Весліник московского университета

№ 5 --- 1964

Find =

В. А. РЫЛОВ, К. К. ЛИХАРЕВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ГЕНЕРАТОРЕ

Описывается метод получения кривых установления на плоскости медленных переменных *u*, *v* путем стробоскопирования траекторий на фазовой плоскости. Метод применен для экспериментального исследования переходных процессов в параметрическом генераторе на полупроводниковых диодах. Изучены различные режимы ограничения колебаний в параметрическом генераторе.

Параметрические генераторы (параметроны), разработанные советскими учеными еще в 30-х годах [1], в последнее время нашли новое применение как элементы быстродействующих цифровых вычислительных машин [2]. В связи с этим по-новому встал вопрос о переходных процессах в таких генераторах, так как время установления при фиксированной рабочей частоте определяет скорость выполнения операций и быстродействие вычислительной машины.

Теория переходных процессов в параметрическом генераторе

Имеется ряд работ, где теоретически рассматриваются переходные процессы в параметрических генераторах [3—6]. Следует отметить, что учет только нелинейной реактивности уже приводит к большим математическим трудностям, так что подобные задачи приходится решать численными приближенными методами [4—5] или на моделирующих электронных машинах [6].

Параметрический генератор на полупроводниковых диодах обладает рядом особенностей: наряду с нелинейной емкостью диода существует нелинейная односторонняя проводимость, которая, с одной стороны, приводит к появлению нелинейных потерь и, с другой стороны, к эффекту автосмещения [7], обусловленному детектированием на нелинейном сопротивлении. Все эти три нелинейных эффекта действуют совместно, хотя при определенных значениях параметров может преобладать один из них. Все это очень усложняет математический анализ системы. Нами исследовались переходные процессы в параметроне с учетом двух нелинейностей: нелинейной емкости и нелинейного сопротивления.

an 200

Уравнение для заряда на емкости в безразмерных величинах записывается следующим образом:

$$\ddot{x} + (\delta_0 + \delta_2 x^2) x + (1 - \xi)^2 (1 + m \sin 2\omega t) (x + \gamma x^3) = 0,$$
(1)

а укороченные уравнения имеют вид (см., например, [2]):

$$\frac{dA}{d\tau} = A \left[-\left(\delta_0 + \frac{3}{4} \,\delta_2 A^2\right) + \frac{m}{2} \sin 2\varphi \right], \\ \frac{d\varphi}{d\tau} = -2\xi + \frac{3}{4} \,\gamma A^2 - \frac{m}{2} \cos 2\varphi.$$
(2)

Эти укороченные уравнения решались на моделирующей машине МН-7, причем результаты были представлены в виде проекций интегральных кривых на плоскость медленных переменных u, v. Рассматривались зависимости процессов установления от расстройки ξ и от соотношения нелинейностей $\frac{\delta_2}{\gamma}$. Характер установления колебаний зависит от типа особой точки, соответствующей стационарному состоянию. Для систем с преобладающей нелинейной реактивностью типичным является осцилляторный режим установления колебаний (особая точка типа фокус), а при значительном нелинейном сопротивлении — апериодический режим (особая точка типа узел).

На рис. 5,а приведено семейство плоскостей u, v, полученных на машине МН-7 для случая чистой нелинейной реактивности ($\delta_2=0$) при различных значениях расстройки ξ . На плоскости можно выделить две характерные интегральные кривые, проходящие через нуль. 1. Кривая, приходящая в нуль, — сепаратрисса — делит всю плоскость на две области притяжения по числу устойчивых состояний равновесия. В зависимости от положения точки начальных условий относительно сепаратриссы интегральная кривая придет в то или иное стационарное состояние, установится фаза колебания 0 или π . 2. Кривую, выходящую из седла, назовем асимптотой. При амплитуде начальных условий; значительно меньшей стационарной, изображающая точка круто приближается к асимптоте и затем движется в непосредственной близости от нее.

Угол между сепаратриссой и асимптотой в нуле определяется расстройкой §. При расстройке, равной нулю, угол этот равен $\frac{\pi}{2}$

(см. рис. 5, 2). В этом случае асимптота выходит из нуля горизонтально, а затем отклоняется в сторону меньших углов, если знак реактивной нелинейности отрицателен ($\gamma < 0$) и в сторону больших углов при $\gamma > 0$. Знак γ является одной из основных характеристик нелинейности и обычно определяется по наклону резонансных кривых. По отклонению асимптоты от прямой можно судить о знаке $\gamma \ll в$ точке» при данной расстройке. Плоскости на рис. 5,*a* отличаются значениями расстройки, о чем свидетельствуют разные значения углов между асимптотой и сепаратриссой. Последняя плоскость соответствует трехстабильному режиму параметрона. В этом случае нуль устойчив, так что существует три устойчивых состояния параметрона. Две сепаратриссы делят всю плоскость *u*, v на три области притяжения. Координаты седел соответствуют неустойчивым состоянием равновесия.

Выяснив основные закономерности интегральных кривых, можно решать обратную задачу: по виду плоскости *u*, *v* делать заключение о параметрах уравнения (1), о механизмах ограничения при различных режимах генератора.

