

В. С. ПОТАПКИН

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АННИГИЛЯЦИИ ДЛЯ ПРИВЕДЕНИЯ В ДВИЖЕНИЕ ФОТОННЫХ РАКЕТ

Рассматривается механизм реакции $p - \bar{p}$. Показывается необходимость и возможность использования этой реакции в двигателях ракет. Обсуждается проблема фокусировки возникающего пучка при помощи электрического и магнитного полей.

§ 1

Для достижения отдаленных областей Вселенной человеку придется, по-видимому, использовать релятивистские ракеты. В связи с этим возникает проблема выбора топлива для получения требуемой скорости, направленности реактивной струи (проблема зеркала), взаимодействия с космической средой, гравитационных эффектов и т. д. В настоящей статье мы остановимся на первых двух вопросах.

Движение ракеты будем описывать формулой, полученной К. П. Станюковичем [2]:

$$\left(\frac{m_0}{m}\right)^{\frac{v}{c}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{u}{c}}{1 - \frac{u}{c}}}, \quad (1)$$

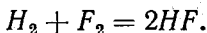
где v — скорость истечения газов из сопла, u — скорость ракеты относительно внешнего наблюдателя, m_0 — полная начальная масса ракеты при $u = 0$.

Для простоты будем рассматривать адиабатическую ракету, т. е. ракету, у которой вылетающая струя горючего содержит в себе всю энергию, выделившуюся в результате реакции. Фотонная ракета является предельным случаем адиабатической. Для адиабатической ракеты Е. Зенгер [1] получил следующее соотношение:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{2\varepsilon\eta - \varepsilon^2\eta^2}, \quad (2)$$

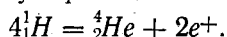
где $\eta \sim 1$, ε — энергетический выход реакции, т. е. дефект массы.

Рассмотрим химическую реакцию



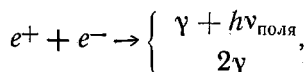
Здесь энергетический выход $\epsilon \sim 3 \cdot 10^{-10}$, скорость струи, в силу (2), — $v = 2,5 \cdot 10^{-5}$ с. Из (1) следует, что для достижения $u = 0,9$ с отношение полезной массы к массе топлива должно быть $m/m_0 = 10^{-5}$, что абсолютно нереально.

Рассмотрим термоядерную реакцию



Здесь $\epsilon \sim 8 \cdot 10^3$, скорость $v = \frac{1}{8}$ с. Из (1) для достижения $u = 0,9$ с соотношение масс $m/m_0 = 10^{-5}$, что также нереально.

Для реакции аннигиляции, когда $v = c$, отношение масс разумно: $m/m_0 = 0,23$. Стало быть, о релятивистской ракете можно говорить тогда, когда она является фотонной, т. е. аннигиляционной. Известны реакции аннигиляции лептонов и барионов. Первая из них:



т. е. универсальна для наших целей.

Однако ее энергетический выход в 4000 раз меньше, чем при аннигиляции пары $p - \bar{p}$, так как $m_e \approx \frac{m_p}{2000}$. Энергии, затрачиваемые на современных установках для получения одного e^+ и \bar{p} , приблизительно одного порядка, несмотря на то, что пороги и вероятности рождения для e^+ и p существенно различаются. К тому же для второй реакции вместо p можно использовать водород. Значительной плотности относительно статических электронов, необходимых в первой реакции, не получено. Хранение одинаковой массы из электронов и протонов — задачи, также различные по трудности, так как заряд в первом случае в $2 \cdot 10^3$ раза больше, а следовательно, больше и гидродинамическое давление электрического поля на стенки сосуда. Последний можно себе представить как магнитно-полевое образование, сдерживающее своим давлением натиск частиц, стремящихся разлететься вследствие кулоновского расталкивания. Известно, что протоны межзвездной среды составляют 90% всей межзвездной материи. Их можно использовать в прямоточном двигателе в качестве второго компонента топлива. При больших скоростях полета они в значительной степени отдавали бы свою энергию ракете. Вывод Зенгера о том, что прямоточный двигатель не даст вклада в тягу, устарел. В статье не рассматривается прямоточный двигатель, однако всегда учитывается возможность его построения.

