Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1965

УДК 539.125.172

Ф. А. ЖИВОПИСЦЕВ, Н. П. ЮДИН

ЭФФЕКТЫ КОРРЕЛЯЦИЙ В ОСНОВНОМ СОСТОЯНИИ В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ

Исследуются эффекты корреляций в основном состоянии в ядерных реакциях. Показано, что учет «идущих назад» диаграмм Фейнмана может значительно уменьшить ширину коллективных состояний.

Введение

За последнее время в ряде работ [1, 2, 3] дискутируется вопрос о распадных характеристиках (ширинах) коллективных состояний типа частица—дырка в магических ядрах. Существенным недостатком этих работ является, однако, то обстоятельство, что с помощью развиваемых в них методов трудно учесть эффекты корреляций в основном состоянии («назад идущие» диаграммы Фейнмана). Между тем известно, что в ряде случаев (особенно в тяжелых ядрах) идущие назад диаграммы существенно сказываются на характеристиках коллективных состояний. В настоящей работе развивается на примере реакции рассеяния нуклона на дырочном ядре (магическое минус нуклон) метод свободный от этих недостатков.

Применение метода функций Грина к ядерным реакциям

S-матрица рассеяния определяется известным соотношением [4]

$$S_{\beta\alpha} = \langle \beta^{(-)} | \alpha^{(+)} \rangle, \tag{1}$$

где $|\beta^{(-)}\rangle$, $|\alpha^{(+)}\rangle$ удовлетворяют уравнениям Шредингера с $i\varepsilon$-добавками:

$$\begin{aligned} |\alpha^{(+)}\rangle &= \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{i\varepsilon}{E_\alpha - H + i\varepsilon} |\varphi_\alpha\rangle, \\ |\beta^{(-)}\rangle &= \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{-i\varepsilon}{E_\beta - H - i\varepsilon} |\varphi_\beta\rangle. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь H — полный гамильтониан системы, $|\varphi_\alpha\rangle$, $|\varphi_\beta\rangle$ — соответственно волновые функции входного и выходного каналов реакции

$$\begin{aligned} |\varphi_\alpha\rangle &= \int dx\, \psi^+(x) | A \rangle \varphi_\alpha(x), \\ |\varphi_\beta\rangle &= \int dx\, \psi^+(x) | A^* \rangle \varphi_\beta(x), \end{aligned} \tag{3}$$

где $x = (\bar{x}, \sigma)$; $H|A^*> = E_{A^*}|A^*>$; $|A^*>$ — возбужденное состояние конечного ядра, $|A>$ — вектор состояния ядра — мишени $(E_A = 0)$. Используя (1) и (2) для S-матрицы, получим окончательно

$$S_{\beta\alpha} = \lim_{\varepsilon,\varepsilon'\to 0}{}'\varepsilon\varepsilon' \int dx\,dx' \int\limits_{-\infty}^{0} dt' \int\limits_{0}^{\infty} dt \exp(iE_\beta t - \varepsilon t) \times$$

$$\times \exp(-iE_\alpha t' + \varepsilon' t')\,\varphi_\beta^*(x)\,G_{AA^*}(x, x', t - t')\,\varphi_\alpha(x'), \tag{4}$$

где $G_{AA^*}(x,x',t-t') = <A^*|T\{\tilde{\psi}(x,t)\tilde{\psi}^+(x',t')\}|A>$ и $\tilde{\psi}(x,t)$, $\tilde{\psi}^+(x',t')$—гейзенберговские операторы поглощения и рождения нуклонов.

Соотношение (4) устанавливает связь между S-матрицей рассеяния и функцией Грина $G_{AA^*}(x, x', t-t')$, в которой заключена вся информация о физических свойствах частиц, участвующих в реакции

$$A + n \to A^* + n'.$$

Соотношение типа (4) легко получить и для реакций (γ, n); (γ, p); $(\gamma, 2n)$; (γ, pn) и т. д. Например, для реакции (γ, n) имеем

$$S_{\gamma n} = \lim_{\varepsilon,\varepsilon'\to 0} \varepsilon\varepsilon' \int dx\,d\zeta \int\limits_{-\infty}^{0} dt' \int\limits_{0}^{\infty} dt \exp(iE_\beta t - \varepsilon t), \tag{5}$$

$$\exp(-iE_\alpha t' + \varepsilon' t')\,\varphi_\beta^*(x)\,G_{A^*\gamma}(x, \zeta, t - t')\,\varphi_\gamma(\zeta),$$

где $G_{A^*\gamma}(x, \zeta, t - t') = <A^*|T\{\tilde{\psi}(xt)\tilde{A}_\lambda(\zeta t')\}|A+1>$, $\tilde{A}_\lambda(\zeta, t')$—гейзенберговский оператор рождения γ-кванта.

