

В. Б. БРАГИНСКИЙ, И. И. МИНАКОВА

ВЛИЯНИЕ СИСТЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ СМЕЩЕНИЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В технике физического эксперимента применяют механические колебательные системы для измерения тонких физических эффектов. Довольно часто используются крутильные маятники, торсионные весы для измерения гравитационных эффектов [1], магнитной восприимчивости [2], мощности потока электромагнитного излучения [3]. Для регистрации малых колебаний в таких системах применяются радиотехнические устройства с емкостными датчиками смещения [4], которые позволяют измерять макроскопические колебания с амплитудой 10^{-11} см [5]. Для исследования физических эффектов, связанных с измерением весьма малой механической силы, выгодно уменьшать величину жесткости в колебательной системе. Как показали экспериментальные исследования, на некотором уровне величины жесткости емкостный датчик начинает влиять на динамические свойства механической колебательной системы. В работе изложены результаты исследования этого влияния и обсуждены возможности использования обнаруженного явления.

Использованная система бесконтактного датчика малых смещений представляет собой колебательный контур с переменной емкостью — плоским конденсатором, состоящим из неподвижного электрода пластины и пластины крутильного маятника, при движении которого изменяется емкость [4]. В контуре возбуждаются вынужденные колебания высокой частоты (порядка нескольких мГц). Собственная частота колебаний крутильного маятника около 9 миллигерц. Механическая система помещена в вакуум не хуже $2 \cdot 10^{-6}$ мм Hg. Возможны два случая настройки высокочастотного генератора по отношению к контуру, в который входит рабочая емкость датчика: первый случай — частота генератора выше резонансной частоты контура (правый склон резонансной кривой), второй — частота генератора ниже резонансной частоты контура (левый склон резонансной кривой).

При настройке генератора на левый склон было обнаружено, что с ростом амплитуды стационарных вынужденных электрических колебаний в контуре растет декремент затухания крутильных колебаний маятника и одновременно увеличивается период колебаний (см. таблицу).

На правом склоне происходят обратные явления: с ростом амплитуды колебаний на контуре декремент крутильных колебаний маятника уменьшается и начиная с амплитуд напряжения 2—3в крутильные колебания начинают нарастать от весьма малых значений амплитуды. Инкремент нарастания оказывается тем большим, чем больше амплитуда электрического напряжения на контуре.

Этому явлению может быть дано сравнительно простое количественное объяснение. Переменное электрическое напряжение U_n на емкости датчика вызывает большую силу, действующую на крутильный маятник. Так как амплитуда электрического напряжения на контуре зависит от настройки контура, то U_n есть функция от d_0 — расстояния между пластиной маятника и неподвижным электродом. Величина $U_n(d_0)$ сильно изменяется на склоне резонансной кривой контура. Поэтому при настройке генератора высокочастотных колебаний, питающего датчик, на левый или правый склон резонансной кривой электрический контур датчика может внести в

Левый склон

$U \sim (\theta)$	1	3	5	7
$T(\text{сек})$	11,0	11,4	12,2	13,0
θ	$+2,4 \cdot 10^{-3}$	$+4,2 \cdot 10^{-3}$	$+1,0 \cdot 10^{-2}$	$+2,4 \cdot 10^{-2}$

Правый склон

$U \sim (\theta)$	1	3	5	7
$T(\text{сек})$	11,0	10,9	10,8	10,6
θ	$+10^{-4}$	$-1,4 \cdot 10^{-3}$	$-3,3 \cdot 10^{-3}$	$-2,1 \cdot 10^{-2}$

механическую систему крутильных колебаний существенную дифференциальную жесткость $\Delta K = \frac{\partial F_{\text{эл}}}{\partial d}$, которая проявится при малых колебаниях маятника. Вычислим величину ΔK . Как известно,

$$U_n = U_0 \left(\sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + \frac{\gamma^2}{Q^2}} \right)^{-1}, \text{ где } \gamma = \frac{p}{\omega_0},$$

p — частота генератора, ω_0 — собственная частота колебаний контура. Пусть настройка такова, что $\gamma_0 = 1 + \frac{\beta}{2Q_{\text{эл}}}$ и β — порядка единицы. При $\beta = \pm 1$ и большом $Q_{\text{эл}}$

амплитуда напряжения на контуре равна 0,707 от максимальной. При такой настройке контура чувствительность датчика близка к максимальной. Вычислим силу притяжения между обкладками конденсатора $F_{\text{эл}}$ при небольших отклонениях y от d_0 соответствующего γ_0 :

$$F_{\text{эл}} = \frac{U_0^2 Q_{\text{эл}}^2 S}{16\pi d_0^2} \left[1 \pm \left(\frac{2\beta}{1 + \beta^2} Q_{\text{эл}} \cdot x \right)_1 \pm \left(\frac{4\beta^3 (\beta - 1)}{(1 + \beta^2)^3} Q_{\text{эл}}^3 x^3 \right)_2 + \dots \right].$$

В этом выражении $x = \frac{y}{d}$; U_0 — амплитуда напряжения генератора; члены, в которые

входят x^2, x^4, x^5 , не приведены. Знак плюс соответствует правому склону резонансной кривой, знак минус — левому; знаки такие же, как у β . С помощью этого выражения можно определить величину ΔK . Оценим предварительно линейный член жесткости при $\beta = 1$

$$\Delta K = \frac{\partial F_{\text{эл}}}{\partial y} = \frac{1}{d_0} \frac{\partial F_{\text{эл}}}{\partial x} = \pm \frac{U_0^2 Q_{\text{эл}}^3 S}{16\pi d_0^3} = \pm \frac{U_n^2 Q_{\text{эл}} S}{8\pi d_0^3}.$$

Здесь U_n — амплитуда напряжения на контуре при $\beta = \pm 1$. Таким образом, на левом склоне резонансной кривой датчик вносит отрицательную дифференциальную жесткость в механическую систему крутильных колебаний, т. е. увеличивает период колебаний, на правом склоне — положительную.

