Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1964

В. Д. КУЗЬМИНЫХ, Н. И. КОЖЕВНИКОВ

К ВОПРОСУ О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ИСТОЧНИКА ФАКЕЛА

Рассмотрено влияние ошибок наблюдений контраста факел—фотосфера на точность определения функции источника факела. Наблюдаемые расхождения в величинах температур факелов, приводимых различными авторами, частично объясняются ошибками наблюдений.

При построении функции источника факела по данным наблюдений результаты, полученные исследователями [1, 2, 3, 4], сильно разнятся между собой. Сказывается как различие наблюденных величин контраста факел — фотосфера, так и метод построения функции источника. Кроме того, существуют ошибки в измерении контраста факел—фотосфера. Рассмотрению влияния этих ошибок и посвящена данная работа.

Мы предполагаем дать только качественное решение задачи, а поэтому введем ряд упрощающих предположений. Функцию источника фотосферы будем описывать соотношением

$$B_{\odot}(\tau)=\sqrt{\tau}, \qquad (1)$$

где τ — оптическая глубина.

Большинство авторов [1, 3, 4] полагает, что в своих верхних частях (при малых τ, $0<\tau<1{,}0$) факел горячее фотосферы, в нижних частях (большие величины τ, $1{,}0<\tau<5{,}0$) — холоднее фотосферы. Поэтому функцию источника $B_f(\tau)$ факела представим качественным образом в следующем виде:

$$B_f(\tau)=\sqrt{\tau}+\delta(\tau), \quad \delta(\tau)=\begin{cases} a, & \tau_1<\tau<\tau_2 \\ -b, & \tau_3<\tau<\tau_4 \end{cases}, \qquad (2)$$

где a и b — некоторые постоянные. В (1) и (2) функция источника $B(\tau)$ выражена в единицах ее значения при $\tau=1$. По известным формулам (см., например, [6]) с помощью (1) и (2) получаем следующее выражение для наблюденной интенсивности $I_f(\mu)$ факела на солнечном диске:

$$I_f(\mu)=\sqrt{0{,}785\mu}+a\left(e^{-\tau_1(\mu)}-e^{-\tau_2(\mu)}\right)-b\left(e^{-\tau_3(\mu)}-e^{-\tau_4(\mu)}\right), \qquad (3)$$

где $\mu=\cos\theta$.

Измерения интенсивности факела производятся с определенной точностью, т. е. если $I_f(\mu)_{\text{ист}}$ есть точное значение величины $I_f(\mu)$, а $I_f(\mu)_{\text{изм}}$ есть измеренное значение величины $I_f(\mu)$, то

$$\frac{I_f(\mu)_{\text{изм}}}{I_f(\mu)_{\text{ист}}} = 1 \pm \alpha, \tag{4}$$

где α — величина неточности измерения, выраженная в долях $I_f(\mu)$. Соответственно этому небольшие изменения (вариации) величин a и b (см. (3)), не выводящие вычисленную интенсивность $I_f(\mu)_{\text{выч}}$ факела за пределы величины $I_f(\mu)_{\text{ист}}$ $(1 \pm \alpha)$, представляют собой неточность определения функции источника $B_f(\tau)$, возникающую из-за неточности определения $I_f(\mu)_{\text{изм}}$. Обозначая вариации a и b через δa и δb, получаем

$$\frac{I_f(\mu)_{\text{изм}}}{I_f(\mu)_{\text{ист}}} = \frac{\sqrt{0,785\mu} + (a+\delta a)(e^{-\tau_1|\mu} - e^{-\tau_2|\mu}(-(b+\delta b)(e^{-\tau_3|\mu} - e^{-\tau_4|\mu})}{\sqrt{0,785} + a(e^{-\tau_1|\mu} - e^{-\tau_2|\mu}) - b(e^{-\tau_3|\mu} - e^{-\tau_4|\mu})} = 1 \pm \alpha.$$

