

Р. В. ВЕДРИНСКИЙ, Н. Н. КОЛЕСНИКОВ

РАСЩЕПЛЕНИЕ ГИПЕРЯДЕР В КУЛОНОВСКОМ ПОЛЕ

Показывается, что при рассеянии легких гиперядер на тяжелых ядрах существенную роль может играть кулоновское расщепление. В случае H_{Δ}^3 сечение может достигать десятков барн. Обсуждается применимость различных приближений при расчете указанного процесса.

Легкие гиперядра являются слабо связанными системами и могут, подобно дейтрону, расщепляться в кулоновском поле. Особенно существенным этот эффект должен быть в случае H_{Δ}^3 , энергия связи которого аномально мала $B_{\Delta} = 0,2$ Мэв [1]. Напротив, расщепление H_{Δ}^4 , He_{Δ}^4 , He_{Δ}^5 (с $B_{\Delta} \sim 2 \div 3$ Мэв [1]) должно происходить слабо, подобно случаю дейтрона [2, 3]. Физически этот процесс аналогичен ионизации атомов [4, 11].

Для лучшего уяснения существа явления весьма полезным является квазиклассическое рассмотрение.

§ 1. Квазиклассическое рассмотрение

Как известно, при взаимодействии частицы с зарядом $Z_1 e$ и скоростью v с тяжелым кулоновским центром с зарядом Ze в случае $\frac{ZZ_1 e^2}{\hbar v} \gg 1$ рассмотрение можно проводить квазиклассически, вводя понятие траектории [4].

Будем считать, что распад гиперядра не происходит до тех пор, пока Δ -частице при движении гиперядра по данной траектории не будет сообщаться в системе центра масс энергия, равная B_{Δ} за характерное время $\tau = \frac{\hbar}{B_{\Delta}}$. Естественно, что передача энергии максимальна около точки поворота. Используя обычное параметрическое представление для траектории частицы в кулоновском поле [5], получаем для предельной траектории *

$$B_{\Delta} = \Delta E_{\Delta} = \frac{m_2 (\Delta v_{\Delta})^2}{2} = \frac{m_2 (\Delta v)^2}{2} = \frac{m_2}{2} \left(\frac{2vsh\xi}{\beta ch\xi + 1} \right)^2, \quad (1)$$

* Здесь и в дальнейшем пренебрегаем возможностью расщепления остова гиперядра ввиду малой вероятности этого процесса.

$$\tau = 2t = \frac{2Z \cdot Z_1 \cdot e^2}{Mv^3} (\beta \operatorname{sh} \xi + \xi),$$

где ξ — параметр; M , m_1 — соответственно массы гиперядра и гиперона $\Delta v_\Delta = \Delta v$ — изменение скорости гиперядра и гиперона в системе центра инерции,

$\beta = \sqrt{1 + \frac{M^2 v^4 a_0^2}{Z^2 Z_1^2 e^4}}$ — эксцентриситет траектории, a_0 — предельное прицельное расстояние, при котором начинается расщепление.

Численно для случая H_Δ^3 (1) дает

$$\beta \operatorname{sh} \xi + \xi = \frac{1050}{Z} \cdot p^3,$$

$$\beta \operatorname{ch} \xi + 1 = 10,5 \cdot p \operatorname{sh} \xi,$$

$$p = 10 \frac{v}{c}, \quad p^2 = \frac{E}{15},$$

где E — энергия H_Δ^3 в Мэв. Отсюда, исключая β , получаем

$$\frac{Z}{100} \cdot p \cdot \operatorname{sh} \xi \cdot \operatorname{th} \xi = p^3 - \frac{Z}{1050} (\xi - \operatorname{th} \xi).$$

Убедившись, что при любых Z и ξ

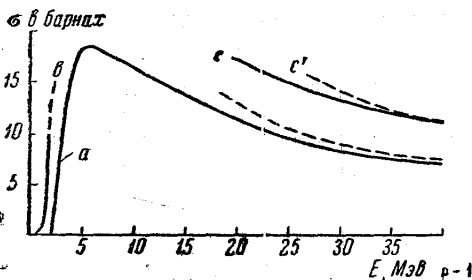
$$\frac{Z}{1050} |\xi - \operatorname{th} \xi| \ll \frac{2 \cdot Z^{1/2}}{100^{1/2}} (\operatorname{sh} \xi \cdot \operatorname{th} \xi)^{1/2},$$

