

В. Ф. МАРЧЕНКО

ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ СЛУЧАЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ

Рассмотрена задача о падении плоских волн трех частот на границу диспергирующей слабо нелинейной прозрачной среды. С помощью метода укороченных уравнений найдены выражения для амплитуд отраженных и преломленных волн. Показана возможность параметрического усиления световых волн, испытывающих многократные отражения от границы нелинейного диэлектрика.

В ряде работ (см., например, [1, 2, 3]) подробно изучались в рамках феноменологической теории процессы усиления и генерации световых волн в нелинейных диэлектриках. Полученные в этих работах результаты относятся к бесконечному диэлектрику; граничные условия обычно задаются по аналогии с линейным случаем отдельно для каждой световой волны. Очевидно это справедливо во всех случаях, когда взаимодействием волн на границе раздела линейной и нелинейной среды можно пренебречь. Изучение взаимодействия волн на границе помимо уточнения начальных процессов, протекающих в диэлектрике, может иметь и самостоятельное значение при создании нелинейных устройств, использующих поверхностные волны.

В работе Бломбергера и Першана [4] получены формулы для отраженных и преломленных волн второй гармоники (комбинационной частоты), возникающих на границе диэлектрика, поляризация которого является квадратичной функцией напряженности поля. Решение волнового уравнения в слабо нелинейной среде представлялось в виде суперпозиции двух волн: собственной и вынужденной (обусловленной нелинейной частью поляризации). Очевидно, что в области, где волновые вектора этих волн оказываются близкими (резонансный случай), представление решения, использованное в [4], становится некорректным. В этом случае естественно решение в нелинейной среде искать в виде волн с медленно меняющимися амплитудами и фазами, для определения последних необходимо составить укороченные уравнения [2].

В настоящей работе для одного частного случая падения волн произвольных начальных амплитуд на границу раздела линейной и нелинейной среды решена задача об отражении и преломлении с привлечением метода укороченных уравнений. Проведено обсуждение полученных результатов, в частности рассмотрена возможность параметрического усиления при многократных отражениях волны сигнала от поверхности нелинейного диэлектрика.

§ 1. Вывод основных соотношений

Пусть на границу раздела линейной и нелинейной сред падают плоские волны трех частот ω_1 , ω_2 и $\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$ (см. рис. 1), обладающие одинаковой поляризацией $E_y = E$, $E_x = E_z = 0$. Как и в работе [4], ограничимся случаем, когда обе среды можно считать непоглощающими и изотропными; нелинейную зависимость вектора индукции \vec{D} от напряженности поля \vec{E} представим в виде

$$D_i = \varepsilon'(\omega) E_i + 4\pi\chi_{i,kk'} E_k E_{k'} = \varepsilon'(\omega) [E_i + \xi(\omega) E_i^2]. \quad (1)$$

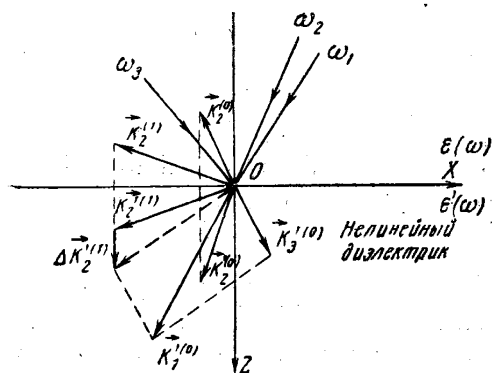


Рис. 1. Падение электромагнитных волн на границу раздела линейной и нелинейной сред. Показаны направления волновых векторов для преломленных и отраженных волн, имеющих частоту ω_2

ограничиваясь первым приближением, получим

$$E_{\text{пр}} = \sum_{l=1}^3 (E_{l2}^{(0)} e^{i(\omega_l t - k_l^{(0)} \cdot x \sin \theta_l^{(0)} - k_l^{(0)} z \cos \theta_l^{(0)})} + \text{К. С.}) + \sigma (E_{l2}^{(1)} e^{i(\omega_l t - k_l^{(0)} x \sin \theta_l^{(1)} - k_l^{(0)} z \cos \theta_l^{(1)})} + \text{К. С.}) \quad (3)$$

