вычисленную в предположении, что функция источника факела представлена соответствующим полиномом. Величины $V_f(\tau)$ и $I_f(\mu)_b$ выражены в единицах $10^{14} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек}} \cdot \frac{1}{\text{стрд}}$.

2. Функция источника представлена полиномом четвертой степени

$$V_f(\tau) = 1,00 + 0,81\tau + 0,4\tau^2 - 0,267\tau^3 + 0,033\tau^4,$$

$$I_f(\mu)_b = 1,00 + 0,81\mu + 0,8\mu^2 - 1,6\mu^3 + 0,8\mu^4.$$

3. Функция источника представлена полиномом пятой степени

$$V_f(\tau) = 0,97 + 0,97\tau - 1,649\tau^2 + 3,652\tau^3 - 1,678\tau^4 + 0,1794\tau^5,$$

$$I_f(\mu)_b = 0,97 + 0,97\mu - 3,298\mu^2 - 21,913\mu^3 - 40,269\mu^4 + 21,533\mu^5.$$

4. Функция источника представлена полиномом шестой степени

$$V_f(\tau) = 0,97 + 0,96\tau - 3,931\tau^2 + 10,252\tau^3 - 6,565\tau^4 + 1,373\tau^5 - 0,085\tau^6,$$

$$I_f(\mu)_b = 0,97 + 0,96\mu - 7,862\mu^2 + 61,511\mu^3 - 157,570\mu^4 + 164,732\mu^5 - 60,937\mu^6.$$

На рис. 1 приведено сравнение вычисленных $I_f(\mu)_b$ (штрихованные линии) и наблюдаемой (сплошная линия) интенсивностей факела для $\lambda 8855,6\text{\AA}$. По оси абсцисс отложены величины μ , по оси ординат — $I_f(\mu)$ (в единицах

$10^{14} \frac{\text{эрг} \cdot (\Delta\lambda = 1\mu \text{ см})}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{стрд}}$). На всех рисунках цифры около кривых обозначают

номера представлений $V_f(\tau)$; для удобства обозрения кривые с разными номерами сдвинуты относительно друг друга; масштаб по оси ординат сохранен. Как видно из рис. 1, лучше всего совпадают с $I_f(\mu)$ величины $I_f(\mu)_b$, вычисленные в предположении, что $V_f(\tau)$ описывается полиномом пятой и шестой степеней. Эти представления хорошо передают характерную особенность $I_f(\mu)$ — перегиб в точке $\mu \approx 0,55$. (Этот же перегиб имеется на кривых $I_f(\mu)$, определенных для других λ .) Однако для $V_f(\tau)$ полиномы высоких степеней оказываются совершенно неудовлетворительными. На рис. 2 по оси абсцисс отложены величины τ , по оси ординат — $V_f(\tau)$ (в единицах $10^{14} \frac{\text{эрг} \cdot (\Delta\lambda = 1 \text{ см})}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{стрд}}$). Из рис. 2 видно, что $V_f(\tau)$, вычисленное с помощью представлений 3 и 4, принимает отрицательные значения при $\tau \approx 3,5$, что не имеет физического смысла. Здесь сказывается требование к высокой точности определения $I_f(\mu)$.

Необходимо заметить, что истинная яркость факела зависит от самого факела, т. е. от фазы развития, в которой он находится, его величины и т. д. Поэтому яркости факелов, определенные для одного и того же значения μ , всегда будут несколько различаться между собой. Следовательно, условие точного определения коэффициентов Q_n (с большим номером n) никогда не будет иметь места; другими словами, применение полиномов высоких степеней для функции $V_f(\tau)$ ограничено не в силу недостаточной точности определения величин $I_f(\mu)$, а в силу реальных различий яркостей факелов.

Таким образом, представление $V_f(\tau)$ в виде полиномов третьей и четвертой степеней не может быть принято, так как оно плохо согласуется с наблюдаемыми величинами $I_f(\mu)$. Представление $V_f(\tau)$ полиномами пятой и шестой степеней не может быть принято, так как дает результаты, не имеющие физического смысла.

