Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1964

Ф. А. ЖИВОПИСЦЕВ

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА НЕОБРАТИМЫХ КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

На основании квантовой теории необратимых процессов рассмотрено рассеяние частицы на сложной физической системе конечного размера. В предположении малости энергии взаимодействия получено уравнение для одночастичной матрицы плотности, связывающее диагональные матричные элементы с недиагональными. Полученное уравнение отличается от известного уравнения Блоха дополнительным членом, изменяющим характер диссипации. На основе полученного уравнения рассмотрены система взаимодействующих осцилляторов и взаимодействие электрона с полем излучения.

Введение

На основе квантовой теории необратимых процессов [1, 2] рассмотрено рассеяние частицы на сложной физической системе конечного размера. Рассмотрение процессов такого рода может оказаться полезным для изучения таких вопросов, как, например, динамическое описание ассоциаций внутри ядра, релаксационные явления, неупругое рассеяние частиц тяжелыми ядрами.

Основным физическим допущением, определяющим необратимость процесса и позволяющим получить замкнутое уравнение для одночастичной матрицы плотности, является то, что среда — диссипативная подсистема, обладающая непрерывным спектром, — находится все время в состоянии равновесия. Физически это означает пренебрежение «локальным нагреванием» вблизи частицы. Например, атомное ядро можно считать находящимся в состоянии равновесия, если

$$t_0 \gg \tau_0 \text{ или } \Delta \ll \Gamma, \tag{1}$$

где t_0 — время пролета частицы через ядро, τ_0 — время релаксации составного ядра, $\Delta = \frac{\hbar}{t_0}$, $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau_0}$ — ширина гигантского резонанса. При выполнении условий (1) процесс рассеяния медленной частицы на тяжелом ядре можно рассматривать как некоторый вид необратимого квантовомеханического процесса. В предположении малости энергии взаимодействия получено приближенное уравнение для одночастичной матрицы плотности, связывающее диагональные матричные элементы матрицы плотности с недиагональными матричными элементами. Полученное уравнение отличается от уравнения, выведенного Блохом [3], дополнительным членом, изменяющим характер диссипации. Например, энергия осциллятора в термостате с учетом дополнительного члена имеет осциллирующее затухание в противоположность гладкому затуханию, которое следует из уравнения Блоха. На основе полученного уравнения рассмотрено электромагнитное излучение электрона как необратимый квантовомеханический процесс. Роль термостата—диссипативной подсистемы играет поле излучения в свободном пространстве. Исследован вопрос о силе радиационного трения на основе квантовой теории необратимых процессов.

Уравнение для одночастичной матрицы плотности с учетом затухания

Произвольная квантовомеханическая система с максимально возможной полнотой описывается с помощью статистического оператора ρ. Уравнение для ρ имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = H\rho - \rho H, \tag{2}$$

где H — полный гамильтониан системы.

Для решения задачи полная информация, содержащаяся в ρ, не нужна, так как мы интересуемся одночастичным описанием процесса. Перейдем к представлению вторичного квантования с помощью некоторой полной ортонормированной системы функций, зависящих каждая от переменных λ одной частицы. Тогда матричные элементы одночастичной матрицы плотности ρ_1 даются выражением

$$(\lambda | \rho_1 (t) | \lambda') = (\Phi (t), a^+ (\lambda) a (\lambda') \Phi (t)), \tag{3}$$

где $\Phi(t)$ — волновая функция системы

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi (t) = H\Phi (t). \tag{4}$$

При условии, что диссипативная подсистема находится все время в состоянии равновесия, матричные элементы оператора ρ_1 можно записать в виде

$$(\lambda | \rho_1 (t) | \lambda') = G (\lambda, \lambda_0, t) G^* (\lambda', \lambda_0, t), \tag{5}$$

где $G(\lambda, \lambda_0, t) = -i(\Phi_0, T\{a (\lambda, t) a^+(\lambda_0, 0)\}\Phi_0)$ — одночастичная функция Грина, Φ_0 — волновая функция основного состояния диссипативной подсистемы. При $t>0$ одночастичную функцию Грина $G(\lambda, \lambda_0, t)$ можно интерпретировать (с точностью до множителя) как амплитуду вероятности и обнаружить в момент t состояния $a^+ (\lambda, t) \Phi_0$, если в момент $t=0$ мы имели состояние $a^+ (\lambda_0, 0) \Phi_0$. Вероятность обнаружения состояния λ_0 в момент t равна

$$(\lambda_0 | \rho_1 (t) | \lambda_0) = G (\lambda_0, \lambda_0, t) G^* (\lambda_0, \lambda_0, t). \tag{6}$$