(штрихом помечены характеристики нелинейной среды). Комплексные амплитуды «плоских» волн первого приближения являются медленно меняющимися функциями координат x и z , т. е. $E_{l2}^{(1)} = |E_{l2}^{(1)}(x, z)| e^{i\varphi_{l2}^{(1)}(x, z)}$. Для определения величин $E_{l2}^{(1)}$ ($l = 1, 2, 3$) могут быть использованы укороченные уравнения, которые при сделанных выше предположениях о характере нелинейной зависимости $\vec{D}(\vec{E})$ имеют вид

$$(\vec{k}_1^{(1)} \text{ grad } E_{l2}^{(1)}) = -i\xi_1 [k_1^{(0)}]^2 E_{22}^{(0)} E_{32}^{(0)} e^{i\Delta k_1^{(1)} r},$$

* Зависимость (1) может иметь место, например, у одноосных кристаллов, если \vec{E} поляризовано вдоль оптической оси y , а тензор $\hat{\chi}$ имеет компонент $\chi_{y,yy}$ (случай может быть реализован у турмалина, принадлежащего к классу C_{3v}). Заметим, что и у изотропных кристаллов вблизи поверхности, где объемные свойства кристалла нарушаются, нелинейность зависимости $\vec{D}(\vec{E})$ должна носить, по-видимому, квадратичный характер. Экспериментальное подтверждение этого получено в работе [7].

$$\begin{aligned}(\vec{k}_2^{(1)} \text{ grad } E_{22}^{(1)}) &= -i \xi_2 [k_2^{(0)}]^2 E_{12}^{(0)} E_{32}^{(0)*} e^{-i \vec{\Delta k}_2 \vec{r}}, \\(\vec{k}_3^{(1)} \text{ grad } E_{32}^{(1)}) &= -i \xi_3 [k_3^{(0)}]^2 E_{12}^{(0)} E_{22}^{(0)*} e^{-i \vec{\Delta k}_3 \vec{r}},\end{aligned}\quad (4)$$

где $\vec{\Delta k}_i$ характеризует расстройку волновых векторов между возникающей на границе собственной волной частоты ω_i и вынужденной волной той же частоты (например, $\vec{\Delta k}_1 = \vec{k}_1^{(1)} - (\vec{k}_2^{(0)} + \vec{k}_3^{(0)})$ и т. д.). При использовании представления (4) снимается особенность, возникающая в [4] в окрестности точки $\vec{\Delta k}_i = 0^*$.

Как и в линейном случае, в качестве условий на границе удобно использовать непрерывность тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей

$$E^{\text{пад}} + E^{\text{отр}} = E^{\text{пр}}, \quad (5)$$

а при $z = 0$

$$\frac{1}{\mu} \int \frac{\partial (E^{\text{пад}} + E^{\text{отр}})}{\partial z} dt = \frac{1}{\mu'} \int \frac{\partial E^{\text{пр}}}{\partial z} dt, \quad (6)$$

где необходимо предположить, что

$$\begin{aligned}E^{\text{отр}} &= \sum_{l=1}^3 (E_{1l}^{(0)} e^{i(\omega_l t - k_l^{(0)} x \sin \theta_{-l}^{(0)} + k_l^{(0)} z \cos \theta_{-l}^{(0)})} + \text{К. С.}) + \\&+ \sigma (E_{1l}^{(1)} e^{i(\omega_l t - k_l^{(0)} x \sin \theta_{-l}^{(1)} + k_l^{(0)} z \cos \theta_{-l}^{(1)})} + \text{К. С.}).\end{aligned}\quad (7)$$

Поскольку нулевое приближение, соответствующее линейному случаю, не представляет интереса, в дальнейшем будем рассматривать лишь первое приближение. Заметим, что в этом случае неизвестными являются не только амплитуды $E_{1l}^{(1)}$ и $E_{2l}^{(1)}$ на границе, но и производные $\frac{\partial E_{12}^{(1)}}{\partial z}$, которые, вообще говоря, не равны нулю. Тем не менее для решения поставленной задачи не обязательно находить в явном виде решение для $E_{12}^{(1)}$ (в общем случае это сделать не удастся); достаточно заменить производные амплитуды через их значения, задаваемые укороченными уравнениями при условии $z=0$.