находим

$$p^2 = \frac{Z}{100} \operatorname{sh} \xi \cdot \operatorname{th} \xi.$$

В результате для величины сечения кулоновского расщепления получаем

$$\sigma(Z, E) = \pi a_0^2 = \frac{1,63 \cdot Z^2}{E^2} \left\{ \frac{2,7 \cdot \sqrt{E} \cdot \sqrt{22,2 \left(\frac{E}{Z}\right)^2 + 6,7 \frac{E}{Z} \sqrt{11,1 \left(\frac{E}{Z}\right)^2 + 1} - 1}}{3,33 \frac{E}{Z} + \sqrt{11,1 \left(\frac{E}{Z}\right)^2 + 1}} - 1 \right\} 10^{-26} \text{см}^2. \quad (2)$$



Зависимость σ от E ($Z=47$): a — в соответствии с классической формулой (2), b — в соответствии с квантовомеханической формулой (11), c — в соответствии с формулой (17); c' — кривая, полученная в классическом случае в ударном приближении

Типичная форма $\sigma(E)$ приведена на графике (кривая a). Расщепление начинается при $E > 0,3 \sqrt{Z}$ Мэв ($Z \gg 1$), быстро достигает мак-

сумма и спадает, асимптотически приближаясь к величине

$$\sigma(EZ) = \frac{12 \cdot Z^2}{E} \cdot 10^{-26} \text{ см}^2.$$

Рассмотрим некоторые предельные случаи, для которых можно получить приближенные квантовомеханические решения.

§ 2. Случай малых энергий

Для расчета расщепления медленных гиперядер воспользуемся методом работы [2]. Чтобы лучше понять пределы применимости получаемых результатов, выведем основную формулу [2] методом работ [6, 7].

Запишем уравнение Шредингера для данного процесса, считая ядро, на котором происходит расщепление, бесконечно тяжелым

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 \right) \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + \left[\frac{Z \cdot Z_1 e^2}{r_1} + V_{12}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \right] \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = (E - B_\Lambda) \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2), \quad (3)$$

где $m_1, \vec{r}_1, m_2, \vec{r}_2$ — соответственно массы и радиусы-векторы остова гиперядра и гиперона, V_{12} — потенциал взаимодействия гиперона с остовом, E — кинетическая энергия гиперядра.

Разложим $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ по $\psi_i^-(\vec{r}_1)$, подчиняющимся уравнению

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta_1 + \frac{ZZ_1 e^2}{r_1} \right) \psi_i^-(\vec{r}_1) = E_i \psi_i^-(\vec{r}_1). \quad (4)$$

ψ^- , как обычно, для получения правильной асимптотики в расщеплении, содержит на бесконечности плоскую и сходящуюся волны [2], [8].

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_i C_i(\vec{r}_2) \psi_i^-(\vec{r}_1). \quad (5)$$

Подставляя (5) в (3) и учитывая (4), получаем

$$-\frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 C_i(\vec{r}_2) + \int \psi_i^{-*}(\vec{r}_1) V_{12}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d^3 r_1 = (E - E_i - B_\Lambda) C_i(\vec{r}_2). \quad (6)$$

Если вероятность распада гиперядра вдоль любой траектории — малая величина (что выполняется для энергий ниже кулоновского барьера для $H_\Lambda^4, He_\Lambda^4, He_\Lambda^5$ и для $E \ll 0,3 \sqrt{Z} \text{ Мэв}$ H_Λ^3), то хорошим приближением для $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ является

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi^+(\vec{\tau}) \phi(\vec{\rho}), \quad (7)$$

где $\psi^+(\vec{\tau})$ — волновая функция движения центра масс гиперядра, имеющая на бесконечности плоскую и расходящуюся волны ($\vec{\tau}$ — координата центра масс), $\phi(\vec{\rho})$ — функция относительного движения гиперона и остова в гиперядре ($\vec{\rho}$ — относительная координата).