В пределе больших времен t легко получить [4]

$$iG (\lambda_0, \lambda_0, t) = a \exp \{-i\varepsilon_0 t - \gamma_0 t\}, \tag{7}$$

где $E_0 = \varepsilon_0 - i\gamma_0$ — полюс функции Грина в нижней полуплоскости. Таким образом, затухание начального состояния λ_0 определяется мнимой частью полюса функции Грина: $\tau_0 = \frac{1}{2\gamma_0}$ — время жизни частицы в состоянии λ_0. В координатном представлении одночастичная функция Грина удовлетворяет известному уравнению Дайсона

$$\left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m}\right] G (x, x') - \int d^4 x'' \sum (x, x'') G (x'', x') = \delta^4 (x - x'), \tag{8}$$

где $\Sigma(x, x')$ — массовый оператор для системы с прямым бинарным взаимодействием. Полный гамильтониан системы для рассматриваемой задачи выбран в виде

$$H = \int \psi^+(x) \left[-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} \right] \psi(x)\, d^3x +$$

$$+ \frac{1}{2} \iint \psi^+(x)\, \psi^+(x')\, V(x - x')\, \psi(x')\, \psi(x)\, d^4x'\, d^3x, \tag{9}$$

где $V(x - x')$ — потенциал парного взаимодействия, ψ, ψ^+ — обычные операторы поля.

Волновые функции, зависящие от переменных λ, являются решениями приближенного гамильтониана H_0

$$H_0 = \int \psi^+(x) \left[-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + W(x) \right] \psi(x)\, d^3x, \tag{10}$$

где $W(x)$ — самосогласованный потенциал.

Рассматривая $V - W = U$ как возмущение, для $\Sigma' = \Sigma' - W$ имеем в первых порядках по теории возмущения [5]

$$\sum{}'(x, x') = (-i\hbar)^2 \iint d^4x''\, d^4\zeta'\, U(x' - x'')\, G_0(x'', \zeta),$$

$$G_0(\zeta', x'')\, U(x - \zeta')\, G_0(x, x') + (i\hbar)^2 \iint d^4x''\, d^4\zeta\, U(x - x''),$$

$$G_0(x, \zeta)\, U(\zeta - x')\, G_0(\zeta, x'')\, G_0(x'', x'), \tag{11}$$

$$G_0(x, x') = \frac{1}{i\hbar} \sum_n X_n^0(\vec{x})\, X_n^{0*}(\vec{x}') \exp\{-iE_n^0(t - t')\},\ t > t',$$

$$-\frac{1}{i\hbar} \sum_{\bar{n}} X_{\bar{n}}^0(\vec{x})\, X_{\bar{n}}^{0*}(\vec{x}') \exp\{iE_n^0(t - t')\},\ t < t',$$

где X_n^0, $X_{\bar{n}}^0$ — амплитуды состояния частицы и дырки:

$$\begin{aligned} X_n^0(\vec{x}) &= (\Phi_0^0 |\, \psi(\vec{x})\, | \Phi_n^0), \\ X_{\bar{n}}^0(\vec{x}) &= (\Phi_0^0 |\, \psi^+(\vec{x})\, | \Phi_n^0). \end{aligned} \tag{12}$$

В представлении гамильтониана H_0 уравнение (8) можно записать в виде

$$\left\{ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + \sum H_0(\lambda, \lambda_1) \right\} G(\lambda_1, \lambda', t) + \sum \langle \lambda | V | \lambda_1 \rangle \times$$

$$\times G(\lambda_1, \lambda', t) = 0, \qquad t \geqslant 0, \tag{13}$$

где

$$\langle \lambda | V | \lambda_1 \rangle = \pi \sum_{l\bar{m}n} \delta(E_p - E_l^0 - E_{\bar{m}}^0 - E_n^0)\, \langle \lambda | V | l\bar{m}n \rangle\, \langle \lambda_1 | V | l\bar{m}n \rangle,$$

$$\langle \lambda | V | l\bar{m}n \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \int X_\lambda^{0*}(x')\, U(x' - x'')\, X_{\bar{m}}^0(x'') \times$$

$$\times \{X_l^0(x')\, X_n^0(x'') - X_n^0(x')\, X_l^0(x'')\} dx'\, dx''.$$

Уравнение (13) и сопряженное уравнение определяют полностью одночастичную матрицу плотности $\rho(t)$. Основное понятие необратимости состоит в том, что система никогда не возвращается к начальному состоянию. Динамическая подсистема при $t \to \infty$ приближается к равновесному состоянию

$$\langle \lambda | \rho_1(t) | \lambda' \rangle \to \langle \lambda_{\min} | \rho_1 | \lambda_{\min} \rangle, \tag{14}$$