Перейдем к представлению $B_f(\tau)$ в виде задания конкретной функции. Различными авторами большей частью применяются функции, обычно использующиеся при построении моделей фотосферы. Приведем

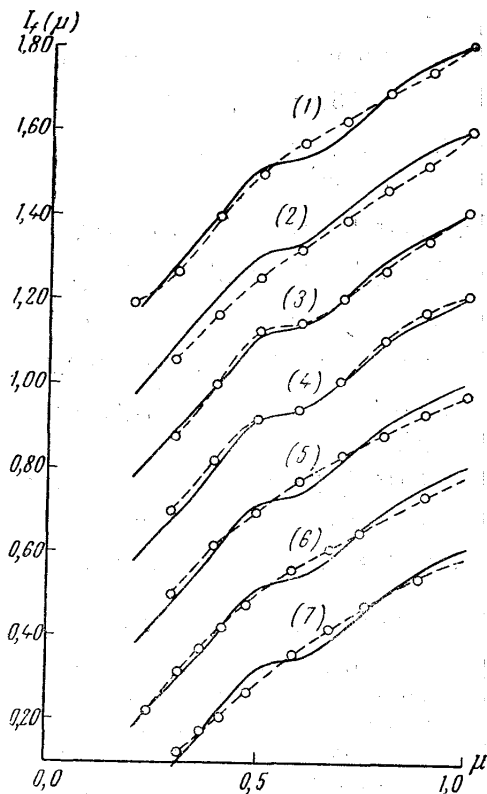


Рис. 1

На рис. 1 приведено сопоставление наблюдений $I_f(\mu)$ и вычисленных $I_f(\mu)_b$; на рис. 2 представлены зависимости $B_f(\tau)$. Как видно из рис. 1, представление $B_f(\tau)$ с помощью указанных функций не удовлетворительно, так как и $I_f(\mu)_b$ плохо передает особенности наблюдений зависимости $I_f(\mu)$ от μ . Очевидно, что поведение функции источника факела не такое же, как поведение функции источника фотосферы.

Попытаемся определить те условия, которым должна удовлетворять функция $B_f(\tau)$, и произведем ее расчет в первом приближении. Определить $B_f(\tau)$ довольно просто. При сопоставлении графиков функции $I_f(\mu)$ для разных λ (рис. 3, сплошные линии) заметим, что все линии имеют перегиб около точки $\mu=0,55$. Эту особенность в поведении $I_f(\mu)$ легко установить и в измерениях других авторов (например, [4, 5]). На рис. 1 а приведена зависимость $I_f(\mu)$ от μ , построенная по данным [4, 5]. Кривые, соответствующие λ 3700 Å и λ 5100 Å, построены по данным [5], кривые λ 3900 Å и λ 5000 Å — по данным [4]. Величины $I_f(\mu)$ даны в произвольных единицах.

Рассмотрим отношение

$$\delta_\lambda(\mu) = \frac{I_{f,\lambda}(\mu) - \alpha_\lambda - \beta_\lambda \mu}{I_{f,\lambda}(0,55) - \alpha_\lambda - \beta_\lambda 0,55} \quad (6)$$

результаты наших вычислений функции источника для λ 8855,6 Å, произведенные с помощью этих функций (обозначения те же), см. также [1, а].

5. Представление $B_f(\tau)$ с помощью логарифмической функции

$$B_f(\tau) = 2,0101 + 0,4022 \ln \tau,$$

$$I_f(\mu)_b = 1,7747 + 0,4022 \ln \mu.$$

6. Представление $B_f(\tau)$ с помощью интегрально-показательной функции

$$B_f(\tau) = 2,1983 + 0,0974\tau - 1,6723 \varepsilon_2(\tau),$$

$$I_f(\mu)_b = 2,1983 + 0,0974\mu - 1,6723 \left[1 - \mu \ln \left(1 + \frac{1}{\mu} \right) \right].$$

7. Представление $B_f(\tau)$ с помощью корня квадратного из величин τ

$$B_f(\tau) = 0,6623 + 1,3058 \sqrt{\tau},$$

$$I_f(\mu)_b = 0,6623 + 1,3058 \sqrt{0,785\mu}.$$

где α_λ и β_λ определяются тем, что: 1) прямая $y(\mu) = \alpha_\lambda + \beta_\lambda \mu$ проходит через точку $[y = I_{f,\lambda}(1), \mu = 1]$; 2) $\delta_\lambda(0,20) = 0,5$. Величины $\delta_\lambda(\mu)$ для различных λ приведены в табл. 1.