Обоснование экспериментального метода

Изображение переходных процессов на плоскости *и*, *v* обладает рядом достоинств и, в первую очередь, большой наглядностью, так как при этом можно представить характер колебаний в системе при любых начальных условиях. При решении конкретных задач методом укороченных уравнений представляет интерес экспериментальная проверка полученных результатов, т. е. получение интегральных кривых на плоскости *и*, *v* непосредственно в результате обработки сигнала с выхода реальной схемы. Это позволяет провести количественное сопоставление теоретических и экспериментальных данных с целью определения границ применимости теоретических выводов и аппроксимаций к реальной схеме.

Для получения плоскости u, v нами был использован метод стробоскопирования фазовой плоскости. Рассмотрим этот метод подробно: рис. 1, 2.

Пусть на выходе исследуемой схемы имеются колебания

$$x(t) = u(t) \cos \omega t - v(t) \sin \omega t$$

Если сдвинуть эти колебания на 🐣

 $y(t) = + u(t) \sin \omega t + v(t) \cos \omega t$

и подать оба сигнала на отклоняющие пластины осциллографа, то на экране луч будет описывать кривые, близкие к окружностям. Отличие от окружности будут давать те малые изменения Δu и Δv , на которые меняются u и v за один период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Если мы будем наблюдать плоскость x, y только один раз за период в моменты вре-

мени $t_n = nT$; n = 0, 1, 2, ..., то получим ряд дискретных значений $x_n = u(t_n);$ $y_n = v(t_n)$. Таким образом, если подсвечивать плоскость x, y один раз за период, то на плоскости будут видны лишь точки, которые расположены на кривой u=u(t); v=v(t), причем по расстоянию между точками можно судить о скорости изменения и и v. Период стробоскопирования жестко связан с частотой опорного сигнала, для параметрического генератора таким сигналом служит напряжение накачки.

сигналом служит напряжение накачки. Схема этого эксперимента представлена на рис. 1. На рис. 2,а приведены осциллограммы для опорного сигнала и напряжений на входах осциллографа для случая стационарных колебаний в параметрическом генераторе. При подаче на отклоняющие пластины двух синусоидаль-

ных колебаний, сдвинутых по фазе на
$$\frac{1}{2}$$
, получим на экране осцилло-

графа окружность, радиус которой соответствует амплитуде колебаний, а период *T* кратен периоду накачки. На выходе канала яркостных меток мы имеем короткий импульс (строб), длительность которого составляет тысячные доли периода колебаний. Подавая строб на катод электронно-лучевой трубки, осуществляем яркостную модуляцию луча и получаем на окружности яркую точку, положение которой соответствует сдвигу фаз между колебаниями в генераторе и опорным

3 ВМУ, физика, астрономия, № 5



Рис. 1. Блок-схема установки для получения плоскости медленных переменных *u*, *v*



(4)

сигналом. Таким образом, полярные координаты точки на экране характеризуют амплитуду и фазу колебаний.

При установлении колебаний происходит изменение амплитуды и фазы, поэтому на экране мы увидим последовательность точек, коор-





Рис. 2. Осциллограммы. A: I — опорный сигнал, 2 — x(t), 3 - z(t). B — изображение переходного процесса: I — во времени x(t), 2 — на фазовой плоскости x, y, 3 — на плоскости медленных переменных u, v

динаты которых равны значениям амплитуды и фазы через интервалы времени T. На рис. 2,6 показаны осциллограммы переходного процесса во времени, на фазовой плоскости xy и на плоскости медленных переменных u, v. Здесь отчетливо виден закон изменения фазы и наличие двух устойчивых состояний, фазы которых различаются на π , что является характерным для параметрических генераторов. Подавая на одну пару пластин обычную развертку, мы можем получить временные характеристики u(t) или v(t).

Экспериментальное исследование

В работе исследовалась низкочастотная модель параметрического генератора. Параметрический генератор был собран по балансной схеме на двух полупроводниковых диодах типа Д-809. Частота контура менялась в диапазоне 110—125 кгц. Для экспериментального исследования переходных процессов была собрана установка, блок-схема которой показана на рис. 3.

Напряжение накачки модулировалось прямоугольными импульсами в модуляторе *M*_I. В канале яркостных меток синусоидальное напряжение накачки преобразовывалось в прямоугольное и дифференцировалось, на выходе стоял блокинг-генератор, который давал короткие импульсы длительностью ~ 0.2 *мксек* и запускался каждым вторым импульсом, т. е. осуществлял деление частоты вдвое.