Возможна и реакция $n - \bar{n}$. Но она непригодна хотя бы потому, что время жизни нейтрона порядка 10^3 сек. Стало быть, запасы n и \bar{n} на ракете превратятся в p и \bar{p} с выходом e^+ и $\nu, \bar{\nu}$, т. е. мы будем иметь дело с теми же p и \bar{p} .

§ 2

Прежде чем превратиться в излучение, пара нуклон — антинуклон может распасться на π -мезоны. Модель Ферми [3] качественно хорошо описывает процесс $p - \bar{p}$ столкновений, но эта модель не пригодна для аннигиляции. Попытки применить гидродинамическую модель не дали хороших результатов, однако от формализма, развитого Ферми, не следует отказываться ввиду его наглядности. Очень удобно использовать параметр Ω — объем взаимодействия.

Более удовлетворительные данные получил Я. А. Померанчук для реакции $p - \bar{p}$. Померанчук [4] получил модифицированное выражение для Ω и для вероятности рождения частиц. Известно, что число рождающихся мезонов π^\pm, π^0 одинаково, а относительный вес рождающихся нуклонов не велик. Тогда в силу теоремы Я. А. Померанчука [5] этот результат можно применять и для $p - \bar{p}$. Согласно этой теореме поперечники сечения реакции рассеяния различных частиц при увеличении их энергии будут стремиться к одной величине, и множественность будет одинаковой как для реакции $p - p$, так и для случая $p - \bar{p}$.

Рассмотрим поведение реакций в случае больших и малых энергий. Эти случаи будут соответствовать начальным и конечным скоростям ракеты.

Очень подробно $p - \bar{p}$ реакция рассматривалась в работах [6—9, 11—13, 16]. Практически там был разобран вопрос об угловом распределении и корреляции π -мезонов, возникающих после реакции. Оказалось, что продукты рассеяния будут лететь в основном в одном направлении. Таким образом будет увеличиваться поток направленного и уменьшаться поток диффузного излучения, которое (см. [1]) не дает вклада в тягу.

Используя работу [5], Вентцель и Солмитц в [6, 7] показали, что при больших энергиях растет доля упругого рассеяния. В [6] подсчитано поперечное сечение этого процесса, измерено угловое распределение нуклонов. Солмитц проделал эксперименты при $E = 1,6 \frac{Bev}{c}$. Для объяснения их результатов он предложил существование ρ_0 -мезона, распадающегося:

$$\rho_0 \rightarrow \begin{cases} \pi_0 + \gamma \\ 2\pi_0 + \gamma. \end{cases}$$

Соотношение различных распадов при этом таково:
для двухзвездных реакций

$$\bar{p} + p \rightarrow \begin{cases} \pi^+ + \pi^- + 2\pi^0 & 1200 \text{ случаев (30\%)} \\ \pi^+ + \pi^- + 3\pi^0 & 1000 \text{ »} \\ K^\pm + \pi^\pm + K^0 & 200 \text{ »} \\ K^\pm + \pi^\mp + K^0 + \pi^0 & 300 \text{ »} \end{cases}$$

для четырехзвездных реакций

$$\bar{p} + p \rightarrow \begin{cases} 2\pi^+ + 2\pi^- & 1000 \text{ случаев} \\ 2\pi^+ + 2\pi^- + \pi^0 & 3000 \text{ »} \\ 2\pi^+ + 2\pi^- + 2\pi^0 & 1500 \text{ »} \end{cases}$$

Выделялось около 8% K -мезонов. Отношение поперечника аннигиляционного рассеяния к упругому 51 к 5.

Леви [9] показал, что при больших энергиях отношение чистой аннигиляции к множественному рождению 1:2. Такой вывод легко сделать, если сравнить опыт с теоремой Померанчука. Предполагаемого равенства поперечников рассеяния пар $p - \bar{p}$ и $p - p$ не наступает, что можно объяснить только наличием диссипативного члена чистой аннигиляции

$$\frac{\sigma_{\bar{p}-p}}{\sigma_{p-p}} = 1,52, \text{ откуда } \frac{\sigma_\pi}{\sigma_\gamma} = \frac{2}{1}. \quad (3)$$

Важно точно знать радиус неупругости, чтобы учесть, какая часть газа прореагирует в сопле ракеты и какую плотность антивещества надо подавать в область реакции. Используя теорему максимумов и учитывая лишь существенные S -состояния, получим выражение для радиуса. Он равен $R = 1,5 \cdot 10^{-13}$ см при экспериментальном $1,43 \cdot 10^{-13}$ см, такой же результат получен в [10].