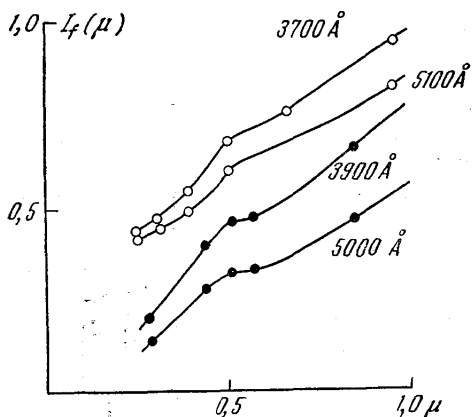


Рис. 1а

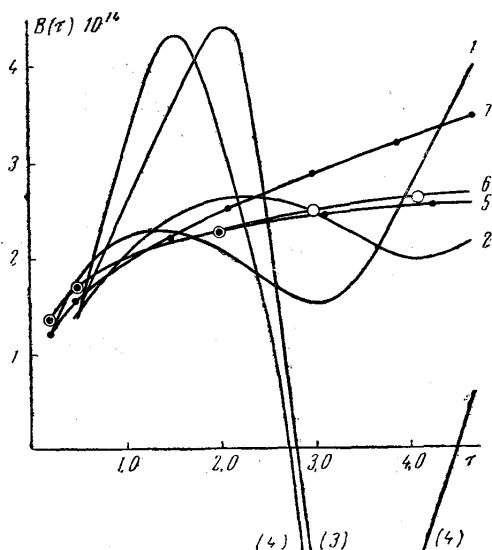


Рис. 2

Таблица 1

λ (Å)	μ								
	0,25	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,0
4951,8	0,50	0,52	0,69	1,00	0,79	0,51	0,34	0,20	0,0
5096,5	0,50	0,53	0,70	1,00	0,80	0,53	0,35	0,20	0,0
4795,5	0,50	0,52	0,69	1,00	0,79	0,53	0,33	0,24	0,0
8855,6	0,50	0,54	0,75	1,00	0,72	0,52	0,36	0,18	0,0
12380,0	0,50	0,57	0,73	1,00	0,75	0,50	0,32	0,18	0,0
21033,9	0,50	0,57	0,75	1,00	0,75	0,54	0,30	0,16	0,0

Из табл. 1 видно, что все кривые $I_{f,\lambda}(\mu)$ в первом приближении подобны друг другу. Поэтому функцию $I_{f,\lambda}(\mu)$ можно записать в следующей общей форме:

$$I_{f,\lambda}(\mu) = a_\lambda + b_\lambda \mu + d_\lambda \sqrt{\mu} + c_\lambda F(\mu), \quad (7)$$

где $F(\mu)$ — общая для всех λ функция. Таким образом, наша задача сводится к отысканию такой $f(\tau)$ (общей для всех λ), чтобы