Для эквивалентной массы маятника $m_{\text{экр}} = 4 \text{ г}$ (приведенной к середине пластины конденсатора) и периоде колебаний 12 сек, эквивалентная жесткость маятника равна $K_{\text{экр}} \approx 1,3 \frac{\text{дн}}{\text{см}}$. Величина $\Delta K \approx 0,5 \frac{\text{дн}}{\text{см}}$ (при $U_n = 6 \text{ в}$, $Q_{\text{эл}} = 50$, $d_0 = 0,15 \text{ см}$, $S = 4 \text{ см}^2$). Таким образом, и в количественном отношении вносимая электрическим контуром величина ΔK удовлетворительно объясняет наблюдаемое на левом склоне увеличение периода колебаний маятника с ростом U_n . Объяснить увеличение затухания на левом склоне и появление амплитудной неустойчивости на правом склоне

можно, если вспомнить, что электрические колебания в контуре устанавливаются не сразу, а с запаздыванием $\tau = \frac{Q_{эл}}{\omega} \approx 10^{-6}$ сек. Это приводит к тому, что жесткость вносится в механическую колебательную систему с запаздыванием, и уравнение для малых колебаний крутильного маятника с учетом вносимой жесткости будет выглядеть так:

$$m_{эвк} \ddot{y} + h\dot{y} + (K_{эвк} \pm \Delta K_{\tau}) y = 0.$$

Знак плюс соответствует правому склону, знак минус — левому склону резонансной кривой электрического контура. Нетрудно видеть, что запаздывание в положительной жесткости приводит к регенерации, запаздывание в отрицательной жесткости — к дегенерации. Условие самовозбуждения для правого склона при учете конечного τ имеет очень простой вид

$$h = \Delta K \cdot \tau.$$

Отсюда можно рассчитать минимальное напряжение U_n , при котором возникнут нарастающие колебания в крутильном маятнике:

$$U_n = \sqrt{\frac{\Omega_0 m_{эвк} \cdot 8\pi d_0^2}{Q_{мех} \cdot S \cdot \tau \cdot Q_{эл}}}.$$

Здесь Ω_0 — частота колебаний маятника. Полагая в этом выражении $\Omega_0 = \frac{2\pi}{12} \frac{\text{рад}}{\text{сек}}$, $m_{эвк} = 4g$, $d_0 = 0,1$ см, добротность маятника — $Q_{мех} = 4 \cdot 10^3$, $S = 4$ см², $\tau \approx 10^{-6}$ сек, $Q_{эл} = 50$, получим $U_n = 23$ в. Таким образом, в соответствии с указанными значениями для Ω_0 , $m_{эвк}$, d_0 , $Q_{мех}$, $Q_{эл}$, S , взятыми из опыта, и оценочным значением τ в колебательной системе маятника возникает амплитудная неустойчивость, начиная примерно от напряжения на контуре $U_n \approx 23$ в. Однако в опыте амплитудная неустойчивость возникает при меньших U_n (примерно 3—4 в). Возможно это связано с тем, что запаздывание τ больше из-за того, что генератор ГСС-6, достаточно сильно нагруженный электрическим контуром датчика, «откликается» на уменьшение параметров контура с некоторым дополнительным τ . Вторую причину следует искать в том, что из-за механической дрожи точки подвеса крутильного маятника амплитуда «начальных» колебаний достаточно велика, чтобы начал сказываться второй нелинейный член в выражении для $E_{эл}$. Этот член также вносит регенерацию в колебательную систему маятника при β_0 , соответствующим $\beta > 1$. При $\beta > 2$ и при амплитуде колебаний $\approx 10^{-3}$ см влияние нелинейного члена на инкремент оказывается более существенным, чем влияние линейного члена.

Рассмотренная задача представляет интерес для исследования поведения целого ряда электромеханических систем. Используя описанное явление воздействия емкостного датчика на механическую колебательную систему, можно вводить плавно регулируемые положительные или отрицательные затухания и жесткости. Предложенный механизм объяснения явления по существу сводит роль электрического контура и задающего генератора к роли следящей системы, которая реагирует на смещение маятника с запаздыванием τ . Аналогичным образом могут быть объяснены возникновение автоколебаний в магнитных подвесах [6], изменение скорости вращения параметрического мотора [7] и периода колебаний некоторых типов электрических часов [8].

Авторы считают своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность Е. Н. Волковой и П. М. Степунину, принимавшим участие в создании установки и измерениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dicke R. Sci. Amer., 205, 88, 1961.
2. Севостьянов Б. К. «Приборы и техника эксперимента», № 4, 130, 1960.
3. Брудун Валитов Р. А. Измерения на миллиметровых волнах. «Советское радио», 1960.
4. Брагинский В. Б., Минакова И. И., Степунин П. М. «Приборы и техника эксперимента», № 5, 130, 1963.
5. Брагинский В. Б., Руденко В. Н., Рукман Г. Н. ЖЭТФ, 43, 1(7), 51, 1962.
6. Beams J. W. Rev. Sci. Inst., 32, 645, 1961.
7. Папалекс Н. Д. Собрание трудов. Изд-во АН СССР, 1947, стр. 208.
8. Ventenotti. Compt. Rend., 207, 847, 1938.

Поступила в редакцию
26. 8 1963 г.

Кафедра
теории колебаний