где $\lambda_{\min}$ — низшее энергетическое состояние частицы, для которого $\gamma_{\min}=0$. Из уравнения (17) видно, что для слабого взаимодействия диагональные матричные элементы $\rho_1(t)$ в общем случае связаны с недиагональными матричными элементами.

В предположении малости энергии взаимодействия уравнение для ρ_1 может быть получено непосредственно из уравнения (2), связывающего диагональные матричные элементы ρ_1 с недиагональными.

Гамильтониан полной системы запишем в виде

$$H = H_1^0 + H_2^0 + \lambda G,$$

где H_1^0 — гамильтониан динамической подсистемы, H_2^0 — гамильтониан диссипативной подсистемы, G — оператор взаимодействия, λ — оператор малости.

В представлении взаимодействия уравнение (2) для ρ имеет вид

$$\frac{\partial \rho_t}{\partial t} = \frac{\lambda}{i\hbar}(G_t\rho_t - \rho_t G_t). \tag{15}$$

Динамическая подсистема обладает дискретным спектром $\{g\}$, диссипативная подсистема непрерывным энергетическим спектром $\{f\}$. Так как мы хотим описать диссипативную подсистему термодинамическими параметрами, то следует ограничиться членами порядка $O(\lambda^2)$. Учет членов более высокого порядка по λ требует более детального знания о свойствах диссипативной подсистемы, чем знание одной постоянной затухания. Переход к представлению взаимодействия означает избавление от высокочастотной зависимости матрицы плотности. Поэтому можно пренебречь изменениями ρ_t за время, сравнимое с $\frac{\hbar}{D}$, где D — разность уровней энергии динамической подсистемы. Основное изменение матрицы ρ_t со временем связано с процессом релаксации, и в силу малости λ^2 есть относительно медленное изменение. Ограничиваясь членами $O(\lambda^2)$, получим для ρ_t:

$$\begin{gathered}\frac{\partial \rho_t}{\partial t} = \frac{\lambda}{i\hbar}[G_t, \rho_{-\infty}] + \left(\frac{\lambda}{i\hbar}\right)^2 [G_t, K], \\ K = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \exp(st')\,[G_{t'}, \rho_t].\end{gathered} \tag{16}$$

В предположении об адиабатическом включении взаимодействия мы заменили λ на $\lambda\exp(st)$, и в конечных формулах всегда будем переходить к пределу $s \to 0$.

Матрицу плотности разложим на две части [6]:

$$\rho_t = \tilde{\rho}_t + \rho_t'; \quad \dot{\tilde{\rho}} \approx O(\lambda^2), \quad \rho_t' \approx O(\lambda), \quad \dot{\rho}_t' \approx O(\lambda), \tag{17}$$

где $\widetilde{\rho}_t$ — систематическая часть ρ_t,

$$(gf|\widetilde{\rho}_t|g'f') = (g|\sigma_t|g')\,P_f\delta_{ff'}, \qquad (18)$$

P_f — плотность состояний диссипативной подсистемы.

Для матрицы плотности динамической подсистемы

$$(g|\sigma|g') = \sum_f (gf|\rho|g'f) \qquad (19)$$

после несложных преобразований имеем

$$\frac{\partial\sigma_t}{\partial t} = \left(\frac{\lambda}{i\hbar}\right)^2 Sp_f\left[G_t, \int_{-\infty}^{t} dt' \exp st' [G_{t'}, \rho_t]\right] = \Gamma(\sigma_t) + \Pi(\sigma_t, t), \qquad (20)$$

где $\Gamma(\sigma_t)$ не зависит явно от t и определяется матричными элементами

$$(g|\Gamma|\sigma_t)|g') = \sum_p 2\Gamma^{-p}_{g'+p,g+p}(g+p|\sigma_t|g'+p) - (\Gamma^p_{gg} + \Gamma^p_{g'g'})(g|\sigma_t|g'); \qquad (21)$$

$$\Gamma^p_{gg'} = \pi\sum_{ff_1}(g, f|G|g+p, f_1)(g+p, f_1|G|g', f)P_f\delta(f_1 - f + p).$$