Рассеяние нуклона на дырочном ядре

Если предположить, что состояния ядра A хорошо описываются согласно модели оболочек как «однодырочные» состояния

$$|A^*> = \int \psi(x)\,|A+1>\varphi_n^*(x)\,dx, \tag{6}$$

тогда для $S_{\beta\alpha}$ и $S_{\gamma n}$ из (4,5) получим

$$S_{\beta\alpha} = \lim_{\varepsilon\varepsilon'\to 0} \varepsilon\varepsilon' \int dx_1\,dx_2\,dx_1'\,dx_2' \int\limits_{-\infty}^{0} dt' \int\limits_{0}^{\infty} dt \exp(iE_\beta t - \varepsilon t) \times$$

$$\times \exp(-iE_\alpha t' + \varepsilon' t')\,\varphi_\beta(x_1 x_2)\,G(x_1 x_2 t;\ x_1' x_2' t')\,\varphi_\alpha(x_1' x_2'),$$

$$G[2] \equiv G(x_1 x_2 t;\ x_1' x_2' t') = <A+1|T\{\tilde{\psi}(x_1 t)\,\tilde{\psi}^+(x_2 t) \times$$

$$\times\,\tilde{\psi}(x_1' t')\,\tilde{\psi}^+(x_2' t')\}|A+1> \tag{7}$$

двухчастичная функция Грина с попарно совпадающими временными аргументами;

$$S_{\gamma n} = \lim_{\varepsilon\varepsilon'\to 0} \varepsilon\varepsilon' \int dx_1\,dx_2\,d\zeta \int\limits_{0}^{\infty} dt \int\limits_{-\infty}^{0} dt' \exp(iE_\beta t - \varepsilon t) \times$$

$$\times \exp(-iE_\gamma t' + \varepsilon' t')\,\varphi_\beta(x_1 x_2)\,G(x_1 x_2 t;\ \zeta t')\,\varphi_\gamma(\zeta), \tag{8}$$

$$G[1, \zeta] \equiv G(x_1 x_2 t;\ \zeta t') = <A+1|T\{\tilde{\psi}(x_1 t)\,\tilde{\psi}^+(x_2 t)\,\tilde{A}_\lambda(\zeta t')\}|A+1>$$

смешанная одночастичная функция Грина.

Формулы (7), (8) для S-матрицы получены без использования предположений о слабости взаимодействия и определенном механизме ядерного процесса. Единственным ограничивающим условием является предположение об одночастичном характере спектра возбуждения дырочного ядра A. Однако это предположение является вполне законным для ядер с конфигурациями нуклонов, близкими к заполненным оболочкам (B^{11}, C^{11}, N^{15}, F^{15}, Pb^{207} и т. д.). Задача нахождения S-матрицы свелась к решению уравнений для G[2] и G[1, ζ]. Для дальнейшего удобнее перейти к T-матрице, связанной с S-матрицей известным соотношением

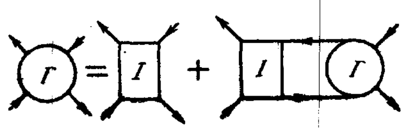
$$S_{\beta\alpha} = \delta_{\beta\alpha} - 2\pi i\,\delta(E_\beta - E_\alpha)\,T_{\beta\alpha}. \tag{9}$$

Из (7), (8) для $T_{\beta\alpha}$ получим

$$T_{\beta\alpha} = \langle \varphi_\beta | \Gamma(E_\alpha) | \varphi_\alpha \rangle, \tag{10}$$

