Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1965

УДК 539.124.175

Т. А. СЕМЕНОВА

ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА—ЧЕРЕНКОВА В СРЕДЕ С ДВУМЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ГРАНИЦАМИ РАЗДЕЛА

Получены дисперсионное уравнение и выражение для потерь энергии электроном, летящим по каналу в цилиндрическом диэлектрическом стержне. Найдены собственные частоты излучателей, имеющих большую диэлектрическую проницаемость и заданные геометрические размеры, и распределение мощности излучения по спектру. Полученные таблицы собственных частот позволяют определить степень близости системы к резонансной. Излучатели с нерезонансными свойствами, дающие почти непрерывный спектр, могут быть использованы для измерения больших ε на СВЧ.

Последние годы (1950—1963 гг.) в связи с попытками применить эффект Вавилова — Черенкова для создания генераторов миллиметровых и субмиллиметровых волн появился ряд работ, в которых исследуется излучение точечного заряда в ограниченных средах или излучение пространственного ограниченного тока в бесконечных средах. Необходимость постановки таких задач обусловлена тем, что размеры черенковских излучателей при переходе от оптического диапазона к диапазону СВЧ становятся сравнимыми с длиной волны излучения. Следовательно, наличие границ раздела между средами с различными ε и форма этих границ начинают играть принципиальную роль. Подробно рассматривать все имеющиеся работы не представляется возможным, отметим только некоторые из них.

Первая задача такого рода была решена в 1947 г. Гинзбургом [1], рассматривавшим движение заряда по каналу в безграничной среде. Спектр излучения заряда остается непрерывным, но распределение мощности в спектре меняется. При $\lambda \ll r$, где r — радиус канала, наличие канала не влияет на мощность излучения в бесконечной среде. При $\lambda \approx r$ мощность заметно убывает и при $\lambda \ll r$ стремится к нулю.

Излучение заряда, летящего по каналу в диэлектрике, частично заполняющем волновод, рассчитано Абелем [2] и Ломизе [3]. Полученное в [3] дисперсионное уравнение позволяет непосредственно рассчитывать геометрические размеры как широкодиапазонных, так и узкополосных излучателей.

В [4] подробно рассмотрено излучение одиночного электрона в системе, состоящей из двух сред, разделенных цилиндрической поверхностью. Задача решена для трех случаев:

1. Условия излучения выполнены только во внешней, бесконечной среде; это соответствует случаю, рассмотренному в [1].

2. Условия излучения выполнены в обеих средах; при этом, подбирая параметры сред, можно добиться интенсивного излучения в узком спектральном интервале.

3. Излучение возможно только в канале, а во внешней среде условия излучения не выполнены. В этом случае спектр излучения дискретен.

В настоящей работе рассмотрена несколько более сложная задача: о трех средах с двумя цилиндрическими границами раздела. Указанная задача возникает в связи с тем, что в эксперименте обычно используют диэлектрик с каналом, помещенный во внешнюю среду.

Аналогичные расчеты для сгруппированного пучка электронов, движущегося внутри диэлектрической трубки, проведены в работе [5]. В этой же работе приведены кривые энергетических потерь заряда в системе с малой диэлектрической проницаемостью ($\varepsilon \approx 6$).

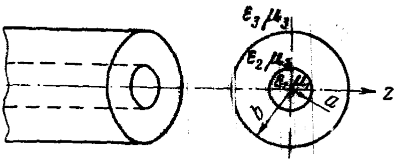

Рис. 1.

Излучение Черенкова в диэлектрическом цилиндре

Пусть волновод заполнен средой ε_2, μ_2, канал — средой ε_1, μ_1, а внешнее пространство имеет характеристики ε_3, μ_3, где ε_i — диэлектрическая проницаемость i-той среды, а μ_i — ее магнитная проницаемость (рис. 1). Среды считаем изотропными и прозрачными.

Введем цилиндрическую систему координат r, φ, z и рассмотрим излучение точечного заряда q, движущегося по оси канала со скоростью v.

Решение задачи

Поскольку задача аксиально симметрична, векторный $(\vec{A})$ и скалярный (φ) потенциалы связаны соотношением

$$\vec{A} = \frac{\vec{v}}{c} \varepsilon\mu\varphi. \tag{1}$$

Поэтому достаточно решить только одно уравнение

$$\varepsilon\left(\Delta\varphi - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}\right) = -4\pi q\delta(z - vt)$$

для скалярного потенциала (см. [4]).