Используя (7) и учитывая, что V_{12} — короткодействующий потенциал, из (6) получаем

$$-\frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 C_i(\vec{r}_2) - (E - E_i - B_\Lambda) C_i(\vec{r}_2) = -g \psi_i^{-*}(\vec{r}_2) \psi^+(\vec{r}_2). \quad (8)$$

Чтобы удовлетворить правильному поведению функции в нуле, необходимо [2, 6]:

$$g = 4\pi N \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi} \frac{\hbar^2}{2\mu}},$$

где

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 m_2}{M}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{2\mu B_\Lambda}{\hbar^2}},$$

N — безразмерная величина порядка единицы, учитывающая не нулевой радиус ядерных сил [2, 9].

Используя функцию Грина левой части уравнения, из (8) получаем

$$d\sigma = N^2 \frac{\alpha}{2\pi} \frac{m_2^2}{\mu^2} v_2 \left| \int e^{-i\vec{p}_2 \cdot \vec{r}} \psi_i^*(\vec{r}) \psi^+(\vec{r}) d^3 r \right|^2 p_1^2 dp_1 d\theta_1 d\theta_2, \quad (9)$$

где v_2 — скорость образовавшейся Λ -частицы, $\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$ — импульс остова после расщепления, $d\theta_1$ и $d\theta_2$ — телесные углы, в пределах которых наблюдается остов и гиперон.

Формула (9) при $m_1 = m_2$ совпадает с результатом [2, 10]. Дальнейшие вычисления аналогичны [2] с той разницей, что $m_1 \neq m_2$. Для дифференциального сечения расщепления получаем

$$d\sigma = \frac{M^{3/2}}{4m_1 m_2^{1/2}} \frac{2\pi^2 \hbar^2 N^2}{M B_\Lambda} \frac{B_\Lambda^2 (B_\Lambda \cdot E_2)^{1/2} dE_2 d\theta_1 d\theta_2 e^{-\beta E_2}}{\pi E \left(E + \frac{m_1}{m_2} B_\Lambda\right)^2 \left(\sqrt{\frac{M}{m_1}} E + \sqrt{E - B_\Lambda}\right)^2}, \quad (10)$$

где $\beta = \frac{ZZ_1 e^2}{\hbar^2} \left(\frac{M}{2E_\Lambda}\right)^{1/2}$, E_2 — энергия гиперона,

$$\Phi = \Phi_0 + E_2 \Phi_1 + E_2 \sin^2 \theta_2 \cdot \Phi_2 + \theta_1^2 \Phi_3 + \theta_1 \sqrt{E_2} \sin \theta_2 \cdot \cos \Phi_4,$$

$$\cos \theta_1 = -\frac{\vec{p}_1 \vec{p}}{p_1 p}; \quad \cos \theta_2 = \frac{\vec{p}_2 \vec{p}}{p_2 p}$$

(\vec{p} — импульс гиперядра), Φ — угол между плоскостями (\vec{p}, \vec{p}_1) и (\vec{p}, \vec{p}_2) ,

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{16B_\Lambda}{(E - B_\Lambda)} \frac{m_1}{M}} \arcsin \sqrt{\frac{MB_\Lambda}{m_2 E + m_1 B_\Lambda}} -$$

$$- 4 \sqrt{\frac{B_\Lambda}{E}} \arcsin \sqrt{\frac{m_1 B_\Lambda}{m_2 B_\Lambda + m_2 E}},$$

$$\Phi_1 = \frac{\sqrt{\frac{4B_\Lambda m_1}{M}}}{(E - B_\Lambda)^{3/2}} \arcsin \sqrt{\frac{MB_\Lambda}{m_1 B_\Lambda + m_2 E}} -$$

$$- \sqrt{\frac{m_1}{m_2} \frac{2B_\Lambda m_2 [m_2 E - (m_1 + 2m_2) B_\Lambda]}{(E - B_\Lambda)(m_1 B_\Lambda + m_2 E)^2}},$$