Подставляя (3), (4), (7) в (5) и (6) и используя очевидное требование независимости решения от x при $z=0$, получим следующие законы для углов отражения и преломления рождающихся на границе волн (см. также [4])

$$\begin{aligned}k_{1x}^{(1)} &= k_{1x}^{(1)} = k_{2x}^{(0)} \pm k_{3x}^{(0)}, \\k_{2x}^{(1)} &= k_{2x}^{(1)} = k_{1x}^{(0)} \pm k_{3x}^{(0)}, \\k_{3x}^{(1)} &= k_{3x}^{(1)} = \pm k_{1x}^{(0)} \pm k_{2x}^{(0)}, \\ \Delta k_{lx}' &= 0 \quad (l = 1, 2, 3)\end{aligned}\quad (8)$$

* Для анизотропной среды укороченные уравнения в самом общем случае приведены в [8].

(верхний знак соответствует случаю, когда все три вектора $\vec{K}_l^{(0)}$ лежат в одном квадранте плоскости xz , нижний — один из них $\vec{K}_3^{(0)}$ попадает в другой квадрант). Условия (8) можно выразить через частоты и углы: для суммарной частоты ω_1

$$\sin \theta_{-1}^{(1)} = \left\{ \frac{\varepsilon'(\omega_1)}{\varepsilon(\omega_1)} \right\}^{1/2} \sin \theta_1^{(1)} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \left\{ \frac{\varepsilon(\omega_2)}{\varepsilon(\omega_1)} \right\}^{1/2} \sin \theta_2 \pm \frac{\omega_3}{\omega_1} \left\{ \frac{\varepsilon(\omega_3)}{\varepsilon(\omega_1)} \right\} \sin \theta_3, \quad (9)$$

для разностной частоты, например ω_2 ,

$$\sin \theta_{-2}^{(1)} = \left\{ \frac{\varepsilon'(\omega_2)}{\varepsilon(\omega_2)} \right\}^{1/2} \sin \theta_2^{(1)} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \left\{ \frac{\varepsilon(\omega_1)}{\varepsilon(\omega_2)} \right\}^{1/2} \sin \theta_1 \pm \frac{\omega_3}{\omega_2} \left\{ \frac{\varepsilon(\omega_3)}{\varepsilon(\omega_2)} \right\}^{1/2} \sin \theta_3 \quad (10)$$

Разрешая уравнения (5), (6) относительно амплитуд отраженных волн и полагая $\mu = \mu'$, получим следующие выражения для этих амплитуд через амплитуды падающих (с учетом нулевого приближения):

$$E_{22} = \frac{2E_{20}^{(0)} k_2^{(0)} \cos \theta_2}{k_2^{(0)} \cos \theta_{-2}^{(0)} + k_2^{(0)} \cos \theta_2^{(0)}} - \xi_2 \frac{k_2^{(0)} E_{12}^{(0)} E_{32}^{(0)*}}{\cos \theta_2^{(1)} (k_2^{(0)} \cos \theta_{-2}^{(1)} + k_2^{(0)} \cos \theta_2^{(1)})}, \quad (11)$$

$$E_{32} = \frac{2E_{30}^{(0)} k_3^{(0)} \cos \theta_3}{k_3^{(0)} \cos \theta_{-3}^{(0)} + k_3^{(0)} \cos \theta_3^{(0)}} - \xi_3 \frac{k_3^{(0)} E_{12}^{(0)} E_{22}^{(0)*}}{\cos \theta_3^{(1)} (k_3^{(0)} \cos \theta_{-3}^{(1)} + k_3^{(0)} \cos \theta_3^{(1)})}, \quad (12)$$

$$E_{12} = \frac{2E_{10}^{(0)} k_1^{(0)} \cos \theta_1}{k_1^{(0)} \cos \theta_{-1}^{(0)} + k_1^{(0)} \cos \theta_1^{(0)}} - \xi_1 \frac{k_1^{(0)} E_{22}^{(0)} E_{32}^{(0)}}{\cos \theta_1^{(1)} (k_1^{(0)} \cos \theta_{-1}^{(1)} + k_1^{(0)} \cos \theta_1^{(1)})}. \quad (13)$$

Амплитуды преломленных волн легко найти для каждой частоты, используя равенства $E_{12}^{(0)} = E_{10}^{(0)} + E_{11}^{(0)}$ и $E_{11}^{(1)} = E_{12}^{(1)}$.