Прежде чем превратиться в мезоны, пара $p-\bar{p}$ будет некоторое время существовать в виде связанной дейтоноподобной системы. Если время жизни такого дейтона недостаточно мало, то при учете лоренцевского сокращения времени на ракете его может вполне хватить, чтобы нейтральный, а следовательно, неуправляемый дейтон пролетел значительное расстояние. Это сказалось бы на фокусировке пучка.

Согласно [10] время жизни дается соотношением

$$\tau = \frac{3V_0}{4(\sigma_{\pi}V_{12})_{V_{12} \rightarrow 0}}, \quad (4)$$

где σ_{π} — поперечное сечение; V_{12} — относительная скорость p и \bar{p} ; V_0 — объем связанной системы. Для реакции $p + \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^-$

$$(\sigma_{\pi}V_{12})_{V_{12} \rightarrow 0} = \pi \left(\frac{f^2}{M_{\text{нукл}}} \right)^2 \left(\frac{M_{\text{нукл}}}{\mu_{\text{мез}}} \right)^4. \quad (5)$$

Константа f была измерена экспериментально: $f^2 = 0,64$. Время жизни такого дейтона $\tau = 10^{-86}$ сек. Эта величина практически равна нулю по сравнению с характерным ядерным временем. По всей видимости, система протон — антипротон не может существовать в виде дейтона, а сразу превращается в мезонные облака, из которых потом начинается разлет мезонов. Угол разлета пары мезонов при этом в с.д.и. равен 180° .

Из-за количественного несогласия выводов всех прежних теорий с экспериментом на последней конференции CERN был развит новый подход. Хагедорн [11] показал, что в квазиклассическом случае статистическая модель даст хорошее согласие с экспериментом, если пренебречь некоммутативностью \hat{p} и \hat{L} . Такое пренебрежение вполне допустимо при малых энергиях; при высоких энергиях будет верна модель Померанчука с несколько измененным объемом Ω . Под знак интеграла, определяющего вероятность, можно ввести еще одну δ -функцию, выражающую сохранение момента, что сделал Эриксон [12]. Переходя к фазовому объему, интегрируя по импульсу, Хагедорн получил рабочее выражение

$$\rho(F) = \prod_i \Omega^{n_i} g(E, \eta_1 \dots) \rho(E, m, \dots, m_n; \bar{p} = 0) f(S \dots T), \quad (6)$$

где ρ — фазовое пространство всех частиц с общим импульсом, равным нулю, g определяет обычные лоренцевские сокращения, а произведение объемов лучше представить, как хвост S -матрицы, не содержащий информации о механизме столкновений, что же касается объема Ω , то он просто определяет размерность пространства при нормировке на энергию. Численные выражения были получены из следующих предпосылок: принято резонансное состояние $\pi-\pi$ с $m^* = 4m_{\pi}$, естественный объем столкновений $\Omega = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{1}{m_{\pi}} \right)$. Приводимая таблица хорошо иллюстрирует сказанное.

Реакция $p - \bar{p}$ в покое

События	Теория	Эксперимент
2 луча	43,15%	40%
4 луча	51,5%	50%
6 лучей	2,1%	4,4%
Среднее число лучей	3,1	$3,06 \pm 0,08$
Среднее число нейтральных частиц	1,55	$1,60 \pm 0,50$
Средняя множественность	4,65	$4,66 \pm 0,50$
Среднее число К-пар	0,05	0,04
Средняя кинетическая энергия	399 Мэв	390 ± 20 Мэв
Средняя энергия в событиях с 2 лучами	472 Мэв	424 Мэв
» » » 4 лучами	372 Мэв	378 Мэв
» » » 6 лучами	310 Мэв	310 Мэв

Как видим, при покое нет случаев чистой аннигиляции, в этом случае $\Omega = \infty$. Средняя множественность $\langle n_{\pi} \rangle = 3,78$ с учетом сохранения \hat{L} и $\langle n_{\pi} \rangle = 3,4$ без такого учета.

