

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 1 — 1965

В. И. КАНАВЕЦ

УСИЛЕНИЕ СТОЯЧИХ ВОЛН В ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ НА ВЫХОДЕ ЛБВ

Рассмотрена группировка электронов в лампе с бегущей волной (ЛБВ) и пространстве дрейфа на ее выходе. Предполагается, что ЛБВ работает в режиме заданного поля бегущей волны. Расчет проведен на электронной вычислительной машине при использовании дисковой модели потока.

Показано, что в дрейфующем пучке имеет место параметрическое взаимодействие стоячих волн гармонических компонентов, приводящее к усилению высших гармоник, а также к обмену энергией между ними. На эффект оказывает большое влияние наличие ускоряющей разности потенциалов, приложенной между спиралью ЛБВ и цилиндром дрейфа.

Введение

При экспериментальном изучении изменения амплитуд высших гармонических компонентов вдоль дрейфующего электронного потока, промодулированного в ЛБВ, наблюдалась картина усиления плазменных стоячих волн этих компонентов [1]. Эффект наблюдался в режиме больших сигналов, который характерен тем, что усиление ЛБВ практически отсутствует. В режиме малых сигналов стоячие волны не наблюдались. В этом случае в дрейфующем потоке распространяются одни медленные волны и происходит их параметрическое усиление [1, 2]. Стоячие волны, появляющиеся в режиме больших сигналов, усиливаются, если пучок достаточно узок, т. е. если его поперечные размеры меньше длины волны усиливаемых колебаний. Известно, что в ЛБВ пучок приобретает модуляции по току и скорости. Из факта существования стоячих волн следует, что модуляция по скорости более значительна. Эффект усиления стоячих волн гармонических компонентов в пучке, промодулированном по скорости между сетками резонатора клистрона, описан в литературе [3].

Усиление происходит только в узких пучках. Для объяснения эффекта были использованы результаты расчета группировки электронов в клистроне, проведенного в рамках дисковой модели потока [4]. Усиление высших гармоник объясняется параметрическим взаимодействием, причем накачкой служит стоячая волна основной частоты. Аналитическое исследование усиления стоячих волн, основанное на решении гидродинамического уравнения с точностью до членов второго и третьего порядка малости, дано в работах [5, 6], где оно также объясняется параметрическим взаимодействием.

Ниже дается теоретический анализ усиления стоячих волн в дрейфующем пучке на выходе ЛБВ. Для этого изучается группировка электронов в ЛБВ и пространстве дрейфа. Находятся траектории электронов. Знание траекторий позволяет определить зависимость тока луча от координаты и изменение тока во времени. Гармоники тока находятся при разложении в ряд Фурье. В соответствии с характером эксперимента [1] для упрощения анализа реальный режим работы ЛБВ заменяется режимом заданного поля спирали, причем заданного поля постоянной амплитуды. Поле задается в виде бегущей волны, поскольку учет отраженной волны дает небольшие поправки к амплитуде модуляций [7].

Исходные уравнения и метод решения в основном аналогичны использованному в работе [2]. Расчет проводится с привлечением дисковой модели.

§ 1. Группировка электронов в ЛБВ, работающей в режиме заданного поля

Предполагается, что поле спирали, заданное в виде бегущей волны постоянной амплитуды, не меняется в поперечном сечении луча. Предполагается далее, что электроны фокусируются достаточно большим продольным магнитным полем. Уравнение движения электронов под действием продольного в.ч. поля и при учете сил пространственного заряда имеет вид

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{e}{m_e} E_{z1} \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{u_0} z\right) - \frac{e}{m_e} E_{z2}, \quad (1)$$

где E_{z1} — амплитуда напряженности электрического поля спирали, E_{z2} — напряженность электрического поля пространственного заряда, u — фазовая скорость волны поля. Преобразование уравнения (1) к виду, удобному для численного интегрирования, подобно преобразованию, использованному в работе [2]. Некоторое отличие состоит в переходе к системе координат, движущейся вместе с полем. Вводятся безразмерные переменные: координата y и фаза Φ

$$y = C \frac{\omega}{u_0} z, \quad \Phi = \frac{\omega}{u_0} z - \omega t (\Phi_0, y), \quad (2)$$