Формулы (11)—(13) являются обобщением известных формул Френеля на случай слабо нелинейной диспергирующей среды. Наличие членов, пропорциональных ξ , характеризует взаимную реакцию на границе волн различных частот друг на друга. Как следует из формул (11)—(13), амплитуды рождающихся на границе отраженных и преломленных волн не зависят явно от величины расстройки $|\Delta \vec{K}_l| = \Delta K_{zl}$, хотя взаимодействие волн внутри нелинейной среды существенно зависит от этой величины (практически $\Delta K_{zl} \sim \xi$ определяет область этого взаимодействия [5]). Отмеченное обстоятельство может оказаться полезным при создании нелинейных устройств, работающих на принципе многократного отражения (преломления), поскольку обычные требования точного выполнения условий синхронизма ($\Delta \vec{K}_l = 0$) в нелинейной среде становятся несущественными.

С другой стороны, для получения накапливающихся поверхностных эффектов в указанных устройствах выгодно реализовать условия, когда направления основной волны и волны, образованной на границе волнами других частот, совпадают (случай можно назвать пространственно вырожденным). Это приводит к дополнительным требованиям, накладываемым на начальные углы взаимодействующих волн:

$$k_{lx}^{(0)} = k_{lx}^{(1)} \quad (l = 1, 2, 3). \quad (14)$$

Из рассмотрения системы (14) следует, что существует множество решений $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, помимо тривиального $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$, при которых имеет место пространственное вырождение. Этот результат очевиден, поскольку выполнение (14) сводится к тому, чтобы для падающих волн вектор $\Delta\vec{K} = \vec{K}_1 - \vec{K}_2 - \vec{K}_3$ был нормален к поверхности раздела; для изотропной среды при фиксированных частотах и известной зависимости $\epsilon(\omega)$ этого можно достичь при различных ориентациях волновых векторов. Здесь представляет интерес исследовать случай, когда линейная и нелинейная среды являются анизотропными.

§ 2. Фазовые соотношения на границе нелинейной среды

Выясним ряд особенностей, характерных для законов отражения и преломления на границе линейной и нелинейной сред, рассматривая случай падения волн двух частот (в дальнейшем индексы, показывающие порядок приближения, опускаем). Для возникающей на границе волны комбинационной частоты углы отражения θ_{-e} и преломления θ'_i , определяемые формулами (9), (10), являются в отличие от линейного случая явными функциями частот. При $\sin \theta'_i > 1$ имеет место полное внутреннее отражение комбинационной частоты. Если для волны частоты ω_1 это практически осуществимо лишь при условии, когда нелинейная среда оптически менее плотная, то для волны ω_2 условие $\sin \theta'_i > 1$ возможно в принципе при любых соотношениях $\frac{\epsilon(\omega_1)}{\epsilon'(\omega_2)}$ и $\frac{\epsilon(\omega_3)}{\epsilon'(\omega_2)}$. Формулы (9), (10) дают еще одну интересную возможность, которая не имеет места в линейном случае, а именно: $\sin \theta_{-e} > 1$ (это особенно легко реализуется для частот ω_2 и ω_3). В этом случае поле отраженной волны экспоненциально затухает вдоль отрицательного направления оси z ; при $\sin \theta'_i < 1$ этот случай естественно назвать полным внутренним преломлением комбинационной частоты.

Поведение волны, рождающейся на границе, существенно зависит от законов распространения порождающих ее волн. Здесь, очевидно, возможны многочисленные комбинации, часть из них качественно обсуждена в работе [4]. Мы рассмотрим лишь некоторые из них, обратив внимание на фазу рождающейся волны.

Пусть на границу раздела падают две волны с частотами ω_1 и ω_3 . Могут представиться следующие случаи:

1. $\sin \theta'_i < 1, \sin \theta'_3 < 1, \sin \theta'_2 < 1$.

Все три волны распространяются в диэлектрике, между волнами существует взаимодействие, «эффективность» которого определяется величиной $\Delta K'_{12}$ (аналогично тому, как это происходит в линии передачи с распределенной нелинейной емкостью [5]).