Матричные элементы $(g|\Pi(\sigma_t, t)|g_1)$ имеют вид

$$(g|\Pi(\sigma_t, t)|g_1) = -\Pi^{gg_2}_{g_2g_3}(t)(g_3|\sigma_t|g_1) - (g|\sigma_t|g_2)\Pi^{g_3g_1}_{g_2g_3}(t) + \{\Pi^{g_3g_1}_{gg_2}(t) + $$
$$+ \Pi^{gg_2}_{g_3g_1}(t)\}(g_2|\sigma_t|g_3), \qquad (22)$$

где по дважды встречающимся индексам производится суммирование и введены обозначения

$$\Pi^{gg_1}_{g_2g_3}(t) = P_f(gf|G|g_1g_1)(g_2f_1|G|g_3f)\exp\{i(g - g_1 + f - f_1)t\} \times$$
$$\times \frac{\exp\{i(g_2 - g_3 + f_1 - f)t\}}{s + i(g_2 - g_3 + f_1 - f)}; \quad g - g_1 + f - f_1 \neq 0. \qquad (23)$$

В представлении Шредингера уравнение для σ принимает вид

$$\frac{d}{dt}(g|\sigma|g') + \frac{i}{\hbar}(g|[H^0_1, \sigma]|g') = \left(\frac{\lambda}{i\hbar}\right)^2\{(g|\Gamma(\sigma)|g') + (g|\Pi(\sigma)|g')\}, \qquad (24)$$

где $(g|\Gamma(\sigma)|g')$ определяется из (21) заменой $\sigma_t \to \sigma$, $(g|\Pi(\sigma)|g')$ — заменой $\sigma_t \to \sigma$, $G_t \to G$.

Рассмотрим систему взаимодействующих осцилляторов:

$$H = H_0 + \lambda V_i; \quad H_0 = \sum_j H^0_j; \quad H^0_j = \hbar\omega_j\left(a^+_j a_j + \frac{1}{2}\right); \quad \lambda V_i = \sum_j c_{ij}x_i x_j;$$

$$x_i = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_j m_j}}(a_j + a^+_j).$$

Для данного конкретного примера из (24) получим систему матричных уравнений:

$$\frac{d}{dt}\sigma_{n,n'} = -i\omega_i(n - n')\delta_{n,n'} - \pi\left(\frac{\lambda^2\overline{c^2}g}{4\omega^2_i m_i m_j}\right)\left\{\left(< N_j(\omega_i) + \frac{1}{2}\right) \times\right.$$
$$\times (\sqrt{(n'+1)(n'+2)}\,\sigma_{n,n'+2} - 2\sqrt{n(n'+1)}\,\sigma_{n-1,n'+1} +$$

$$+\sqrt{n(n-1)}\,\sigma_{n-2,n'}+\sqrt{(n+1)(n+2)}\,\sigma_{n+2,n'}-2\sqrt{n'(n+1)}\,\sigma_{n+1,n'-1}+$$

$$+\sqrt{n'(n'-1)}\,\sigma_{n,n'-2})+2<N_j(\omega_i)>((n+n'+1)\,\sigma_{n,n'}-$$

$$-\sqrt{(n+1)(n'+1)}\,\sigma_{n+1,n'+1}-\sqrt{n\cdot n'}\,\sigma_{n-1,n'-1})+(n+n')\,\sigma_{nn'}-$$

$$-2\sqrt{(n+1)(n'+1)}\,\sigma_{n+1,n'+1}+\frac{1}{2}\sqrt{(n'+1)(n'+2)}\,\sigma_{n,n'+2}+$$

$$+\frac{1}{2}\sqrt{(n+1)(n+2)}\,\sigma_{n+2,n'}-\frac{1}{2}\sqrt{n(n-1)}\,\sigma_{n-2,n'}-$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{n'(n'-1)}\,\sigma_{n,n'-2}\Big\}, \tag{25}$$

где $\langle N_j(\omega_i)\rangle = SpP_{N_j}N_j(\omega_i)$, $SpP_{N_j}=1$, $g(\omega_j=\omega_i)$ — плотность осцилляторов в термостате с $\omega_j=\omega_i$, $\bar{c}^2=\langle c_{ij}^2\rangle_{\omega_j=\omega_i}$; n, N_j — квантовые числа i — осциллятора и термостата соответственно.