где $\Phi_0 = \omega t_0$. Выражение для скорости электронов записываем в виде

$$\frac{dz}{dt} = u_0 (1 + 2Cq(\Phi_0, y)), \quad 2q = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \Phi'. \quad (3)$$

В новых переменных уравнение движения при $C \ll 1$ имеет вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = A_1 \sin \Phi - \frac{e}{m_e} E_{z2}. \quad (4)$$

Амплитуда A_1 может быть выражена через мощность сигнала ЛБВ при использовании формулы для параметра усиления C [8]

$$A_1 = \left(\frac{2P}{Cl_0 U_0} \right)^{1/2}, \quad U_0 = \frac{mv_0^2}{2e}. \quad (5)$$

Средняя скорость электронов v_0 и фазовая скорость волны поля u_0 связаны соотношением $b \equiv \frac{v_0 - u_0}{Cu_0}$, откуда $2q = b$ при $\frac{dz}{dt} = v_0$. При использовании выражения для E_{z2} [2] в рамках дисковой модели получим вы-

ражение

$$\frac{d^2\Phi_n(y)}{dy^2} = A \sin \Phi_n - \frac{\pi}{N} 4QC(k^2 + 1) \times$$

$$\times \sum_{i=-2N}^{2N} \exp \{-k |\Phi_{n+i}(y) - \Phi_n(y)|\} \operatorname{Sgn}[\Phi_{n+i}(y) - \Phi_n(y)], \quad (6)$$

$$\operatorname{Sgn}x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1, & x < 0. \end{cases}$$

Выполняется условие периодичности

$$\Phi_n(y) \pm 2\pi = \bar{\Phi}_{n \pm N}(y), \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (7)$$

N — число дисков на период. Параметры ЛБВ QC и k характеризуют величину и протяженность сил пространственного заряда (2) и связаны с плазменной частотой электронного пучка ω_p и его радиусом r_0 соотношением

$$QC = \frac{\omega_p^2}{4\omega^2 C^2 (k^2 + 1)}, \quad k = \frac{2}{\frac{\omega}{v_0} r_0}, \quad (8)$$

Уравнение движения (6) и уравнение непрерывности

$$I(\Phi, y) = I_0 \left| \frac{\Delta\Phi_0}{\Delta\Phi(\Phi, y)} \right|, \quad \Delta\Phi = \Phi_{n+1} - \Phi_n, \quad (9)$$

где $I(\Phi, y)$ — ток луча и I_0 — его постоянная составляющая, являются исходными уравнениями для решения задачи. Начальные условия взяты в сечении $y_1 = 0$. Считается, что при $y_1 = 0$ распределение фаз равномерное, а начальные скорости электронов одинаковы

$$\begin{cases} \Phi_n = \Phi_{n+1} + \frac{2\pi}{N}, \\ \Phi'_n = b. \end{cases} \quad (10)$$

Параметры ЛБВ можно вводить с точностью до постоянного множителя α . Если решение задачи получено при значении параметров $(QC)_0, k_0, b_0, A_{10}$ в масштабе y_0 , то результаты решения справедливы при следующих параметрах:

$$QC = \alpha(QC), \quad k = k_0, \quad b = \sqrt{\alpha} b_0, \quad A_1 = A_{10}, \quad (11)$$

$$y = \frac{y_0}{\sqrt{\alpha}}.$$

Плазменная частота ω_p является частотой плазменных колебаний бесконечно широкого потока. В потоке ограниченного радиуса частота плазменных колебаний на m -гармонике следующая:

$$\omega_{qm} = \rho_m \omega_p, \quad \rho_m = \left[1 + \left(\frac{k}{m} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (12)$$

Решение системы уравнений проведено на электронной вычислительной машине «Стрела». Использована дисковая модель с $N = 24$. Метод вычи-

сления описан в работе [2]. Расчет проведен в два этапа. Сначала находились траектории электронов в ЛБВ, затем изучалось дальнейшее движение электронов в пространстве дрейфа. В последнем случае в уравнении (6) полагалось $A_1=0$.