В рамках статистической теории аннигиляцию нуклонов можно считать объясненной; представляется, однако, несколько необычным введение «лишней» δ -функции. Тем не менее этот метод дает требуемую анизотропию распределения, нужную множественность (5, а не 3), требуемый экспериментом вклад π^0 -мезонов, наконец, отсутствие фотонов при столкновениях частиц малых энергий. По известным энергиям и массам мезонов легко получить дефект массы реакции, а следовательно, скорость реактивной струи. Она оказалась равной $0,95C$, $0,93C$ для трех- и пятимезонного распада. Однако скорость струи будет возрастать, так как π^{\pm} -мезоны начнут распадаться на μ -мезоны с энергетическим выходом $0,23$, а последние в свою очередь начнут распадаться на высокоэнергетичные лептоны. Скорость струи повысится до $0,999C$. Заряженные мезоны и лептоны передадут свой импульс ракете через посредство электромагнитных связей, что касается конечных продуктов реакции (фотонов и нейтрино), то они не будут давать вклада в тягу. У конечных продуктов реакции нет никакого механизма взаимодействия с ракетой, если не считать слабой гравитационной связи, которая, кстати, будет тормозить ракету. Теперь возникает возможность определить размеры сопла как длину пути, пройденного заряженными частицами за время их жизни. Величина эта оказывается равной 10^5 см, однако не следует представлять себе, что такова длина ее металлических конструкций. Скорее всего большая часть ракеты должна представлять собой поле сопловидной конфигурации.

Для наших целей важны не только экспериментальные результаты, рассмотренные в этом параграфе, но и теоретические предсказания, без которых нельзя осмыслить эксперимент. Так, возможно, что ρ_0 -мезон, обладая временем жизни $\tau \sim 10^{-10}$ сек и нулевым зарядом, может существенно изменить условия отражения пучка продуктов реакции. Предсказания поведения реакции при больших энергиях важны для ультрарелятивистских скоростей полета при использовании прямоточного двигателя.

§ 3

Принципиально разобравшись в механизме реакции аннигиляции, можно представить себе конкретную схему использования этой реакции для приведения ракеты в движение. При этом заряженные и ней-

тральные частицы будем рассматривать отдельно. Вопрос фокусировки нейтральных частиц очень сложен, и мы ограничимся только общими замечаниями. Возможность фокусировки заряженных мезонов будет рассмотрена подробнее. На деталях устройства возможного двигателя мы не остановимся. Подробнее см. дипломную работу Потапкина В. С., МГУ, 1963 г.

Как уже было сказано, нейтральные частицы, не обладая механизмом взаимодействия с ракетой, не дадут вклада в тягу. Однако это верно только для конечных нейтралов реакции. Фотоны, образовавшиеся при чистой аннигиляции $p-p$ при распаде π^0 -мезонов, и, наконец, сами π^0 -мезоны будут рассеиваться друг на друге и на заряженных частицах, передавая им свой импульс. При последовательных столкновениях импульс вперед может значительно увеличиться.

На стенки сопла все же могут попадать фотоны, возникшие при распаде π^0 -мезонов. Если пересчитать энергию π^0 -мезона на длину волны образовавшегося фотона, то получится $\chi \sim 10^3 \text{ \AA}$. Такое жесткое излучение разрушит стенки сопла из обычных материалов. Их, по-видимому, целесообразно выполнить из тяжелой металлической плазмы в сильном магнитном поле. Ядра тяжелых элементов возбуждались бы γ -лучами и испускали γ -квант отдачи в определенном направлении, будучи поляризованными в магнитном поле. Вторичное излучение, вырабатываемое таким теоретически возможным «лазером», уже вносило бы вклад в суммарную тягу, имея полевую связь с ракетой через ионы плазмы.

Заряженные частицы в отличие от нейтральных можно фокусировать активно, используя электрическое и магнитное поля. Величины полей были оценены К. П. Станюковичем [14]. Так, магнитное поле равно 10^5 эрст, что достижимо современными методами. Величина эта будет, возможно, еще меньше, если учесть особенности при распределении продуктов реакции (см. [15]).