Из (11) при $E_{20}^{(0)} = 0$ следует, что

$$\sin [\varphi_{22}(0) + \varphi_{30} - \varphi_{10}] = 0, \quad (15)$$

где $\varphi_{10}, \varphi_{30}$ — начальные фазы падающих волн. Величина $\varphi_{22}(0)$, очевидно, имеет смысл фазы возникающей волны. Условие (15) предопределяет характер взаимодействия волн вблизи границы; действительно, как следует из рассмотрения соответствующего уравнения (4),

$$\left. \frac{\partial |E_{22}|}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \text{ а скорость изменения фазы } \left. \frac{\partial \varphi_{22}}{\partial z} \right|_{z=0} \text{ максимальна.}$$

2. $\sin \theta'_i > 1, \sin \theta'_3 > 1, \sin \theta'_2 < 1$.

Амплитуды падающих волн затухают вдоль оси $z \sim e^{-z \sqrt{\sin^2 \theta'_1 - 1}}$, взаимодействие между волнами отсутствует. Амплитуда распространяющейся волны ω_2 , определяемая (11), практически не меняется. Начальная фаза этой волны определяется также условием (15), где $\varphi_{10}, \varphi_{30}$ выражают фазы преломленных волн, которые в данном случае отличаются от фаз падающих.

3. $\sin \theta'_1 < 1, \sin \theta'_3 < 1, \sin \theta'_2 > 1$.

Возмущение от вынуждающей силы с частотой ω_2 не существует в виде самостоятельно распространяющейся волны. Ситуация здесь аналогична той, которая наблюдается в линии передачи, когда ее волновое сопротивление для одной из трех частот является чисто реактивным. Этому случаю можно также дать геометрическую иллюстрацию: он имеет место, если вектор $\vec{k}_2 = \vec{k}_1 - \vec{k}_3$ лежит вне области II (см. рис. 2), которая определяется дисперсионными свойствами среды. Если \vec{k}_2 лежит внутри области II, мы приходим к разобранному выше случаю.

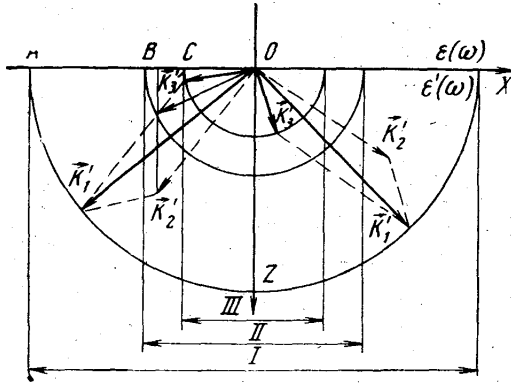


Рис. 2. Области существования распространяющихся волн комбинационных частот, рождающихся на границе $z=0$.

$OA = |k_1|, OB = |k_2|, OC = |k_3|$. Показано два случая, относящихся к волне ω_2 , 1) вектор $\vec{k}_2 = \vec{k}_1 - \vec{k}_3$ лежит вне области II и 2) вектор \vec{k}_2 лежит внутри области II

Следует отметить еще одну характерную особенность, вытекающую из формул (11) — (13). Например, при $E_{20} = 0$ величина амплитуды преломленной волны комбинационной частоты ω_2 может оставаться конечной при $\sin \theta'_2 \rightarrow 1$, если E_{10} (либо E_{30}) $\rightarrow 0$ (уравнения (4) формально остаются справедливыми и в этом случае). По аналогии с линейной оптикой эту особенность можно трактовать как существование поверхностных волн с частотой ω_2 . В отличие от линейного случая, где появление поверхностных волн возможно лишь при комплексных углах падения [6], в данном случае углы падения основных волн могут быть действительными (см. (10)).