Отсюда

$$\alpha = \frac{\delta a(e^{-\tau_1|\mu} - e^{-\tau_2|\mu}) - \delta b(e^{-\tau_3|\mu} - e^{-\tau_4|\mu})}{\sqrt{0,785\mu} + a(e^{-\tau_1|\mu} - e^{-\tau_2|\mu}(-b(e^{-\tau_3|\mu} - e^{-\tau_4|\mu})} . \tag{5}$$

Величина $\delta(\tau)$ невелика по сравнению с $\sqrt{\tau}$ (согласно [1, 3, 4] $\delta(\tau) \sim (0,005 \div 0,2\ B(\tau))$. Поэтому в первом приближении вторым и третьим слагаемым в знаменателе формулы (5) мы можем пренебречь. Тогда окончательно получаем

$$\left| \frac{\delta a(e^{-\tau_1|\mu} - e^{-\tau_2|\mu}) - \delta b(e^{-\tau_3|\mu} - e^{-\tau_4|\mu})}{\sqrt{0,785\mu}} \right| \leqslant \alpha. \tag{6}$$

Знак модуля и знак неравенства в (6) мы поставили, чтобы подчеркнуть, что величины вариации δa и δb в (6) удовлетворяют условию точности измерений $I_f(\mu)_{\text{изм}}$.

Рассмотрим соотношение, которому должно удовлетворять δb. Мы определяем наименьшие пределы, за которые не должна уходить величина δb, поэтому δa в (6) можно опустить, это только усилит неравенство. Тогда для δb получаем

$$\delta b \leqslant \frac{\alpha\sqrt{0,785}}{e^{-\tau_3|\mu} - e^{-\tau_4|\mu}} . \tag{7}$$

Большинство исследователей считает величину $(\tau_3 - \tau_4)$ порядка 2—3 единиц или больше. Поэтому слагаемое $e^{-\tau_4/\mu}$ можно опустить. Окончательно получаем

$$\delta b \leqslant \frac{\alpha\sqrt{0,785\mu}}{e^{-\tau_3|\mu}} . \tag{8}$$

Аналогичную формулу можно получить для δa. Формула (8) показывает, на какую величину следует изменить a и b, чтобы результаты вычислений $I_f(\mu)_{\text{выч}}$ с помощью соответствующей функции источника не выходили за пределы, обусловленные точностью измерения $I_f(\mu)_{\text{изм}}$.

Приведем в качестве иллюстрации результаты расчета верхних границ величин вариаций δa и δb при построении функции источника. Так как δb увеличивается с уменьшением μ, то расчет проведен для $\mu = 0,8$. Для этого значения μ определение контраста факел—фотосфера производится достаточно уверенно, что нельзя сказать об определениях $I_f(\mu)$ при $\mu \approx 1$.

Величина α зависит от методики измерения $I_f(\mu)_{\text{изм}}$. Так, по данным [4, 7], при фотографических определениях величина $\alpha \approx 0{,}02$—$0{,}03$; при фотоэлектрических $\alpha \approx 0{,}005$—$0{,}01$. Результаты расчетов δa и δb приведены в табл. 1; $\tau_з$ есть верхняя (ближайшая к границе фотосферы) граница «горячей» или «холодной» областей факела, δa и δb выражены в единицах величины функции источника при $\tau = 1$. Расчет проведен для значений 0,02 и 0,05.

Результаты расчетов δT приведены в табл. 2 при тех же, что и в табл. 1, значениях α и для λ 8855 Å, взятых из [8]. Величины $\tau = 0{,}2 \div 0{,}6$ соответствуют области, где факел горячее фотосферы, величины $\tau = 0{,}8 \div 2{,}0$ соответствуют области, в которой факел холоднее