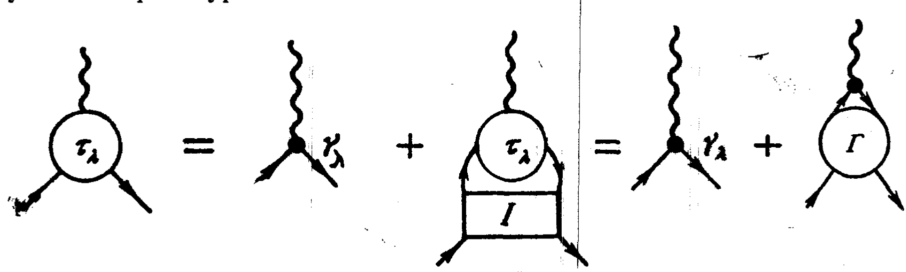
$$T_{\gamma n} = \langle \varphi_\beta | \tau_\lambda(E_\gamma) | \varphi_\gamma \rangle, \tag{11}$$

где Γ — вершинная часть, удовлетворяющая следующему графическому уравнению:



(12)

I — неприводимая вершинная часть; τ_λ — векторная вершина, которая удовлетворяет уравнению:



(13)

γ_λ — вершина невзаимодействующих частиц по отношению к полю γ-кванта.

В соотношениях (10) и (11) мы, как обычно, [1, 2] предполагаем, что I слабо зависит от времени. В связи с этим полная вершина будет зависеть только от одной временной переменной $\tau = t - t'$.

Качественное рассмотрение

Из уравнений (12) и (13) видно, что основной для нас интерес представляет вершинная часть $\Gamma(E)$. Пусть $\{|ph\rangle\}$ — полный набор волновых функций частиц (p) и дырок (h) оболочного гамильтониана H_0:

$$H_0 | ph \rangle = E_{ph} | ph \rangle; \quad E_{ph} = e_p + e_h, \tag{14}$$

где e_p и e_h — энергия частицы и дырки соответственно. Введем проекционные операторы P_d и P_c, выделяющие соответственно функции дискретного и непрерывного спектра гамильтониана H_0. Очевидно, что

$$P_c + P_d = 1. \tag{15}$$

С помощью этих операторов уравнение (12) для вершинной части представляется в виде

$$\Gamma = \Gamma^c + \frac{\Gamma^c P_d \Gamma^c}{K_d^{-1} - P_d \Gamma^c P_d + i\varepsilon}. \tag{16}$$

где

$$\Gamma^c = I + I \frac{P_c}{E - H_0 + i\varepsilon} \Gamma^c, \tag{17}$$

$$K_d^{-1} = P_d (G_1 G_2)^{-1} P_d. \tag{18}$$

Для дискретного спектра легко показать, что [5]

$$\begin{gathered} K_d(E) = -\frac{1}{2\pi i} \int G_1(e, p) G_2(E - e, h)\, de = \\ = \frac{\theta_+(p)\,\theta_-(h)}{E - E_p - E_h + i\varepsilon} - \frac{\theta_-(p)\,\theta_+(h)}{E - E_p - E_h - i\varepsilon}; \\ \theta_+(p) = \begin{cases} 0, & E_p < E_F, \\ 1, & E_p > E_F \end{cases}; \quad \theta_+(p) + \theta_-(h) = 1, \end{gathered} \tag{19}$$

E_F — энергия Ферми.

Если пренебречь вторыми членами в (19), то получится результат цитированных выше работ [1, 2, 3]. Второй член соответствует так называемым корреляциям в основном состоянии.

На языке диаграмм Фейнмана в обычных расчетах без учета корреляций учтены процессы следующего типа (см. рис. 1) (направление времени вверх).

При наличии корреляций в основном состоянии наряду с такими процессами возможны следующие процессы (см. рис. 2).

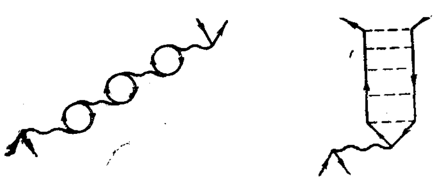


Рис. 1

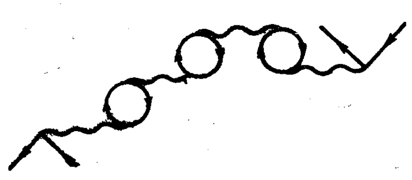


Рис. 2

В развиваемом формализме эти процессы учитываются единым образом. Полюса Фурье-образа вершинной части $\Gamma(E)$ определяют положение квазистационарных уровней и, следовательно, резонансы в сечении реакции.