$$\Phi_2 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2} \frac{4B_\Lambda m_2^2}{(m_1 B_\Lambda + m_2 E)^2}},$$

$$\Phi_3 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \cdot B_\Lambda \cdot \left(\sqrt{\frac{M}{m_1}} \cdot E + \sqrt{E - B_\Lambda} \right)^{-2},$$

$$\Phi_4 = 4B_\Lambda \left(\sqrt{\frac{M}{m_1}} E + \sqrt{E - B_\Lambda} \right)^{-1} \left(E + \frac{m_1}{m_2} B_\Lambda \right)^{-1}.$$

При выводе формулы (9) и (10) были сделаны приближения, аналогичные работе [2], условия применимости которых $\beta\Phi_0 \gg 1$. Заметим, что последнее условие означает малую вероятность процесса, что соответствует области применимости формулы (10).

Интегрируя по углам и энергиям [2], получаем

$$\sigma(Z, E) = \left(\frac{\pi}{2} \right)^{3/2} \frac{\left(\frac{M}{2} \right)^{3/2}}{m_2 \cdot m_1^{1/2}} \cdot \frac{8N^2 \hbar^2}{MB_\Lambda} \beta^{1/2} B_\Lambda^{3/2} \cdot E^{-1} \left(E + \frac{m_1}{m_2} B_\Lambda \right)^{-1} \Phi_1^{-3/2} e^{-\beta\Phi_0}. \quad (11)$$

Приведем численные значения полного сечения (считая $N=1$).

1. Случай H_Λ^3 , $B_\Lambda = 0,2 \text{ Мэв}$ [1]

$$\sigma(Z, E) = \sqrt{Z} \cdot A(E) \cdot e^{-Zf(E)} \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$$

| | | | | | |
|--------|------|-------|-------|-------|-------|
| E | 0,4 | 0,8 | 1,2 | 1,6 | 2,0 |
| $A(E)$ | 0,14 | 0,77 | 1,6 | 7,6 | 3,7 |
| $f(E)$ | 0,7 | 0,145 | 0,057 | 0,031 | 0,019 |

2. Случай H_Λ^4 , He_Λ^4 , $B_\Lambda = 2,2 \text{ Мэв}$ [1]

$$\sigma(Z, E) = \sqrt{ZZ_1} A(E) e^{-ZZ_1 f(E)} \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$$

| | | | | |
|--------|-------|-------|------|-------|
| E | 4 | 6 | 8 | 10 |
| $A(E)$ | 0,255 | 0,843 | 1,62 | 2,4 |
| $f(E)$ | 0,353 | 0,135 | 0,07 | 0,046 |

Типичный случай $\sigma(E)$ приведен на графике (кривая b). Хорошо заметно, что при приближении к значению энергии $E=0,3 \sqrt{Z} \text{ Мэв}$ $\sigma(E)$ резко возрастает.

§ 3. Ударное приближение

В случае расщепления H_Λ^3 при энергиях выше максимума сечения возможна необычная ситуация, когда еще возможно квазиклассическое рассмотрение, но взаимодействие является существенно неадиабатическим, ударным. Последнее выполняется, когда

$$\tau = \frac{\hbar}{B_\Lambda} \gg t_0 = \frac{d}{v} \approx \frac{a}{v}, \quad (12)$$

где d — расстояние существенного взаимодействия частицы с кулоновским полем $d \approx a$ (a — прицельное расстояние), и

$$\frac{Ze^2}{m_1 v} \frac{a}{v}, \quad (13)$$

где m_1 — масса остова; r_0 — радиус гиперядра*.

* См. приложение.

Последнее условие означает малость смещения остова гиперядра под действием кулоновского поля за время пролета.

Для траекторий, где выполняются указанные условия, можно пользоваться приближением внезапного взаимодействия [12, 13]. В этом приближении для получения конечной волновой функции умножают

начальную на $e^{\frac{i\vec{p}\vec{r}_1}{\hbar}}$, где \vec{p} — переданный импульс, \vec{r}_1 — радиус-вектор остова.