§ 2. Результаты расчета

При анализе результатов расчета группировки электронов в ЛБВ обнаружено, что в режиме заданного поля при не очень больших сигналах траектории электронов пульсируют с расстоянием не пересекаясь.

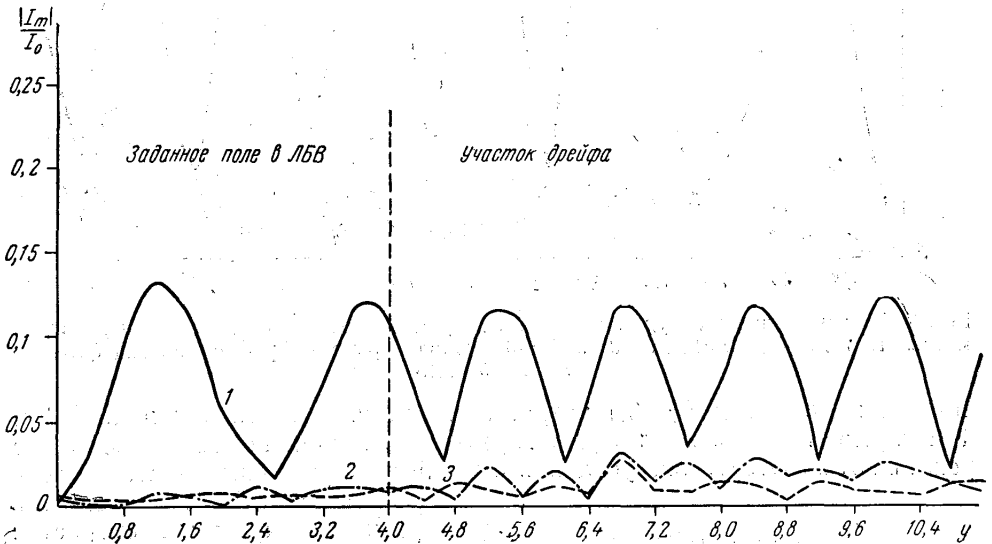


Рис. 1. Зависимость амплитуд гармоник с номерами $m=1, 2, 3$ от расстояния y . Параметры в ЛБВ $QC=1,5, k=2,5, b=0,15, A_1=0,4$. Параметры дрейфующего потока $QC=1,0, k=2,5$

Эта пульсация приводит к появлению стоячих волн тока вдоль пучка. При достаточно больших сигналах одни электроны догоняют другие, происходят пересечения траекторий. Если пересечения совершаются под достаточно большим углом (на плоскости Φ, y), то электроны движутся почти независимо друг от друга. Результаты расчета позволили сделать вывод о том, что для расчета процесса усиления стоячих волн следует взять значения A_1 порядка 1.

Рассмотрим результаты расчета при следующих параметрах ЛБВ: $QC=1,5, k=2,5, b=0,15$. Параметр $k=2,5$ относится к узкому пучку с небольшой дисперсией волн $p_1=0,37, p_2=0,63, p_3=0,77$. Расчет проведен в интервале от 0 до y_1 , где $y_1 \approx 4,0$. Такой интервал примерно соответствует электрической длине спирали ЛБВ экспериментальной лампы [1]. Если задано небольшое поле бегущей волны $A_1=0,2$, то в пространстве дрейфа наблюдается картина стоячих волн постоянной амплитуды.

Амплитуда основной волны $\frac{|I_1|}{I_0} \approx 0,07$, амплитуды второй и третьей гармоник на порядок меньше. При несколько большем заданном поле $A_1=0,4$ и $0,8$ пересечения траекторий отсутствуют. Наблюдаются их периодические сгущения и разрежения. Такое изменение траекторий приводит к существованию стоячих волн тока (рис. 1, 2). Амплитуды гармоник в минимумах не обращаются в нуль. Это означает, что имеют-

ся небольшие бегущие волны. Амплитуды стоячих волн гармоник возрастают вдоль потока. Амплитуда основной волны убывает. Усиление можно трактовать как параметрический эффект. Накачкой служит ос-