Резонансные энергии находятся из уравнений:

$$\mathrm{Det}\,\{(E - E_{ph})\,\delta_{ph,p'h'} - \langle ph | \Gamma^c | p'h' \rangle\} = 0 \tag{20}$$

(без учета корреляций),

$$\mathrm{Det}\left\{\frac{E^2 - E_{ph}^2}{2E_{ph}}\,\delta_{ph,p'h'} - \langle ph | \Gamma^c | p'h' \rangle\right\} = 0 \tag{21}$$

(с учетом корреляций).

Величина Γ_c играет роль эффективного взаимодействия между частицей и дыркой и определяется непрерывным спектром. Физический смысл Γ_c легко понять из соотношения (10), откуда следует, что Γ_c является амплитудой рассеяния нуклона на дырочном ядре при высоких энергиях. Предполагается, что Γ_c слабо зависит от энергии в (20) и (21).

Приближенно решения уравнений (20) и (21) можно найти следующим образом. Недиагональные матричные элементы в (19) и (20) пропорциональны $\Gamma_c K_d$. Поскольку нас интересуют коллективные состояния, которые, как правило, отрываются по энергии от области расположения уровней «нулевого приближения» [6] (т. е. области энергии, в которой расположены учитываемые уровни гамильтониана H_0), то можно считать $\Gamma_c K_d \ll 1$.

Следовательно, мы можем ограничиться учетом только диагональных элементов определителей (20) и (21).

Имеем:

$$1 = \sum_{ph} \frac{< ph \,|\, \Gamma^c \,|\, ph >}{E - E_{ph} + i\varepsilon}; \tag{22}$$

$$1 = \sum_{ph} \frac{< ph \,|\, \Gamma^c \,|\, ph > 2E_{ph}}{E^2 - E_{ph}^2 + i\varepsilon}. \tag{23}$$

Предполагая, что $E_{ph} \simeq E_0$, получим для резонансной энергии $\overline{E}_c = E_c - i\Gamma_c$:

$$E'_c = E_0 + Re \sum_{ph} < ph \,|\, \Gamma^c \,|\, ph >; \tag{24}$$

$$\Gamma'_c = Im \sum_{ph} < ph \,|\, \Gamma^c \,|\, ph >;$$

и

$$E_c = \sqrt{E_0^2 + 2E_0 Re \sum_{ph} < ph \,|\, \Gamma^c \,|\, ph >}, \tag{25}$$

$$\Gamma_c = \frac{E_0}{E_c} Im \sum_{ph} < ph \,|\, \Gamma^c \,|\, ph >.$$

Из (25), (26) для двух вариантов теории получим

$$\frac{\Gamma'_c}{\Gamma_c} = \frac{E_c}{E_0} \geqslant 1. \tag{26}$$

Для тяжелых ядер $\frac{E_c}{E_0}$ может достигать значения ~ 2 (дипольный резонанс) [6]. Аналогичный результат получим для разделяющейся Γ^c. Таким образом, учет «идущих назад» диаграмм Фейнмана приводит к значительному уменьшению ширины коллективного уровня по сравнению с результатами, найденными без учета корреляций в основном состоянии. Для легких ядер $\frac{E_c}{E_0} \approx 1$, и, следовательно, эффекты указанных корреляций несущественны.

В заключение выражаем благодарность Ю. М. Широкову за постоянный интерес к работе и полезную дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Brown G. E., Evans J. A., Thouless D. J. Nuck Phys., 23, 1, 1961.
2. Thouless D. J. Nuck Phys., 22, 78, 1961.
3. Lemmer R. H. Phys. Left., 4, 205, 1963.
4. Gell-Mann M., Goldberger M. L. Phys. Rev., 91, 398, 1953.
5. Czyz. Acta Phys. Polon., 20, 737, 1961.
6. Балашов В. В., Шевченко В. Г., Юдин Н. П. ЖЭТФ, 41, 1929, 1961.

Поступила в редакцию
26. 12 1964 г.

НИИЯФ