Корреляция $p-\pi$ для реакций

$$p + \bar{p} \rightarrow \begin{cases} 2\pi^+ + 2\pi^- \\ 2\pi^+ + \pi^0 + 2\pi^-, \end{cases}$$

т. е. наиболее типичных при небольших энергиях сталкивающихся частиц, дается следующими соотношениями:

$$\frac{\widehat{p\pi^-}}{\widehat{p\pi^+}} = \frac{1 + (0,25 \pm 0,08) \cos \theta + (0,415 \pm 0,12) \cos^2 \theta}{1 - (0,25 \pm 0,08) \cos \theta - (0,415 \pm 0,12) \cos^2 \theta}.$$

Углы отсчитываются от первоначального направления антипротона, единица соответствует изотропному распределению, косинусы дают анизотропию двух порядков, формулы написаны для системы центра масс. Нас, естественно, интересует распределение плотности потока по углам в лабораторной системе. Методика перехода подробно разобрана Гольданским [16].

После громоздких выкладок можно получить такое выражение:

$$N(\theta) = \exp(-\alpha\theta_1) \cos \theta_1 + \exp(-\alpha'\theta_2) \cos^2 \theta_2 \quad (7)$$

для одной плоскости симметрии ракеты. Фактически мы будем иметь конусообразное распределение мезонов, причем один более плотный конус (θ_1) будет вложен в больший (θ_2) — менее плотный. Величины α и α' зависят от плотности поступающих антипротонов. Углы θ сильно

зависят от энергии частиц, так что конусы сужаются при увеличении энергии частиц. Между траекториями p и \bar{p} будет некоторый угол, а потому ось конусов будет наклонена в сторону стенок или оси ракеты в зависимости от знака мезона. Эта направленность даже выгодна, так как возникающие π^0 -мезоны летят где-то внутри таких конусов, а поэтому в основном будут улавливаться на ракете. Через посредство столкновений они будут давать полезный импульс.

§ 4

Теперь остановимся на проблеме фокусировки заряженных мезонов. Очевидно, задачу можно сформулировать так: по данной траектории заряженной частицы следует построить поле, которым эту траекторию можно получить, если известна начальная скорость частицы, ее заряд, масса и ориентация ее импульса по отношению к выделенному направлению. Траектории мы строим так, чтобы мезоны летели вдоль продольной оси ракеты, которую в дальнейшем назовем осью x . Воспользуемся методом Гринберга [17].

Для полного задания поля в пространственном случае достаточно задать две траектории и какой-нибудь параметр, характеризующий третью. Надо построить такой комбинированный потенциал поля, чтобы траектории, выходящие из одной точки, потом опять пересеклись бы в другой точке (фокусе). В дальнейшем они бы не расходились: на них подфокусирующе действовало бы их собственное поле тока, а также кулоновское поле после встречи мезонов разных знаков.

Помимо оси x выделим еще оси y и z , перпендикулярные ей. Оси y, z равноправные — мы будем считать ракету аксиально симметричной, что вполне естественно, так как, в частности, асимметрия может вредно коснуться при гравитационном и электромагнитном взаимодействии с космическим фоном. Антипротоны поэтому будут инжектироваться по всей окружности сопла равномерно, под возможно меньшим углом к оси x , а протоны будут поступать из начала ракеты. Такой выбор позволит в дальнейшем перейти к прямоточному двигателю. Из формул (6) и (7) видно, что при подобном расположении реагентов возникающие π^- -мезоны будут ориентированы в сторону оси x , а π^+ -мезоны в сторону стенок сопла. Это сразу позволяет сделать вывод, что электрическое поле должно быть положительным по знаку и распространяться на небольшое расстояние внутрь сопла. Магнитное поле также аксиально симметрично и тоже спадает к оси x (чтобы мезоны не проскочили ее по инерции).

В качестве основной траектории пучка выберем самую ось x . Это будет траектория самого выгодного летящего π^- -мезона. В силу малости углов θ_1 и θ_2 в (7) пучок будет параксиальным. В общем виде запишем уравнение траектории в виде $r=r(S)$, где S — длина дуги, отсчитываемая от места образования мезонов (точки A) до некоторой точки (O). Обозначим через $\xi_1\xi_2\xi_3$ направления ортов касательной, главной нормали и бинормали в любой точке траектории. Произвольную точку O этой траектории примем за начало локальной системы координат xuz с ортами i_x, i_y, i_z , совпадающими с $\xi_1\xi_2\xi_3$ в O .