Начальные условия в виде точки на плоскости *и*, *v* соответствуют синусоидальным колебаниям в контуре с частотой генерации с заданной амплитудой и фазой. В блоке задания начальных условий колебания накачки возбуждают параметрон, на выходе которого мы имеем колебания с частотой генерации, жестко связанные по фазе с опорным сигналом — генератором накачки. Эти колебания, регулируемые по амплитуде и фазе, подаются через модулятор $M_{\rm II}$ на исследуемый параметрический генератор и возбуждают в нем вынужденные колеба-



Рис. 3. Блок-схема установки для изучения переходных процессов в параметрическом генераторе



Рис. 4. Резонансная кривая параметрического генератора

ния. Во время их установления напряжение накачки отключалось, т. е. модуляторы работали попеременно, когда M_1 открыт, то $M_{\rm II}$ закрыт и наоборот. Модулирующие прямоугольные импульсы поступали с одного генератора, причем один из импульсов подается также на управляющую сетку электронно-лучевой трубки и гасит луч на время установления начальных условий. В результате мы наблюдаем на экране осциллографа установление колебаний при любых начальных условиях в виде ряда яркостных меток, которые лежат на интегральной кривой, соответствующей заданным начальным условиям; расстояние между метками соответствует периоду стационарных колебаний параметрона.

На рис. 4 представлена резонансная кривая параметрического генератора: зависимость амплитуды генерации от расстройки. При заданных четырех значениях расстройки были получены семейства интегральных кривых на плоскости медленных переменных *u*, *v* и сопоставлены аналогичным интегральным кривым, полученным на электронной машине при решении укороченных уравнений (2) (рис. 5,*a*, *б*). При малых амплитудах (I и II случаи) наблюдается удовлетворительное соответствие между теоретическими и экспериментальными кривыми: особые точки типа фокус, здесь преобладает расстроечный механизм ограничения, связанный с нелинейной емкостью. При больших амплитудах (III случай) тип особой точки — узел. Здесь значительное расхождение с теоретическими кривыми, построенными для случая чистой

35



Рис. 5. Переходные процессы на плоскости *и*, *v*. *А* — теоретические интегральные кривые, полученные для системы уравнений (2) $\gamma = 0$, *B* — экспериментальные результаты при значениях расстройки, показанных на рис. 4. $I - \zeta > 0$, $2 - \xi = 0$, $3 - \xi < 0$, 4 -трехстабильный режим

нелинейной реактивности. Это объясняется сильным влиянием нелинейной проводимости. В трехстабильном режиме (IV случай) отчетливо видны две сепаратриссы и два седла, соответствующих неустойчивым состояниям. По их положению можно определять амплитуду и фазу неустойчивых стационарных решений. Неустойчивая ветвь резонансной кривой (рис. 4) снята по точкам подобным образом.

Метод плоскости медленных переменных оказывается очень эффективным при анализе причин, вызывающих ограничение колебаний. Наличие нелинейной емкости соответствует отрицательному знаку у, так как при увеличении колебаний собственная частота контура уменьшается. Эффект автосмещения носит противоположный характер: при увеличении колебаний смещение растет и собственная частота контура возрастает. Это удобно наблюдать при изменении амплитуды накачки: при малых уровнях накачки асимптота отклоняется в сторону меньших углов, что соответствует отрицательному знаку у, при увеличении амплитуды асимптота распрямляется и, наконен, принимает новое положение с отклонением в сторону больших углов ($\gamma > 0$). В этом случае ограничение происходит за счет автосмещения. Аналогично можно рассмотреть тип особой точки, характеризующий режим установления стационарных колебаний в зависимости от параметров системы. Данный метод позволяет определять стабильность параметрона, т. е. отклонение амплитуды и фазы при изменении внешних параметров. Если при установлении фаза меняется в небольших пределах, то временные зависимости u(t) и v(t) приближенно совпадают с величинами A(t) и $\varphi(t)$.

Выводы

В работе предлагается метод получения кривых установления на плоскости медленных переменных и, v для реальной схемы путем стробоскопирования траекторий на фазовой плоскости. Метод применен к анализу переходных процессов в параметрическом генераторе на полупроводниковых диодах. Полученные осциллограммы позволяют судить о физических процессах, происходящих в системе.

Данный метод можно применять при анализе переходных процессов в различных неавтономных системах, в которых присутствует внешний опорный сигнал: двухконтурных параметрических генераторах, схемах деления и умножения частоты, синхронизации генераторов. Для точного определения фазы необходимо, чтобы длительность стробоскопирующих импульсов была значительно меньше периода колебаний. Это ограничивает возможности данного метода частотами порядка нескольких мегагерц.

В заключение авторы приносят благодарность проф. В. В. Мигулину за интерес к работе и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мандельштам Л. И., Папалекси Н. Д. ЖТФ, 3, 5, 1934. 2. Ахманов С. А., Рошаль А. С. «Изв. вузов», радиофизика, 4, № 2, 203, 1961.

3. Гуляев В. П., Мигулин В. В. ЖТФ, 4, № 1, 48, 1934. 4. Поливанов К. М., Жарков Ф. П., Соколов В. А. «Изв. вузов», ра-диотехника, 5, № 4, 417, 1962; 5, № 5, 543, 1962.

5. Самойленко В. И., Злочевский Е. М. «Изв. вузов», радиотехника, 4, № 6, 640, 1961.

6. Пономарев Ю. В., Рылов В. А. «Радиотехника и электроника», 9, № 6, 975, 1946.

7. Мигулин В. В., Ильинова. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 1, 1962.

Поступила в редакцию 2. 8 1963 r.

Кафедра физики колебаний