В заключение рассмотрим одну возможность усиления световых волн, основанную на принципе многократного отражения от границы нелинейного диэлектрика (см. рис. 3, а). Возможность рассмотрения лишь взаимодействия волн на границе оправдана в том случае, когда параметр нелинейности внутреннего диэлектрика ξ удовлетворяет условию $\xi d \ll \xi'$. Пусть на вход подаются две волны: сигнала $E_c e^{i(\omega t - \vec{k}_c \cdot \vec{r})} + \text{К.С.}$ и накачки $E_H e^{i(2\omega t - \vec{k}_H \cdot \vec{r})} + \text{К.С.}$, причем $|E_c| \ll |E_H| = E_0$. Поляризация волн и характер нелинейности внешнего диэлектрика остаются такими же, как в § 1. Естественно, угол падения волн θ_0 и показатель преломления двух сред $n_0(\omega)$ выбрать таким образом, чтобы обе волны испытывали полное внутреннее отражение (вопрос о существовании таких волн в системе, представляющей по существу диэлектрический волновод, здесь не рассматривается). Для простоты ограничимся

пространственно вырожденным случаем, который имеет место, если $\epsilon(\omega) = \epsilon(2\omega)$. Требования к дисперсии нелинейной среды будут выяснены позже.

Используя (11), найдем коэффициент отражения волны сигнала при m -ном отражении

$$K_m = \frac{E_c^{(m)} E_c^{(m)*}}{E_c^{(m-1)} E_c^{(m-1)*}} = 1 - \xi' E_0 |M| \cos \Delta\Phi_m, \quad (16)$$

где

$$\Delta\Phi_m = 2\varphi_c^{(m-1)} - \varphi_H^{(m-1)} + (2k_c - k_H) \frac{d}{\cos \theta_0} + \varphi_0 = 2\varphi_c^{(m-1)} - \varphi_H^{(m-1)} + \varphi_0.$$

$|M|$ и φ_0 являются некоторыми функциями θ_0 и $n_0(\omega)$ и не зависят от номера m .

Величины $\varphi_c^{(m-1)}$ и $\varphi_H^{(m-1)}$ представляют собой фазы волн сигнала и накачки на границах диэлектрика после $(m-1)$ -го отражения. Для того чтобы имело место усиление волны ω , необходимо, чтобы $\Delta\Phi_m$ при возрастании m стремилось к некоторому устойчивому состоянию, при котором $K_m > 1$. Покажем, что при определенных условиях $\Delta\Phi$ удовлетворяет тому же уравнению, которое описывает поведение фазы

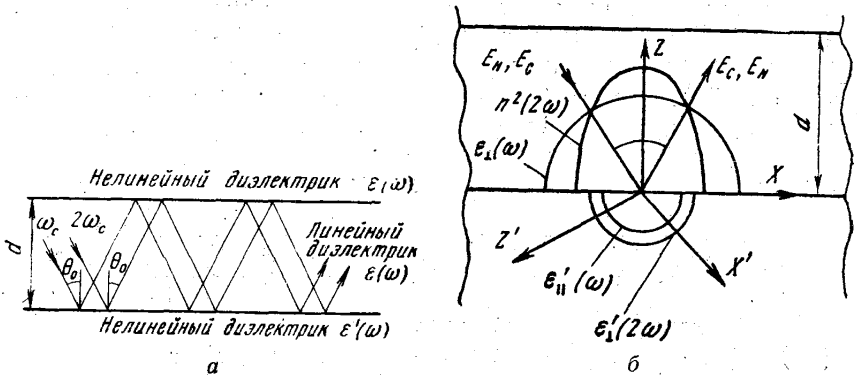


Рис. 3. Схема усиления световых волн, основанная на принципе многократного отражения от границы нелинейного диэлектрика

$\Delta\varphi = 2\varphi_c - \varphi_H$ дискретного параметрического усилителя, работающего в вырожденном режиме.

Действительно, изменение фазы волны сигнала при полном внутреннем отражении от границы складывается из величины $\Psi(\omega)$ и малой (порядка ξ') поправки, обусловленной модуляцией диэлектрической проницаемости $\epsilon' = \epsilon'(1 + \xi'E)$ волной накачки. Приравнявая мнимые части выражения для отраженной амплитуды $E_c^{(m)}$, найдем величину этой поправки:

$$\begin{aligned} \sin[\varphi'_c - \varphi_c^{(m)} - \Psi(\omega)] &\approx \varphi'_c - \varphi_c^{(m)} - \Psi(\omega) = \\ &= -\xi' E_0 G[\theta_0, n_0(\omega)] \sin[\Delta\Phi_m + \varphi'_c - \varphi_c^{(m)} - \Psi(\omega)] = \\ &= -\xi' E_0 G[\theta_0, n_0(\omega)] \sin \Delta\Phi_m. \end{aligned} \quad (17)$$