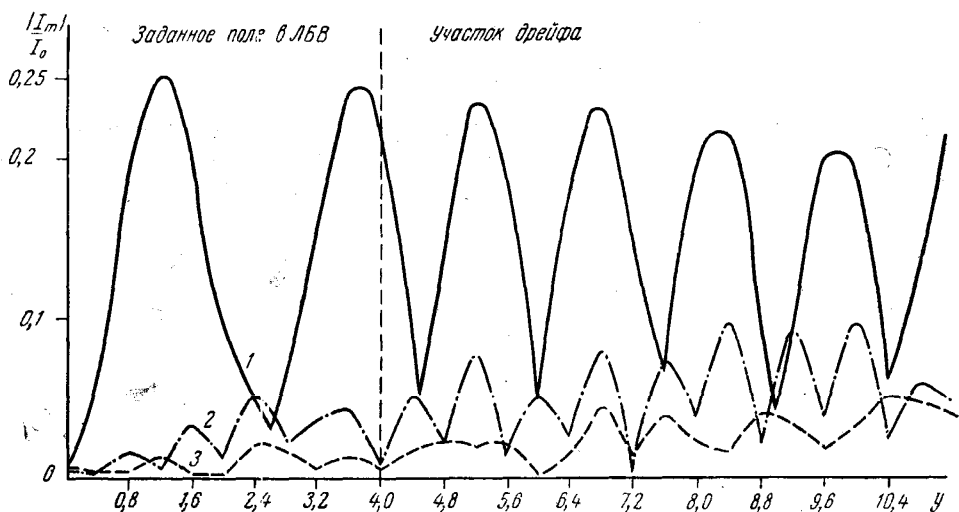


Рис. 2. Зависимости амплитуд гармоник с номерами $m=1, 2, 3$ от расстояния y . Параметры ЛБВ $QC=1,5, k=2,5, b=0,15, A_1=0,8$. Параметры дрейфующего потока $QC=1,0, k=2,5, b=0,15$

новная волна. При $A_1=0,4$ возрастают амплитуды стоячих волн 2-й и 3-й гармоник тока. Амплитуды гармоник больших номеров ($m>3$) не усиливаются. Отсутствие усиления с точки зрения параметрической теории

можно объяснить большой разностью фазовых скоростей основной волны и волн этих гармоник. При $A_1=0,8$ амплитуды стоячих волн более значительны. Наблюдается большее усиление стоячих волн гармоник $m=2$ и 3. Несколько возрастают также и гармонические компоненты $m>3$. С точки зрения параметрической теории это связано с тем, что при $A_1=0,8$ амплитуда накачки имеет большую величину. В случае $A_1=2,4$ сигнал в ЛБВ столь велик, что возникают пересечения траекторий. Гармонические компоненты тока достигают максимума вблизи области первого пересечения траекторий, находящегося внутри ЛБВ. При дальнейшем движении вдоль пучка амплитуды гармоник быстро убывают.

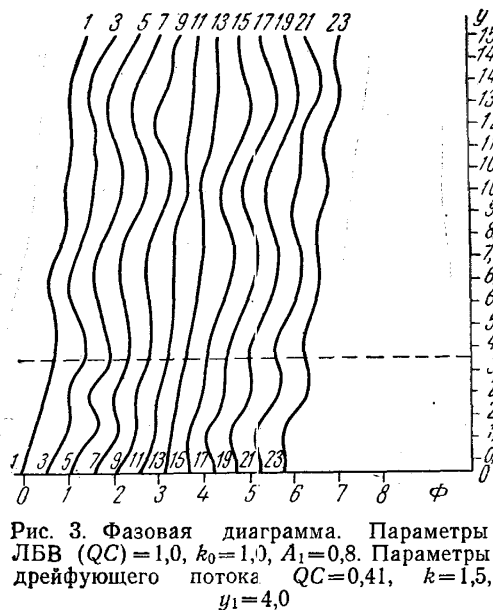


Рис. 3. Фазовая диаграмма. Параметры ЛБВ (QC) $=1,0, k_0=1,0, A_1=0,8$. Параметры дрейфующего потока $QC=0,41, k=1,5, y_1=4,0$

Рассмотрим влияние ускоряющего скачка потенциалов в промежуточной спирали — цилиндре дрейфа на процесс плазменного усиления в дрейфующем потоке. Предполагается, что до ускорения дисперсия ве-