$$\int_0^\infty f(\tau) e^{-\tau\mu} \frac{d\tau}{\mu} = F(\mu). \quad (8)$$

Используем то обстоятельство, что $I_f(\mu)$ имеет перегиб в точке

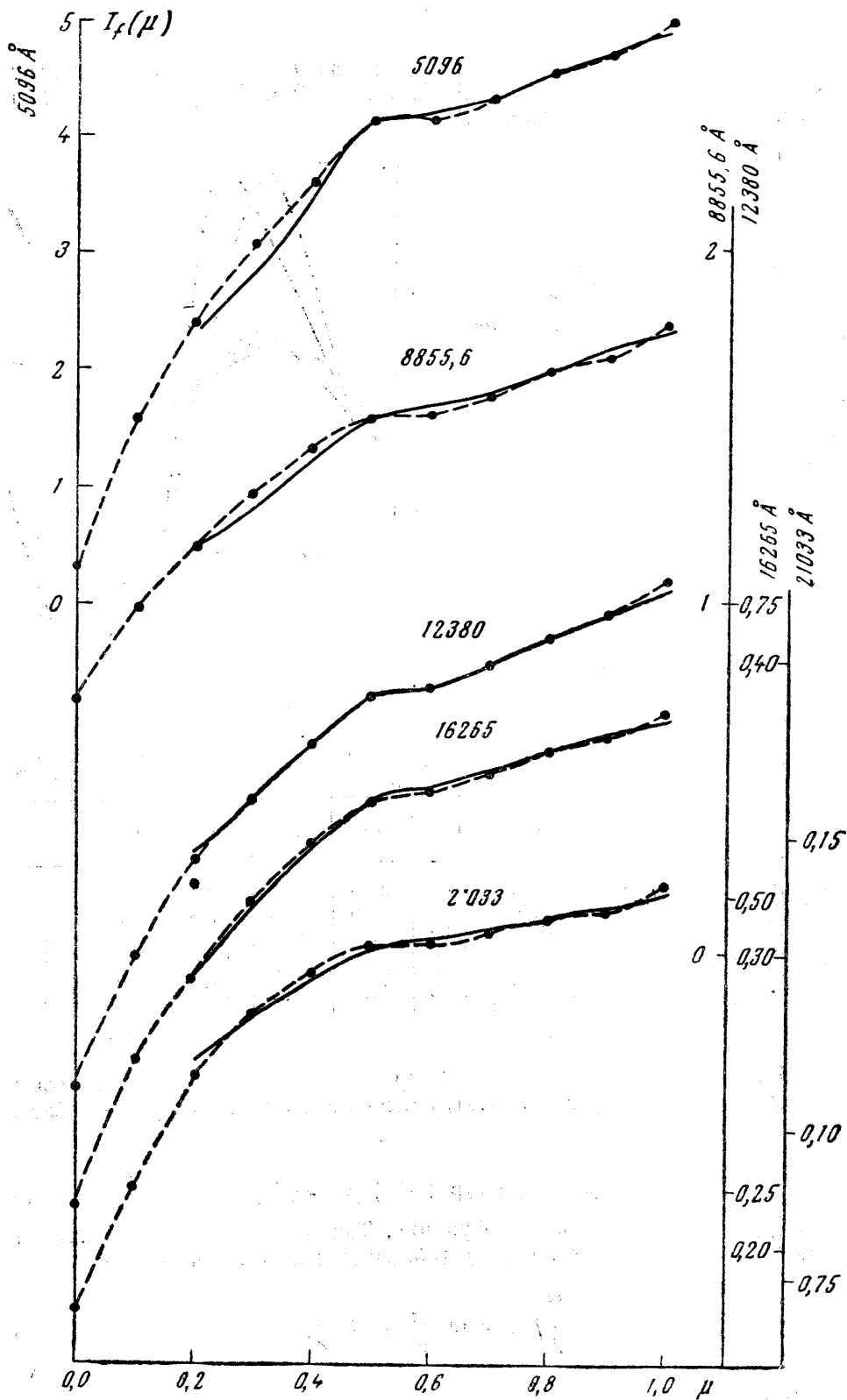


Рис. 3

$\bar{\mu}=0,55$. Покажем, что $B_f(\tau)$ также должна иметь перегиб в некоторой точке $\tau=\tau^*$, т. е. $B_f(\tau)$ удовлетворять следующим условиям:

$$\frac{\partial^2 B_f(\tau)^*}{\partial \tau^2} = 0, \quad \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 B_f(\bar{\mu}t)}{\partial \mu^2} t^2 e^{-t} dt = 0. \quad (9)$$