Уравнение (25) получено в работах Тода [6, 7] несколько иным методом. Уравнение (24) может быть использовано для описания релаксационных процессов. Оно в отличие от уравнения Блоха [3] имеет дополнительный член $\Pi(\sigma)$ того же порядка, что и $\Gamma(\sigma)$. В $\Pi(\sigma)$ учтены недиагональные матричные элемены ρ_1. Скорость диссипации энергии для уравнения (24) определяется выражением

$$\langle\dot{E}\rangle = SpH_1^0(\Gamma(\sigma)+\Pi(\sigma))<0. \tag{26}$$

Соответствующее выражение для уравнения Блоха имеет вид

$$\langle\dot{E}\rangle = SpH_1^0\Gamma(\sigma)<0. \tag{27}$$

Для взаимодействующих осцилляторов (25) и (27) можно записать в операторной форме

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}E_i&=\zeta\left\{\hbar\omega_i\left(<N_j(\omega_i)+\frac{1}{2}\right)-\frac{p_i^2}{m}\right\},\\ \frac{d}{dt}E_i&=\zeta\left\{\hbar\omega_i\left(<N_j(\omega_i)+\frac{1}{2}\right)-E_i\right\},\end{aligned} \tag{28}$$

где $\zeta=\dfrac{\pi\lambda^2\bar{c}^2g}{2\omega_i^2m_im_j}$ — постоянная затухания,

$$p_i=-i\sqrt{\frac{\hbar\omega_i m_i}{2}}\,(a_i-a_i^+).$$

Из выражений (26) и (27) видно, что уравнение (24) и уравнение Блоха описывают релаксационные процессы, различающиеся скоростью и характером диссипации. На основе полученного уравнения (24) взаимодействие электрона с электромагнитным полем излучения можно рассматривать как некоторый вид необратимого квантовомеханического процесса. Роль термостата — диссипативной системы играет поле излучения в свободном пространстве.

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид:

$$H=H_1^0+H_2^0+\lambda G,\quad H_1^0=\sum_n N_nE_n, \tag{29}$$

$$H_2^0=\sum_{\vec{k}\lambda}\omega_{\vec{k}}N_{\lambda\vec{k}},\ N_n=a_n^+a_n,\ N_{\lambda\vec{k}}=C_\lambda^+(\vec{k})\,C_\lambda(\vec{k}),$$

где a_n^+, a_n — операторы рождения и поглощения электрона в состоянии n, $C_\lambda^+(\vec{k})$, $C_\lambda(\vec{k})$ — операторы рождения и поглощения фотона с поляризацией $\lambda = 1, 2$ и импульсом $\vec{k}$,

$$\lambda G = \frac{e}{\sqrt{V}} \sum_{\substack{\vec{k},\lambda \\ \overline{n,n'}}} \int \sum_{jl} a_n^+ \psi_j^+(n, \vec{r}) \frac{e_{\vec{k}\lambda}}{\sqrt{2\omega_{\vec{k}}}} \alpha_{jl},$$

$$(C_\lambda(\vec{k}) \exp i\vec{k}\vec{r} + C_\lambda^+(\vec{k}) \exp - i\vec{k}\vec{r})\, a_{n'} \psi_l(n', \vec{r})\, d\tau, \tag{30}$$

где $e_{\vec{k}\lambda}$ — вектор поляризации фотона, $\psi_j(n_1\vec{r})$ — собственные функции уравнения

$$\sum_l (i\alpha_{jl} grad + U(r)\,\delta_{jl} - m\beta_{jl})\, \psi_l(n_1\vec{r}) = E_n \psi_j(n, \vec{r}),$$

α, β — матрицы Дирака, V — нормировочный объем.

Уравнение для одночастичной матрицы плотности $\sigma_{nn'}$, описывающей состояние электрона в потенциальной яме $U(r)$ с учетом взаимодействия с электромагнитным полем излучения, определяется из (24) следующими матричными элементами:

$$\frac{d}{dt}\sigma_{n,n'} = -i(n-n')\sigma_{n,n'} + \sum_\varepsilon \Gamma_{n,n+\varepsilon}^{n'+\varepsilon,n'} \sigma_{n+\varepsilon,n'+\varepsilon} - \frac{1}{2}\sum_\varepsilon (\Gamma_{n-\varepsilon,n}^{n,n-\varepsilon} + \Gamma_{n'+\varepsilon,n'}^{n',n'+\varepsilon})\sigma_{n,n'} -$$