Фактически наша задача будет рассматриваться в одной плоскости симметрии, несимметричной она станет в районе оси x , где как бы будут взаимодействовать различные плоскости, но в последнем случае фокусировка станет излишней. Для плоских задач нам достаточно задать две траектории для полного определения поля (см. [17]). Зада-

дим вторую траекторию в виде $\rho = \rho(S)$, где ρ — расстояние от точки O до второй траектории. Очевидно, вектор ρ лежит в нормальной плоскости к траектории, ненулевыми у него будут два компонента в разложении по введенному натуральному трехграннику

$$\bar{\rho} = \rho_2 \bar{e}_2 + \rho_3 \bar{e}_3. \quad (8)$$

Для начала будет удобно рассмотреть только электрическое поле, затем введем магнитное, которое, не меняя действие электрического, будет улучшать фокусировку. В [18] получены релятивистские уравнения, связывающие распределение электростатического потенциала вдоль траектории с характером пучка

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left(\rho_2 \frac{d\varphi}{ds} \right) - \frac{\rho_3}{\tau} \frac{d\varphi}{ds} + \varphi \left(1 - \frac{m_0^2 c^4}{e^2 \varphi^2} \right) \left\{ \rho_2'' - \frac{2\rho_3'}{\tau} + \frac{\rho_3 \tau'}{\tau^2} + \right. \\ \left. + \rho_2 \left[\frac{1}{\rho^2} \left(1 + \frac{m_0^2 c^4}{e^2 \varphi^2} \right) - \frac{1}{\tau^2} \right] \right\} + \mu \rho_2 - \nu \rho_3 = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\left(\rho_3' + \frac{\rho_3}{\tau} \right) \frac{d\varphi}{ds} + \varphi \left[1 - \frac{m_0^2 c^4}{e^2 \varphi^2} \right] \left\{ \rho_3'' - \frac{\rho_3}{\tau^2} + \frac{2\rho_2'}{\tau} - \frac{\rho_2 \tau'}{\tau^2} \right\} - \nu \rho_2 - \mu \rho_3 = 0.$$

Здесь $\nu = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}$; $\mu = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$ довольно произвольны, их можно уточнять для нашей физической задачи. В рассматриваемом плоском случае $\nu = 0$; $\frac{1}{\tau} = 0$, а так как основная траектория совпадает с осью x , то $\rho_2 = \rho_3$; значение φ на основной траектории постоянно. Уравнения примут вид

$$\begin{aligned} \rho'' \varphi \left(1 - \frac{\alpha}{\varphi^2} \right) + \rho \left[\frac{\varphi}{\rho^2} \left(1 - \frac{\alpha^2}{\varphi^4} \right) + \mu \right] = 0, \\ \rho' \varphi \left(1 - \frac{\alpha}{\varphi^2} \right) - \rho \mu = 0, \quad \alpha = \frac{m_0^2 c^4}{e^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Найдем значение параметра μ :

$$\mu = \frac{\varphi}{2\rho^2} \left(\frac{\alpha^2}{\varphi^4} - 1 \right).$$

В данном случае $\mu = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \rho^2} = \varphi''$, тогда

$$\varphi'' = \frac{\varphi}{2\rho^2} \left(\frac{\alpha^2}{\varphi^4} - 1 \right). \quad (11)$$

Решение (11) при заданных граничных условиях будет определять потенциал на второй траектории. Если мы рассмотрим симметричную ей траекторию, также исходящую из точки A и фокусирующуюся в точке B , то получим замкнутый контур.

Потенциал в нем определится соотношением

$$\varphi = \frac{1}{4\pi} \int_{(f)} \left\{ \varphi \frac{\partial \left(\frac{1}{R} \right)}{\partial n} - \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right\} df, \quad (12)$$

причем (см. [17])

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\varphi}{\rho} \left[1 - \frac{\alpha}{\varphi^2} \right]. \quad (12a)$$

Соотношения (11) и (12) полностью определяют $\varphi(x, y, z)$. Если величина φ^{-4} мала, то уравнение (11) будет уравнением колебаний.