Таблица 1

	$\tau_з$	δa, δb
$\alpha = 0{,}02$	0,2	0,02
	0,4	0,026
	0,6	0,03
	0,8	0,04
	1,0	0,05
	1,5	0,11
	2,0	0,20
	2,5	0,36
$\alpha = 0{,}05$	0,2	0,05
	0,4	0,065
	0,6	0,085
	0,8	0,11
	1,0	0,135
	1,5	0,265
	2,0	0,50
	2,5	0,90

Таблица 2

	$\tau_з$	δT
$\alpha = 0{,}02$	0,2	42
	0,4	56
	0,6	87
	0,8	102
	1,0	183
	1,5	300
	2,0	513
	2,5	900
$\alpha = 0{,}05$	0,2	152
	0,4	163
	0,6	207
	0,8	263
	1,0	359
	1,5	660
	2,0	1200

фотосферы. Величина δT указывает неопределенность в значении величины вычисленной температуры факела, возникающую из-за неточности измерений контраста интенсивности $I_f(\mu)_{\text{изм}}$ факела. Величины δT вычислены при условии, что соответствующая $B(\tau)$ такова, что $I_f(\mu)_{\text{выч}} \leqslant I_f(\mu)_{\text{ист}}\,(1 \pm \alpha)$.

Из табл. 2 видно, что для области $\tau = 0{,}2 \div 0{,}8$ величины δT (для $\alpha = 0{,}02$) составляют 50—70°. Для бóльших оптических глубин величина $\delta T = 150 \div 200°$. Подобные расхождения следует считать нормальными, так как они обусловлены точностью наблюдений. Так, по данным [3] и [5], расхождение в величинах температурных избытков в области перегрева факелов составляет 60°, а в «холодной» области — 100°, что достаточно близко к данным табл. 2 (для $\alpha = 0{,}02$). В [3] и [5] исследования контраста факел—фотосфера велись фотографическим методом. Данные наблюдения в [7] контраста факел—фотосфера в области λ 5100 Å примерно на 0,05 больше тех же данных [3, 5]. Это соответствует увеличению температурного избытка на 150—200° (см. табл. 2). Используя результаты [4] вычисления распределения температуры в факелах (основанные на [7]), приходим к выводу, что расхождение в величинах температурных избытков, приводимых различными авторами [3, 5, 7], составляет 50—100°. Эта величина находится в пределах, указанных в табл. 2 для фотографических наблюдений (α=0,02).

В заключение сделаем некоторые выводы.

Оценки δT, приводимые в табл. 2, достаточно близки к реально наблюдающимся расхождениям в величинах температур факелов, приводимых различными авторами. Следовательно, предлагаемый метод оценки дает правильный порядок величины δT.

При построении модели факела (одним и тем же методом) по наблюдениям контраста факел—фотосфера в ряде длин волн возможны различия между моделями, полученными для разных λ. Частично эти различия обусловлены конечной точностью наблюдений. При этом расхождения, лежащие в пределах, указанных в табл. 2 (для соответствующих значений α), следует считать закономерными. Так, для фотоэлектрических наблюдений (α=0,005—0,01) нормальными следует считать расхождения в величинах T в «горячей» области факела порядка 30—50°; в «холодной» области — 70—120°.

ЛИТЕРАТУРА

1. Reichel M. Zs. f. Aph., **33**, 79, 1953.
2. Rogerson I. B. Aph. J., **134**, No. 2, 331, 1961.
3. Лившиц М. А. «Астрономический журнал», **40**, 38, 1963.
4. Кузьминых В. Д. Сообщения ГАИШ, № 133, 1964.
5. Richardson R. S. Aph. J., **78**, 359, 1933; PASP, **45**, 195, 1933.
6. Амбарцумян В. А., Мустель Э. Р., Северный А. Б., Соболев В. В. Теоретическая астрофизика. ГИТТЛ, М., 1952.
7. Кузьминых В. Д. «Астрономический журнал», **39**, 965, 1962.
8. Кожевников Н. И., Кузьминых В. Д. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 1, 1964.

Поступила в редакцию
27. 4 1963 г.

Кафедра
небесной механики
и гравиметрии