Для функции $I_f(\mu)$ имеем

$$\frac{\partial^2 I_f(\bar{\mu})}{\partial \mu^2} = 0, \quad \bar{\mu} = 0,55. \quad (10)$$

Произведем замену переменных в интеграле соотношения (1), положим, что $\tau = \mu t$. Тогда для $\frac{\partial^2 I_f(\mu)}{\partial \mu^2}$ получаем

$$\frac{\partial^2 I_f(\mu)}{\partial \mu^2} = \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 B_f(\mu t)}{\partial \mu} t^2 e^{-t} dt. \quad (11)$$

Согласно (10), величина $\int_0^{\infty} \frac{\partial^2 B_f(\bar{\mu}t)}{\partial \mu^2} t^2 e^{-t}$ равна нулю. Так как $t^2 e^{-t} \geq 0$, то это

возможно только в том случае, если $\frac{d^2 B_f(\tau)}{d(\tau)^2}$ равно нулю в точке $\tau = \tau^*$.

Справа и слева от этой точки $\frac{d^2 B_f(\tau)}{d(\tau)^2}$ должно иметь разные знаки.

Итак, в качестве функции источника $B_f(\tau)$ для факела необходимо использовать только те функции, которые имеют по крайней мере одну точку перегиба. Отсюда следует, что применение для $B_f(\tau)$ функций типа $\ln \tau$, $\sqrt{\tau}$, $\delta_2(\tau)$ возможно только в качестве первого приближения.

После ряда проб мы остановились на следующем табличном задании $f(\tau)$ (см. табл. 2). Это задание следует рассматривать как определенную степень приближения, поскольку оно не учитывает ряда свойств $I_{f,\lambda}(\mu)$ (например, положение точки перегиба этой функции слабо, но все же зависит от λ).

Приведем результаты применения соотношения (7) к описанию функции источника $B_f(\tau)$ и к вычислению входящей радиации $I_f(\mu)_b$ факела для ряда длин волн:

$$\lambda 5096,5 \text{ \AA} B_f(\tau) = 0,3 + 2,63 \tau + 2,256 \sqrt{\tau} + 18,3 f(\tau),$$

$$I_f(\mu)_b = 0,3 + 2,63 \mu + 2,0 \sqrt{\mu} + 18,3 F(\mu).$$

$$\lambda 8855,6 \text{ \AA} B_f(\tau) = 0,72 + 0,55 \tau + 0,564 \sqrt{\tau} + 3,0 f(\tau),$$

$$I_f(\mu)_b = 0,72 + 0,55 \mu + 0,50 \sqrt{\mu} + 3,0 F(\mu).$$

$$\lambda 12380 \text{ \AA} B_f(\tau) = 0,335 + 0,225 \tau + 0,2256 \sqrt{\tau} + 1,33 f(\tau),$$

$$I_f(\mu)_b = 0,335 + 0,225 \mu + 0,20 \sqrt{\mu} + 1,33 F(\mu).$$

$$\lambda 16265 \text{ \AA} B_f(\tau) = 0,214 + 0,066 \tau + 0,1128 \sqrt{\tau} + 0,6 f(\tau),$$

$$I_f(\mu)_b = 0,214 + 0,066 \mu + 0,10 \sqrt{\mu} + 0,6 F(\mu).$$

$$\lambda.21\ 033,9\text{\AA} \quad B_f(\tau) = 0,079 + 0,12\tau + 0,0564\sqrt{\tau} + 0,18f(\tau).$$

$$I_{f,\lambda}(\mu)_b = 0,079 + 0,012\mu + 0,05\sqrt{\mu} + 0,18F(\mu).$$

Таблица 2

τ	0,0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
$f(\tau)$	0,0	0,03	0,09	0,08	0,0	-0,13	-0,18	-0,18	-0,17
τ	2,25	2,50	2,75	3,00	4,00	—	—	—	—
$f(\tau)$	-0,12	-0,10	-0,06	-0,03	0,00	—	—	—	—