Оценим электрическое поле. Оно должно «гасить» составляющую импульса по оси y , тогда верно соотношение

$$\frac{d}{dt} \frac{v_y}{\sqrt{1 - \frac{v_y^2}{c^2}}} = - \frac{eE}{m_x c}. \quad (13)$$

Интегрируем, учитывая, что конечная скорость равна 0 — полное отражение, а начальная $v_0 = 0,95c$ согласно § 2. Тогда получим $E = 23,6 \frac{\text{дин}}{\text{см}}$, такого же порядка будет потенциал φ , в четвертой степени он будет пренебрежимо мал. Получим уравнение

$$\varphi'' - \frac{\varphi}{2\rho^2} = 0. \quad (14)$$

Соотношение (13) определит граничные условия уравнения (14).

Учтем магнитное поле. Собственным магнитным полем токов пренебрежем, тогда можно ввести магнитный потенциал Ω . Уравнения движения будем писать для релятивистского случая в прежних координатах. Будем исходить из основного уравнения движения

$$\frac{d}{dt} \left[m \left(\frac{d\bar{r}}{dt} + \frac{d\bar{p}}{dt} \right) \right] = - e \text{grad } \varphi + \frac{e}{c} [\bar{V}' \bar{H}], \quad (15)$$

здесь $\bar{R} = \bar{r} + \bar{p}$ — радиус вектора, отсчитываемый от точки A и определяющий добавочную траекторию. Магнитное поле может менять скорость частиц по направлению, а не по величине, тогда можно записать $\bar{V}' = \vec{\xi}, v'$, где v' найдется из условия сохранения энергии

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} + e\varphi = \text{const} = 0. \quad (16)$$

Далее избавимся в (15) от временной производной, сведя все к $\frac{d}{ds}$, затем, преобразуя левую часть равенства, воспользуемся соотношением (16), формулами Френе, явным выражением для ds и т. д. Что касается левой части, то потенциалы, стоящие там, разложим так:

$$\varphi = \varphi_0 + x\varphi_1 + y\varphi_2 + z\varphi_3 + \frac{1}{2} x^2\varphi_{11} + xy\varphi_{12} + \dots + \frac{1}{2} z^2\varphi_{33},$$

$$\Omega = \Omega_0 + x\Omega_1 + \dots + \frac{1}{2} z^2\Omega_{33}. \quad (17)$$

Коэффициенты при членах разложения означают: 1 — дифференцирование по x , 2 — по y и 3 — по z . Сведем это разложение к разложению по базису $\xi_1 \xi_2 \xi_3$, по нему же разложим \bar{r} и \bar{p} . Полученное таким образом разложение уравнения (15) мы умножим на $\bar{\xi}_2 \bar{\xi}_3$, тогда получим систему двух уравнений, связывающую компоненты потенциалов с параметрами траекторий. Как и в случае одного электрического поля, основную траекторию мы выберем плоской и будем проводить рассмотрение в плоскости, проходящей через x . Опять можно выбрать оси y

и z так, чтобы $p_2 = p_3$. Величины с индексом 1 в силу однородности по оси x обратятся в нуль. Тогда система примет вид

$$\begin{aligned} m\Phi\left(1 + \frac{2p}{\rho}\right)\left(\frac{1}{\rho} + p''\frac{p}{\rho^2}\right) + m'p'\Phi\left(1 + \frac{2p}{\rho}\right) + \frac{d}{ds}\left[\Phi\left(1 + \frac{2p}{\rho}\right)\right]\frac{m}{2}p' = \\ = -e(\varphi_2 + p\varphi_{22} + p\varphi_{23}) + e\sqrt{\Phi}(\Omega_3 + p\Omega_{23} + p\Omega_{33}), \\ m\Phi\left(1 + \frac{2p}{\rho}\right)p' + m'\Phi\left(1 + \frac{2p}{\rho}\right)p' + \frac{d}{ds}\left[\Phi\left(1 + \frac{2p}{\rho}\right)\right]\frac{m}{2}p' = \\ = -e(\varphi_3 + p\varphi_{23} + p\varphi_{33}) - \sqrt{\Phi}e(\Omega_2 + p\Omega_{22} + p\Omega_{23}). \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь Φ есть явное выражение v' из (16). Эта величина постоянна так же, как и v' , ввиду того, что скорости возникающих мезонов значительно больше скоростей, получаемых от полей. Из условия совместности уравнений системы (18) имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho}p'' - \frac{p}{\rho^2} - p' = 0, \\ \varphi_2 + p\varphi_{22} + p\varphi_{23} - \sqrt{\Phi}\Omega_3 - \sqrt{\Phi}p\Omega_{23} - p\sqrt{\Phi}\Omega_{33} = \\ = \varphi_3 + p\varphi_{22} + p\varphi_{33} + \sqrt{\Phi}\Omega_2 + p\sqrt{\Phi}\Omega_{22} + p\sqrt{\Phi}\Omega_{23}. \end{aligned} \quad (19)$$