Изменение фазы волны накачки при отражении определяется величиной $\Psi(2\omega)$

$$\varphi'_H - \varphi_H^{(m)} = \Psi(2\omega). \quad (18)$$

Учитывая, что

$$\varphi'_c = \varphi_c^{(m-1)} + k_c \frac{d}{\cos \theta_0}, \quad \varphi'_H = \varphi_H^{(m-1)} + k_H \frac{d}{\cos \theta_0},$$

выражения (17) и (18) можно преобразовать:

$$\Delta\Phi_{m+1} - \Delta\Phi_m = 2\Psi(\omega) - \Psi(2\omega) + 2\xi' E_0 G[\theta_0, n_0(\omega)] \sin \Delta\Phi_m = \Delta + p \sin \Delta\Phi_m. \quad (19)$$

Это известное уравнение для фазы $\Delta\Phi$ дискретного параметрического усилителя. Решение его приводит к тем же результатам, которые справедливы для распределенных усилителей (см., например, [5]): если $\Delta=0$, $\Delta\Phi_m$ при $m \rightarrow \infty$ стремится к одному из двух устойчивых состояний 0 или π . Отсюда следует возможность усиления в схеме, изображенной на рис. 3. Можно считать, что область частот, удовлетворяющих условию $|\Delta| \leq \xi'$ (это накладывает определенные требования на дисперсию нелинейной среды), характеризует ширину полосы этого усилителя.

Поскольку условию $\varepsilon(\omega) = \varepsilon(2\omega)$ в изотропном диэлектрике из-за дисперсии удовлетворить нельзя, в качестве линейной среды может быть выбран одноосный отрицательный кристалл, в котором волна сигнала является обыкновенной, а накачка — необыкновенной волной (если систему использовать для генерации второй гармоники, волна излучения лазера должна быть обыкновенной). Угол θ_0 (см. рис. 3, б) соответствует направлению, в котором показатели преломления обеих волн равны $\sqrt{\varepsilon_{\perp}(\omega)} = n(2\omega)$. В качестве нелинейной среды можно также выбрать одноосный кристалл, главные оси которого ориентированы так, как показано на рис. 3, б. (Ось z' перпендикулярна плоскости xz). В этом случае условие компенсации фаз при отражении на границе $\Delta=0$ примет вид

$$2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\varepsilon_{\perp}(\omega) \sin^2 \theta_0 - \varepsilon'_{\parallel}(\omega)}}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}(\omega) \cos \theta_0}} = \operatorname{arctg} \frac{n(2\omega) \cdot \sqrt{n^2(2\omega) \sin^2 \theta_0 - \varepsilon'_{\perp}(\omega)}}{\varepsilon'_{\perp}(2\omega) \cos \theta_0}, \quad (20)$$

где $n(2\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\perp}(2\omega) \varepsilon_{\parallel}(2\omega)}{\varepsilon_{\perp}(2\omega) \cos^2 \theta_0 + \varepsilon_{\parallel}(2\omega) \sin^2 \theta_0}}$; ε_{\perp} , ε_{\parallel} , ε'_{\perp} , ε'_{\parallel} — главные значения диэлектрической проницаемости кристаллов.

Для практической реализации рассмотренного выше принципа усиления световых волн необходимо иметь большие, нежели достижимые в настоящее время ($p \leq 10^{-5}$), коэффициенты модуляции p .

Автор признателен С. А. Ахманову и Р. В. Хохлову за интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Armstrong J., Bloembergen N., Ducuing J., Pershan P. Phys. rev., **127**, 1918, 1962.
2. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. ЖЭТФ, **43**, 351, 1962.
3. Kroleinman N. Phys. rev., **126**, 1977, 1962.
4. Bloembergen N., Pershan P. Phys. rev., **128**, 606, 1962.
5. Погорелова Э. В., Хохлов Р. В. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 5, 1962.
6. Страттон Дж. Теория электромагнетизма. Гостехиздат, М., 1948, стр. 212.
7. Terhune R., Maker P., Savage S. Phys. rev. Lett., **8**, No. 10, 1962.
8. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики. Изд-во АН СССР, 1964.

Поступила в редакцию
4.11 1963 г.

Кафедра
радиотехники