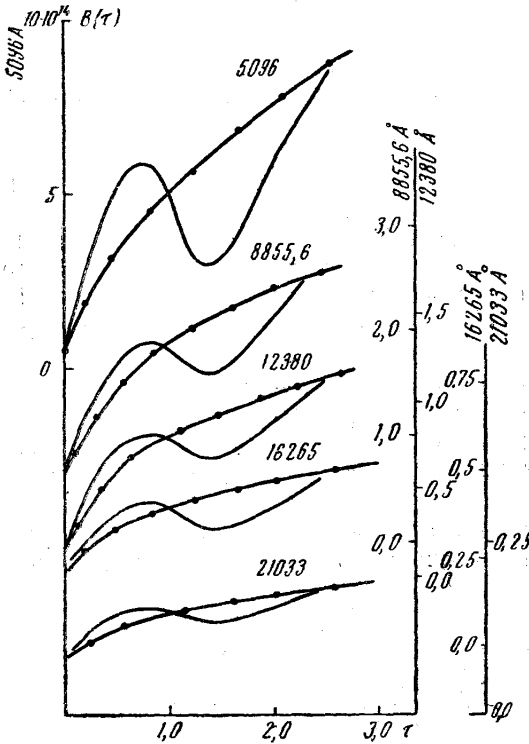


Рис. 4

вод этих данных в абсолютные единицы осуществлялся на основе работ [8]. Из рис. 4 следует, что в области от $\tau=0$ до $\tau \approx 1$ факелы горячее фотосферы, в области $1 < \tau < 2,5$ факелы холоднее окружающей фотосферы. То, что $B_{f,\lambda}(\tau) = B_{0,\lambda}(\tau)$ при $\tau=1$, для всех λ отнюдь не является следствием выбора функции $B_f(\tau)$ в виде (8). Значение τ определяется функциями $B_f(\tau)$ и $B_0(\tau)$. В табл. 3 приведены результаты вычисления тем-

Величина интеграла $F(\mu)$ была определена путем численного интегрирования. На рис. 3 приведено сопоставление $I_{f,\lambda}(\mu)_b$ (пунктирные кривые) с $I_{f,\lambda}(\mu)$ (сплошные кривые). Около каждой кривой указана длина волны λ , для которой она построена. Для всех кривых использована одна и та же ось абсцисс, на которой отложена величина μ , оси ординат различны. По оси ординат отложены величины $I_{f,\lambda}(\mu)$ в единицах $10^{14} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{стрд}} (\Delta\gamma = 1 \text{ см})$. Из

рис. 3 видно, что использованное представление для $B_f(\tau)$ дает достаточно удовлетворительное описание характерных особенностей зависимости интенсивности излучения факела от его положения на диске Солнца.

На рис. 4 представлены результаты вычислений $B_{f,\lambda}(\tau)$ и $B_{0,\lambda}(\tau)$. Функции источника $B_{0,\lambda}(\tau)$ фотосферы (кривые с точками) строились по данным о распределении яркости на солнечном диске [6, 7], пере-

ператур T_f и T_0 в факеле и фотосфере для различных величин τ ; а также значение разности ΔT температур факела и фотосферы.

На рис. 5 дан график зависимости средней величины ΔT (для горячей и холодной областей факела в отдельности) как функции от длины волны λ . На рис. 5 представлена также зависимость от длины волны λ