Вероятность того, что частица не распадается

$$W = \left| \int |\Phi(\vec{\rho})|^2 e^{\frac{i\vec{p}\vec{r}_1}{\hbar}} d^3\rho \right|^2 = \left| \int |\Phi(\vec{\rho})|^2 e^{i\frac{m_2}{M} \frac{(\vec{p}\vec{\rho})}{\hbar}} d^3\rho \right|^2. \quad (14)$$

где

$$\Phi(\vec{\rho}) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{e^{-\alpha\rho}}{\rho}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{2\mu B_\Lambda}{\hbar^2}}.$$

Если предельный прицельный параметр, для которого выполняется (12),

$$a = \tau v \gg a_{\text{кл}} = \frac{Ze^2}{v} \sqrt{\frac{2m_2}{m_1 M B_\Lambda}}, \quad (15)$$

то траектории для которых выполняется ударное приближение, вносят основной вклад в сечение расщепления. Тогда для полного сечения получаем из (15)*

$$\sigma = \int_0^{\tau v} (1 - W) 2\pi a da = \int_0^{\tau v} \left\{ 1 - \left(\frac{\text{arc tg } x}{x} \right)^2 \right\} 2\pi a da,$$

где

$$x = \frac{m_2}{M} \frac{Ze^2}{av\hbar}.$$

Или

$$\sigma = \frac{\pi}{2} \frac{m_2}{m_1} \frac{Z^2 e^4}{E \cdot B_\Lambda} \int_{x_0}^{\infty} \frac{(x^2 - \text{arc tg}^2 x) dx}{x^5}, \quad (16)$$

где

$$x_0 = \frac{Ze^2}{\hbar c} \sqrt{\frac{m_2}{8m_1} \frac{B_\Lambda M c^2}{E^2}}.$$

Интегрируя в (16) численно до $x=0,2$ и учитывая, что в этой области интеграл с достаточной точностью совпадает со своей асимптотикой

$\frac{2}{3} \ln x$, получаем

* В условии (15) $a_{\text{кл}}$ получено из соображений, несколько отличных от § 1 и более соответствующих ударному характеру взаимодействия. Принято, что остов почти мгновенно получает энергию $\frac{p^2}{2m_1}$. Если энергия, которую он должен передать Λ -частице

$$\Delta E_\Lambda = \frac{m_2}{M} \frac{p^2}{2m} > B_\Lambda,$$

то происходит распад. Примечательна близость условий (14) и (15) (считая в (13)

$r_0 = \frac{\hbar}{\sqrt{2\mu B_\Lambda}}$. Из них следует $x_0 \ll 1$.

$$\sigma = \frac{\pi}{2} \frac{m_2}{m_1} \frac{Z^2 e^4}{EB_\Lambda} \left(1,3 - \frac{2}{3} \ln 1,8 \frac{Ze^2}{\hbar c} \sqrt{\frac{B_\Lambda M c^2}{E^2} \frac{m_2}{m_1}} \right) =$$

$$= \frac{13Z^2}{E} \ln 5,5 \sqrt{\frac{E}{Z}} \cdot 10^{-26} \text{ см}^2 \quad (17)$$

(где E выражено в $M\text{эВ}$).

Отметим хорошее согласие (17) с классической формулой

$$\sigma = \pi a_{\text{кл}}^2 = \pi \frac{m_2}{m_1} \frac{Z^2 e^4}{EB_\Lambda} = \frac{19Z^2}{E} \cdot 10^{-26} \text{ см}^2 \quad (E \text{ в } M\text{эВ}),$$

где $a_{\text{кл}}$ берется на основании оценки (15).