лика и характеризуется параметром $k_0=1$. Рассмотрено два различных ускорения. В первом случае параметр ускоренного потока равен 1,5, во втором 2,5. Параметр пространственного заряда неускоренного потока $(QC)_0=1,0$, параметр $b_0=0,15$. Расчет проведен для ряда значений A_1 . В потоке, ускоренном в промежутке спираль—цилиндр дрейфа, изменяются величина и протяженность действия сил пространственного заряда. Кроме того, в потоке после прохождения скачка потенциала изменяется соотношение между постоянной и переменной составляющими скорости. Приведем формулы, позволяющие определить значения величин QC , k , Φ' в ускоренном потоке. Обозначим потенциал спирали U_0 , потенциал пространства дрейфа U . При условии $C \ll 1$ можно записать условие равенства кинетических потенциалов потока до ускорения V_{k0} и после ускорения V_{k1} .

$$V_{k0} = V_{k1}. \quad (13)$$

Из этого условия, учитывая (3), имеем значения Φ'_1 в ускоренном потоке, если до ускорения при y_1 $\Phi' = \Phi'_0$,

$$\Phi'_1 = \frac{U_0}{U} \Phi'_0. \quad (14)$$

Согласно выражению (8) находим соотношение для параметров

$$k = k_0 \sqrt{\frac{U}{U_0}}. \quad (15)$$

Параметр QC ускоренного потока находится по формуле

$$QC = (QC)_0 \frac{k_0^2 + 1}{k^2 + 1} \cdot \frac{k_0}{k}. \quad (16)$$

Для двух различных разностей потенциалов имеем

$$\frac{U}{U_0} = 2,25, \quad k = 1,5, \quad QC = 0,41,$$

$$\frac{U}{U_0} = 6,25, \quad k = 2,5, \quad QC = 0,11.$$

Приведем результаты расчета для случая $(QC)_0=1,0$, $k_0=1,0$, $A_1=0,8$ до ускорения и $QC=0,41$, $k=1,5$ после ускорения. На рис. 3 представлена фазовая диаграмма траекторий электронов, на рис. 4 — зависимость

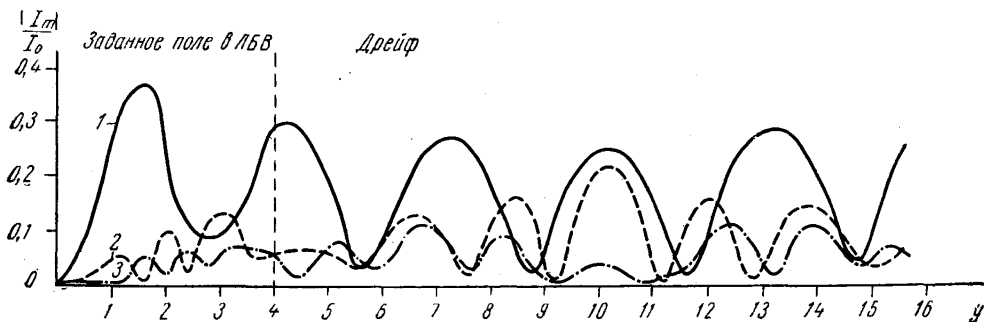


Рис. 4. Зависимость амплитуд гармоник с номерами $m=1, 2, 3$ от расстояния y . Параметры ЛБВ $(QC)_0=1,0$, $k_0=1,0$, $A_1=0,8$. Параметры дрейфующего потока $QC=0,41$, $k=1,5$, $y_1=4,0$

амплитуд гармоник от безразмерного расстояния y при $m=1, 2$. На рис. 5 приведена зависимость амплитуд гармоник от y в отсутствие скачка потенциалов при прежних значениях $QC=1,0, k=1,0, A_1=0,8$. Сравнение результатов, относящихся к ускоренному и неускоренному потоку, позволяет сделать вывод о том, что ускорение электронов, уменьшая вели-