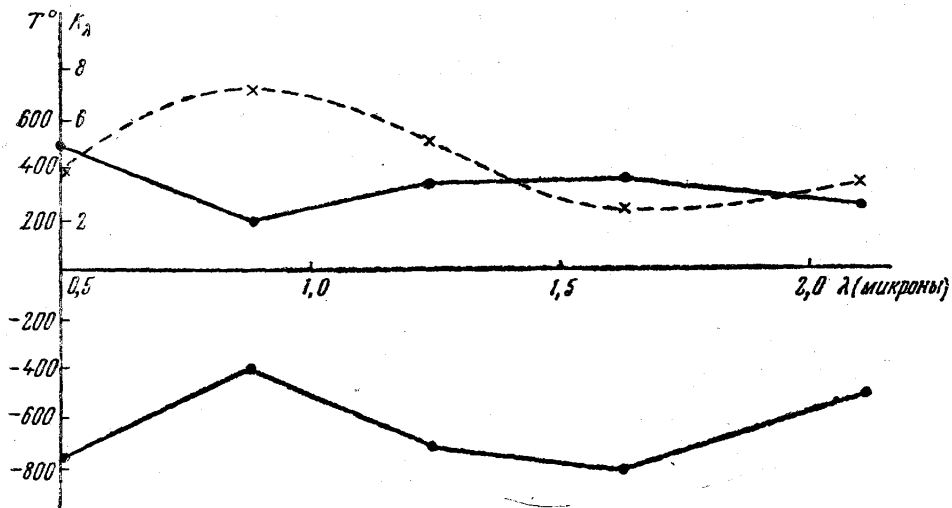


Рис. 5

Таблица 3

$\lambda(\text{Å})$		τ									
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25	1,50	1,75	2,0	2,5
5096,5	T_f	5808	6447	6845	6902	6669	6083	5943	6479	6874	7552
	T_0	5424	5902	6236	6430	6637	6844	7012	7171	7335	7651
	ΔT	+384	+545	+609	+472	+32	-761	-1069	-692	-461	-99
8855,6	T_f	5966	6268	6693	6827	6787	6467	6467	6754	7136	7500
	T_0	5852	6153	6432	6675	6790	6508	7136	7279	7411	7500
	ΔT	+114	+215	+261	1172	-3	-41	-669	-525	-275	0,0
12380	T_f	4966	5960	6335	6485	6330	5958	5958	6340	6780	7625
	T_0	4616	5560	5958	6187	6320	6629	6845	7132	7275	7625
	ΔT	+350	+390	+377	+298	+10	-671	-887	-792	-495	0,0
16265	T_f	5832	6432	6928	7019	6819	6280	6238	6498	6890	7820
	T_0	5574	6086	6441	6680	6820	7014	7212	7392	7546	7820
	ΔT	+258	+342	+487	+339	-1	-732	-974	-903	-656	0,0
21033	T_f	5446	5978	6302	6430	6244	5912	5890	6170	6508	7217
	T_0	5103	5575	5912	6116	6244	6362	6564	6762	6860	7217
	ΔT	+343	+403	+390	+341	0,0	-450	-674	-592	-352	0,0

коэффициента поглощения k_λ радиации отрицательными ионами водорода (величина k_λ дана в произвольных единицах для $T=5040^\circ$ — штриховая линия). Как видно из рис. 5, изменение ΔT в общем ковариантно изменению k_λ , это дает основание полагать, что колебания величины перегрева и охлаждения факела (вычисленные для различных λ) определяются в основном поглощением радиации отрицательными ионами водорода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьминых В. Д. Сообщения ГАИШ, № 133, 1963.
- 1a. Кузьминых В. Д. «Астрономический журнал», 39, 965, 1962.
2. Кузьминых В. Д., Ситник Г. Ф. «Астрономический журнал», 40, 954, 1963.
3. Кузьминых В. Д. «Астрономический журнал», 39, 965, 1962.
4. Крат Т. В. «Астрономический журнал», 24, 327, 1947.
5. Лившиц М. А. «Астрономический журнал», 40, 38, 1963.
6. Peyturaux R. Ann. d Aph., 18, 25, 34, 1955.
7. Pierce A. K. Aph. J., 120, 221, 1954.
8. Ситник Г. Ф. Сообщения ГАИШ, № 113, 19, 1961.
9. Waldmeier M. Z. Astrophys., 26, 147, 1949.
10. Reichel M. Z. Astrophys., 33, 79, 1953.
11. Rogerson I. B. Jr., Aph. J., 134, No. 2, 331, 1961.

Поступила в редакцию
27. 5 1963 г.

ГАИШ