§ 4. Борновское приближение

При $\frac{ZZ_1 e^2}{\hbar v} \ll 1$ можно использовать борновское приближение. Расчет производится стандартным методом [12]. Сечение расщепления выражается формулой

$$d\sigma = \frac{2\pi}{\hbar^{10\nu}} (2\pi\hbar)^6 \left| \int \psi_0 V \psi_1^* d^3R d^3\tau d^3\rho \right|^2 \delta(E_0 - E_1) d^3k_3 d^3k_4 d^3k_p,$$

$$\psi_0 = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} e^{i\vec{k}_1\vec{R}} e^{i\vec{k}_2\vec{\tau}} \varphi_0(\vec{\rho}); \quad \psi_1 = \frac{e^{i\vec{k}_3\vec{R}}}{(2\pi\hbar)^3} e^{i\vec{k}_4\vec{\tau}} \varphi_1(\vec{\rho});$$

где $V = \frac{ZZ_1 e^2}{r_1}$; \vec{R} , $\vec{\tau}$, $\vec{\rho}$ — радиусы-векторы ядра, центра масс гиперядра и относительная координата гиперона и остова; \vec{k}_1 , \vec{k}_2 — волновые векторы ядра до и после рассеяния; \vec{k}_3 , \vec{k}_4 — волновые векторы центра масс гиперядра до и после рассеяния, \vec{k}_p — волновой вектор относительного движения освобожденных гиперона и остова, E_0 , E_1 — начальная и конечная энергии.

После интегрирования получаем обычную формулу [12]:

$$d\sigma = 8\pi \left(\frac{ZZ_1 e^2}{\hbar v} \right)^2 \frac{dq}{q^3} |I|^2 d^3k_p, \quad (18)$$

где

$$I = \int e^{-\frac{im_2}{M} \vec{q}\vec{\rho}} \varphi_0(\vec{\rho}) \varphi_1^*(\vec{\rho}) d^3\rho,$$

$$\vec{q} = \vec{k}_1 - \vec{k}_3 = -(\vec{k}_2 - \vec{k}_4).$$

Для вычисления I заметим, что $q_{\text{max}} \approx \frac{1}{R_0}$, где R_0 — сумма радиусов ядра и гиперядра. Отсюда $q\rho \frac{m_2}{M} < 1$. Поэтому

$$I \approx \int \left(1 - \frac{im_2}{M} \vec{q}\vec{\rho} \right) \varphi_0(\vec{\rho}) \varphi_1^*(\vec{\rho}) d^3\rho = -\frac{im_2}{M} \int \vec{q}\vec{\rho} \varphi_0(\vec{\rho}) \varphi_1^*(\vec{\rho}) d^3\rho. \quad (19)$$

Считая, что амплитуда p -волны, которая дает вклад в (19), при исследуемых энергиях относительного движения мала, вычисляем I [3]. Под-

ставляя полученное выражение в (18), получаем

$$d\sigma = \frac{8}{\pi} \left(\frac{ZZ_1 e^2}{\hbar v} \right)^2 \frac{dq}{q} \frac{\hbar^2 m_2}{m_1 M} \frac{\sqrt{B_\Lambda \varepsilon_1^3}}{(B_\Lambda + \varepsilon_1)^4} d\varepsilon_1 \cos^2 \theta d\theta,$$

где

$$\varepsilon_1 = \frac{\hbar^2 k_p^2}{2\mu}; \quad \cos \theta = \frac{\vec{q} \cdot \vec{k}_p}{q k_p}.$$

Интегрируя по углам θ и q , находим

$$d\sigma = \frac{32}{3} \left(\frac{ZZ_1 e^2}{\hbar v} \right)^2 \frac{\hbar^2 m_2}{m_1 M} \frac{\sqrt{B_\Lambda \varepsilon_1^3}}{(B_\Lambda + \varepsilon_1)^4} \ln \frac{\hbar v}{(B_\Lambda + \varepsilon_1) R_0} d\varepsilon_1, \quad (20)$$

где

$$\frac{\hbar v}{(B_\Lambda + \varepsilon_1) R_0} = \frac{q_1}{q_2}; \quad q_1 = \frac{1}{R_0}; \quad q_2 = \frac{B_\Lambda + \varepsilon_1}{\hbar v}. \quad [12]$$

При $m_1 = m_2$ (20) совпадает с результатом работы [3]. Интеграция по ε^1 производится от 0 до $(\varepsilon_1)_{\max}$, определяемого условием $\frac{\hbar v}{(B_\Lambda + \varepsilon_1) R_0} = 1$. В