$$- \frac{1}{2}\sum_{\varepsilon,n_1} \Gamma_{n_1,n_1-\varepsilon}^{n,n_1} \sigma_{n_1-\varepsilon,n'} - \frac{1}{2}\sum_{\varepsilon,n_1} \Gamma_{n'-\varepsilon,n}^{n,n_1} \sigma_{n_1,n'-\varepsilon} -$$

$$- \frac{1}{2}\sum_{\varepsilon,n_1} \Gamma_{n_1,n'}^{n,n-\varepsilon} \sigma_{n-\varepsilon,n_1} + \frac{1}{2}\sum_{\varepsilon,n_1} \Gamma_{n_1-\varepsilon,n'}^{n_1,n_1-\varepsilon} \sigma_{n,n_1}; \tag{31}$$

$$\Gamma_{n_3,n_4}^{n_1,n_2} = 2\pi \sum_{N,N_1} P_N G_{N,N_1}^{n_1,n_2} G_{N_1,N}^{n_3,n_4},$$

P_N — равновесная матрица плотности фотонов, $G_{N,N_1}^{n_1,n_2}$ — матричные элементы оператора взаимодействия.

Для спонтанного излучения электрона, рассматриваемого как некоторый вид необратимого процесса, в дипольном приближении из (31) получим $\Gamma_n = \hbar n\zeta$ — (ширина уровня с квантовыми числами n), где $\zeta = \frac{2e^2\omega^2}{3c^3m}$.

Рассмотрим подробнее вопрос о силе радиационного трения.

Из уравнения (2) для $\langle x\rangle = Sp\sigma x$ получим уравнение [8]:

$$\langle\ddot{x}\rangle = -\frac{1}{m} Sp\left(\alpha^{-1}\frac{\partial U}{\partial x}\alpha\rho_t\right) + Y,$$

$$i\hbar\frac{\partial\alpha}{\partial t} = \left(\frac{p^2}{2m} + U\right)\alpha, \tag{32}$$

$Y = -\frac{\lambda}{m} Sp \frac{\partial G_t}{\partial x_t}\rho_t + \lambda\frac{d}{dt} Sp\frac{\partial G_t}{\partial p_t}\rho_t$ — квантовомеханическое выражение силы радиационного трения.

Для электрона в осцилляторной яме в нерелятивистском случае, используя уравнение (31), в дипольном приближении с точностью до $O(\lambda^2)$ имеем:

$$Y \approx \frac{\gamma}{m} \langle \dddot{x} \rangle, \ \gamma = \frac{2e^2}{3c^3}. \tag{33}$$

Тогда уравнение (32) приобретает вид, соответствующий классическому уравнению движения с затуханием

$$m \langle \ddot{x} \rangle = -m\omega^2 \langle x \rangle + \frac{2e^2}{3c^3} \langle \dddot{x} \rangle. \tag{34}$$

Таким образом, квантовомеханический формализм необратимых процессов содержит затухание столь же полно, как и классическая теория затухания. Остается интересным выяснить вопрос о связи уравнения с затуханием полученного на основе квантовой теории необратимых процессов, с теорией затухания Гайтлера—Вильсона—Соколова (см., например, [9]).

Следует заметить, что теория, развиваемая в работах [10] для систем с затуханием, не имеет ничего общего с истинной теорией затухания, а представляет собой теорию движения частицы с массой, экспоненциально растущей со временем.

В заключение выражаю благодарность Ю. М. Широкову за полезную дискуссию и интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Prigogine I., Ono S. Physica, **25**, 171, 1959.
2. Prigogine I., Balescu R. Physica, **25**, 281, 1959; **26**, 145, 1960.
3. Bloch F. Phys. Rev., **102**, 104, 1956; **105**, 1206, 1957.
4. Галицкий В. М., Мигдал А. Б. ЖЭТФ, **34**, 139, 1958.
5. Namiki M. Prog. Theor. Phys., **23**, 629, 1960.
6. Toda M. J. Phys. Soc. Japan, **13**, 1266, 1958.
7. Rotera T., Toda M. J. Phys. Soc. Japan, **14**, 1478, 1959.
8. Prigogine I., Toda M. J. Mol. Phys., **1**, 48, 1958.
9. Соколов А. А. Введение в квантовую электродинамику. Физматгиз, М., 1958.
10. Kerner E., Canad J. Phys., **36**, 371, 1958; Stevens K. W. H. Proc. Phys. Soc., **72**, 1027, 1958.

Поступила в редакцию
1. 4 1963 г.

НИИЯФ