В нашем случае траектории — это реальный путь частиц в электромагнитном поле, а потенциалы удовлетворяют уравнению Лапласа; компоненты потенциалов оказываются связанными некоторыми соотношениями (см. [17]), позволяющими упростить второе уравнение. Оно перейдет в

$$\frac{\psi}{\rho} + 2p\varphi_{22} - 2p\sqrt{\Phi}\Omega_{23} = 0, \quad (20)$$

где $\psi = -\int \frac{\partial\Phi}{\partial n} ds$.

Очевидно, что магнитное поле меняется одинаково по оси y и z , тогда $\Omega_{23} = \Omega_{22}$. Учтя постоянство Φ , можем записать (20) в виде

$$\varphi_2 - \sqrt{\Phi}\Omega_2 = \int dy \frac{\psi}{2\rho}, \quad (21)$$

φ берется из (14), а p из первого уравнения системы (19), которое, кстати, говорит о том, что произвольно в релятивистском случае траектории выбирать нельзя, и «полторы» траектории определяют конфигурацию поля. Используя далее (12a), а также $ds = dy \sin\theta$, получим

$$\frac{\partial\Omega}{\partial y} - 2\sin\theta_2 \int \Omega dy = \Xi(s), \quad (22)$$

где Ξ определяется электрическим полем. Выражение (22) по сути дела тоже уравнение колебаний. Таким образом, и электрическое и магнитное поле будут синусоидальны в каждый момент времени.

Полученные зависимости лишь указывают закон спадения полей к оси x . Силовые линии обоих полей должны быть параллельны, иначе мезоны дрейфовали бы в направлении вектора Пойнтинга, и ни о какой фокусировке не могло бы быть и речи. Демирханов показал, что в импульсном режиме можно получить электрическое и магнитное поля кольцевидной структуры с параллельными силовыми линиями. Вся

фокусировка мезонов проходила бы за время их жизни, т. е. за полупериод высокочастотных колебаний. Инжекция антипротонов должна быть синхронизована с высокочастотными импульсами.

В заключение хочу поблагодарить проф. К. П. Станюковича и М. И. Киселева, сделавших ценные замечания при обсуждении статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зенгер Е. К механике фотонных ракет. ИЛ, М., 1958.
2. Станюкович К. П. В сб. «Некоторые вопросы механики». Оборонгиз, М., 1955, стр. 156.
3. Fermi E. Prog. Theor. Phys., 5, 570, 1950.
4. Померанчук Я. А. ДАН СССР, 78, 889, 1951.
5. Померанчук Я. А. ЖЭТФ, 34, вып. 3, 525, 1958.
6. Wentzel I. Rotch. Conf., 1960.
7. Solmits Rotch. Conf., 1960.
8. Pinski L., Sudarschan. Rotch. Conf., 1960.
9. Levi M. Rotch. Conf., 1960.
10. Африкян И. П. ЖЭТФ, 30, вып. 3, 744, 1956.
11. Hagedorn R. CERN Conf., 1962.
12. Ericson E. CERN Conf., 1962.
13. Levi M. CERN Conf., 1960.
14. Перельман Р. Г. Двигатели межзвездных кораблей (приложение). Изд-во АН СССР, 1962.
15. Sudarschan. CERN Conf., 1962.
16. Балдин В. И., Гольданский В. И., Розенталь И. А. Кинематика ядерных реакций. Физматгиз, М., 1959.
17. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд-во АН СССР, 1948.

Поступила в редакцию
27. 5 1963 г.

Кафедра
Теоретической физики