случае $H_\Lambda^3: t = 1 + \frac{(\varepsilon_1)_{\max}}{B_\Lambda} \gg 1$ для области энергий, где реализуется борновское приближение ($Z \gg 1$). Основываясь на этом, будем интегрировать в (20) до бесконечности, а ошибку учтем в виде ряда по степеням t^{-1} . В результате получаем для полного сечения

$$\sigma = \frac{2\pi}{3} \left(\frac{Ze^2}{\hbar v} \right)^2 \frac{\hbar^2 m_2}{m_1 M B_\Lambda} \left\{ \ln \frac{\hbar v}{4R_0 B_\Lambda} + \frac{1}{6} + \frac{16}{\pi} \Delta \right\},$$

где

$$\Delta = t^{-3/2} \left\{ \frac{4}{9} - \frac{6}{25} t^{-1} + \frac{3}{98} t^{-2} + \dots \right\}.$$

§ 5. Обсуждение результатов

Из приведенного графика видно близкое совпадение сечений, подсчитанных разными методами, имеющими различные области применимости. Рассмотрим подробнее характер зависимости сечения от энергии. При малых энергиях, как видно из формулы (11), расщепление быстро ослабевает с уменьшением энергии и происходит наиболее интенсивно при нулевом параметре удара около точки поворота, экспоненциально ослабевая при отклонении параметров от оптимальных [2]. Отсюда следует, что Λ -частицы освобождаются с очень малой энергией, а получившиеся дейтроны рассеиваются назад. Полученный результат должен учитываться при интерпретации распадов низкоэнергетических H_Λ^3 , так как есть опасность перепутать распад гиперядра и свободной Λ -частицы, образовавшейся в результате кулоновского расщепления H_Λ^3 . Сечение расщепления H_Λ^3 даже при энергиях $E < 0,3 \sqrt{Z} \text{ Мэв}$ может быть достаточно большим, так что опасность указанной ошибки вполне реальна.

При $E > 0,3 \sqrt{Z} \text{ Мэв}$ сечение, как видно из (2) и графика, быстро растет и вскоре проходит через максимум, достигая весьма значительной величины. Высота этого максимума сильно зависит от Z . Так, в слу-

чае Ag $\sigma_{\max} = 20$ барн; в случае кислорода $\sigma_{\max} = 2$ барн. Из этого следует, что генерация H_{Λ}^3 может быть сильно ослаблена за счет расщепления H_{Λ}^3 в момент образования. Особенно существенным этот эффект должен быть в случае тяжелых ядер. Подобный процесс должен приводить к появлению низкоэнергетических Λ -частиц, получение которых в обычных условиях затруднительно.

Ход сечения расщепления гиперядер H_{Λ}^4 , He_{Λ}^4 , He_{Λ}^5 , аналогичен случаю H_{Λ}^3 , но величина сечения значительно меньше. Квазиклассическое рассмотрение в этом случае не представляет интереса, так как область полного расщепления весьма мала и попадает внутрь области действия ядерных сил. Поскольку H_{Λ}^4 , He_{Λ}^4 , He_{Λ}^5 тяжелее H_{Λ}^3 , они образуются с меньшими энергиями. С другой стороны, область низкоэнергетического приближения в случае этих ядер довольно велика. Она простирается до величин порядка кулоновского барьера ядра, на котором происходит расщепление. Отсюда ясно, что интерес представляет лишь приближение малых энергий, рассмотренное в § 1.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Обоснование ударного приближения

Запишем уравнение Шредингера, считая, что H_{Λ}^3 движется в переменном однородном электрическом поле $\vec{E}(t)$. Это возможно, если применимо квазиклассическое приближение, и траектория H_{Λ}^3 проходит на достаточном удалении от ядра

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 \right) \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + [e\vec{E}(t) \vec{r}_1 + V_{12}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)] \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial t}. \quad (21)$$