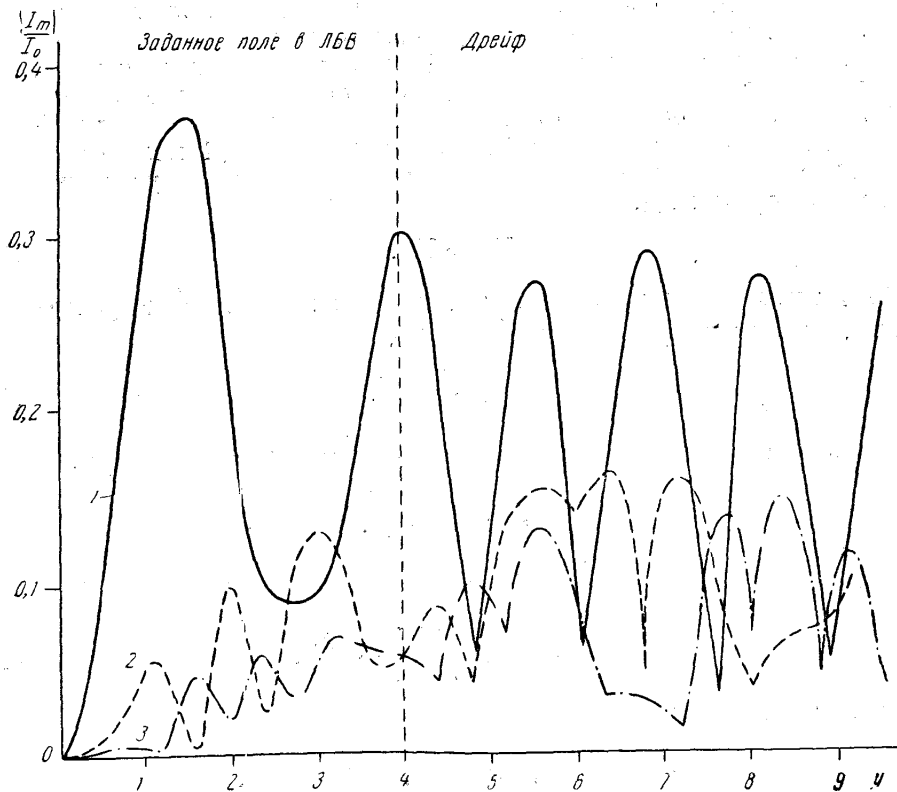


Рис. 5. Зависимости амплитуд гармоник с номерами $m=1, 2, 3$ от расстояния y . Параметры ЛБВ $QC=1,0, k=1,0, A_1=0,8$. Параметры дрейфующего потока $QC=1,0, k=1,0, y_1=4,0$

чину сил расталкивания и дисперсию волн, создает условия для значительного возрастания амплитуд высших гармонических компонентов. Наблюдаемая на рис. 4 периодическая перекачка энергии между различными стоячими волнами подобна процессу перекачки энергии между бегущими волнами [2].

При большом ускорении потока $\frac{U}{U_0} = 6,25$ картина усиления стоячих волн подобна описанной выше, однако сильно растянута вдоль оси y .

Выводы

В результате теоретического анализа группировки электронов установлено, что в некотором интервале значений сигнала на входе ЛБВ в пространстве дрейфа наблюдается взаимодействие стоячих волн высших гармонических компонентов. При определенном уровне сигнала взаимодействие приводит к параметрическому усилению стоячих волн. Накачкой является основная волна. При большем сигнале усиление достигает

насыщения и происходит обмен энергией между гармониками. При еще большем сигнале усиление может существовать только при наличии ускоряющей разности потенциалов между спиралью ЛБВ и цилиндром дрейфа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Канавец В. И. «Радиотехника и электроника», **6**, вып. 6, 954, 1961.
2. Канавец В. И., Каширин А. А. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физики, астрономии, № 1, 7, 1962.
3. Mihran T. G. J. Appl. Phys., **30**, 9, 1346, 1959.
4. Webber S. E. IRE Trans., **ED-5**, 2, 98, 1958.
5. Paschke F. R.C.A. Rev., **19**, 4, 617, 1958.
6. Paschke F. R.C.A. Rev., **22**, 1, 53, 1960.
7. Webber S. E. IRE Trans., **ED-6**, 4, 365, 1959.
8. Пирс Дж. Лампа с бегущей волной. «Советское радио», 1952.

Поступила в редакцию
21. I 1964 г.

Кафедра
радиотехники