Перейдем в (21) к координатам центра масс \vec{r} и относительной $\vec{\rho}$. Разделяя переменные в полученном уравнении и исключая с помощью калибровочного преобразования возникающую при этом неопределенную функцию времени, получаем уравнение для относительного движения

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta_{\rho} \psi(\vec{\rho}) + \frac{em_2}{M} \vec{E}(t) \vec{\rho} \psi(\vec{\rho}) + V_{12}(\rho) \psi(\vec{\rho}) = i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{\rho})}{\partial t}. \quad (22)$$

Ищем решение (22) в виде

$$\psi(\vec{\rho}) = \sum_i C_i(t) \psi_i^-(\vec{\rho}) e^{-\frac{iE_i t}{\hbar}} e^{-\frac{i\vec{q}(t) \vec{\rho}}{\hbar}} e^{-\frac{i}{\hbar} \int \frac{q^2}{2\mu} dt}, \quad (23)$$

где $\vec{q}(t) = \frac{em_2}{M} \int \vec{E}(t) dt$, ψ_i^- — решение уравнения $-\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta_{\rho} \psi_i^- + V_{12} \psi_i^- = E_i \psi_i^-$,

содержащее на бесконечности плоскую и сходящуюся волны и нормированное на 1 в кубе периодичности.

Представляя (23) в (22), получаем уравнение

$$\frac{dC_i}{dt} = \sum_k \frac{\vec{q}(t)}{\mu} \int \psi_i^{-*}(\vec{\rho}) \vec{\nabla} \psi_k^-(\vec{\rho}) d^3 \rho e^{\frac{i(E_i - E_k)t}{\hbar}} C_k(t) \quad (24)$$

с начальными условиями $C_i(0) = \delta_{i0}$, где 0 обозначает связанное состояние.

Выясним, в каком случае выполняется ударное приближение, которое соответствует тому, что $C_i(t) = \delta_{i0}$. В первом приближении $C_i(t)$ убывают (вместе с $\int \psi_i^{-*}(\vec{\rho}) \vec{\nabla} \psi_0^-(\vec{\rho}) d^3 \rho$).

при $E_i > B_\Delta$, и, кроме того, вклад членов с большими E_i в (23) подавляется благодаря осциллирующему характеру $\psi_i^-(\vec{p}) e^{-\frac{iE_i t}{\hbar}}$. Из этого следует, что при $\frac{B_\Delta t}{\hbar} \ll 1$ экспонента в (24) играет малую роль и ею можно пренебречь. Решение полученного уравнения, удовлетворяющее начальным условиям, имеет вид

$$C_i(t) = \int \psi_i^*(\vec{p}) \psi_0 \left(\vec{p} + \int \frac{\vec{q}(t) dt}{\mu} \right) d^3 p. \quad (25)$$

Из (25) следует, что ударное приближение имеет место при $\int \frac{\vec{q}(t) dt}{\mu} \ll r_0$ (r_0 — радиус H_Δ^3) или $\frac{Ze^2}{m_1 a v} \frac{a}{v} \ll r_0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. James W. G. Nuovo. Cim. Suppl., 23, 285, 1962.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. ЖЭТФ, 18, 750, 1948.
3. Dancoff S. M. Phys. Rev., 72, 1017, 1947.
4. Бор Н. Прохождение атомных частиц через вещество. ИЛ, М., 1950.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. Физматгиз, М., 1958.
6. Тер-Мартirosян К. А. ЖЭТФ, 29, 713, 1955.
7. Ситенко А. Г. ЖЭТФ, 31, 636, 1956.
8. Зоммерфельд А. Строение атома и спектры, т. 2. ГИТТЛ, М., 1956.
9. Смородинский Я. А. ДАН СССР, 60, 217, 1948.
10. Ахиезер А. И., Померанчук И. Л. Некоторые вопросы теории ядра. ГИТТЛ, М. — Л., 1950.
11. Бете Г. Квантовая механика простейших систем. ОНТИ, М. — Л., 1935.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Физматгиз, М., 1963.
13. Шифф Л. Квантовая механика. ИЛ, М., 1959.

Поступила в редакцию
25. 4 1964 г.

Кафедра
квантовой теории