Представим φ [4] в виде

$$\varphi(r, z - vt) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\frac{\omega}{v}(z - vt)} \Phi(\omega, r)\, d\omega. \tag{2}$$

Тогда для искомой функции $\Phi(\omega, r)$ получаем уравнение Бесселя

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\omega^2}{v^2}(1 - \varepsilon\mu\beta^2)\right]\Phi(\omega, r) = -\frac{q}{\pi\varepsilon v}\cdot\frac{\delta(r)}{r}, \tag{3}$$

решение которого имеет вид

$$\Phi(\omega, r) = \begin{cases} \dfrac{q}{\pi\varepsilon_1 v}\left[K_0\left(\dfrac{\omega r}{v}\sqrt{1-\varepsilon_1\mu_1\beta^2}\right)+\alpha I_0\left(\dfrac{\omega r}{v}\sqrt{1-\varepsilon_1\mu_1\beta^2}\right)\right] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{при } r<a \\ \dfrac{q}{\pi\varepsilon_2 v}\left[\eta K_0\left(\dfrac{\omega r}{v}\sqrt{1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2}\right)+\gamma I_0\left(\dfrac{\omega r}{v}\sqrt{1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2}\right)\right] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{при } a<r<b \\ \dfrac{q}{\pi\varepsilon_3 v}\left[\xi K_0\left(\dfrac{\omega r}{v}\sqrt{1-\varepsilon_3\mu_3\beta^2}\right)+\zeta I_0\left(\dfrac{\omega r}{v}\sqrt{1-\varepsilon_3\mu_3\beta^2}\right)\right] \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{при } r>b \end{cases} \tag{4}$$

Здесь K_0 — функция Макдональда, а I_0 — функция Бесселя мнимого аргумента.

Коэффициент при функции K_0 определяется правой частью уравнения (3). Коэффициент ζ в решении для внешней области следует положить равным нулю, так как функция I_0 экспоненциально возрастает с увеличением r.

Коэффициенты α, η, γ и ξ находятся из условий непрерывности полей на границах ($r=a$ и $r=b$)

$$\begin{cases} (1-\varepsilon_1\mu_1\beta^2)\,\Phi(\omega, a) = (1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2)\,\Phi(\omega, a) \\ \varepsilon_1 \left.\dfrac{\partial\Phi(\omega, r)}{\partial r}\right|_{r=a} = \varepsilon_2 \left.\dfrac{\partial\Phi(\omega, r)}{\partial r}\right|_{r=a} \\ (1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2)\,\Phi(\omega, b) = (1-\varepsilon_3\mu_3\beta^2)\,\Phi(\omega, b) \\ \varepsilon_2 \left.\dfrac{\partial\Phi(\omega, r)}{\partial r}\right|_{r=b} = \varepsilon_3 \left.\dfrac{\partial\Phi(\omega, r)}{\partial r}\right|_{r=b}. \end{cases} \tag{5}$$

Подставляя (4) в (5), получаем систему для определения α, η, γ, ξ. В дальнейшем нас будет интересовать коэффициент α, определяющий потери энергии частицы на излучение [7]. Из системы (5) находим α

$$\alpha = \frac{K_1(k_1a)(PS-RQ)+k_2T\,[K_1(k_2a)\,Q+I_1(k_2a)\,P]}{I_1(k_1a)(PS-RQ)}, \tag{6}$$

где

$$P(b) = k_3K_0(k_2b)\,K_1(k_3b) - k_2BK_0(k_3b)\,K_1(k_2b),$$

$$Q(b) = k_3I_0(k_2b)\,K_1(k_3b) + k_2BK_0(k_3b)\,I_1(k_2b),$$

$$R(a) = k_2I_0(k_1a)\,K_1(k_2a) + k_1CI_1(k_1a)\,K_0(k_2a),$$

$$S(a) = k_1CI_0(k_2a)\,I_1(k_1a) - k_2I_0(k_1a)\,I_1(k_2a),$$

$$T(a) = K_0(k_1a)\,I_1(k_1a) + I_0(k_1a)\,K_1(k_1a),$$

$$B = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3}\,\frac{1-\varepsilon_3\mu_3\beta^2}{1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2} = \frac{\varepsilon_2k_3^2}{\varepsilon_3k_2^2},$$

$$C = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\,\frac{1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2}{1-\varepsilon_1\mu_1\beta^2} = \frac{\varepsilon_1k_2^2}{\varepsilon_1k_1^2},$$

$$k_1 = \frac{\omega}{v}\sqrt{1-\varepsilon_1\mu_1\beta^2};\quad k_2 = \frac{\omega}{v}\sqrt{1-\varepsilon_2\mu_2\beta^2};\quad k_3 = \frac{\omega}{v}\sqrt{1-\varepsilon_3\mu_3\beta^2}.$$

Потери энергии

Потери энергии заряда на единицу длины пути равны тормозящей силе, действующей на заряд со стороны порожденного им поля [4]

$$\frac{dW}{dz} = qE_z \Big|_{\substack{z\to vt\\ r\to 0}} = \frac{2q^2}{\pi c^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \mu_1(\omega)\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_1\mu_1\beta^2}\right)[K_0(k_1 r_{\min}) +$$

$$+ \alpha I_0(k_1 r_{\min})]\, i\omega\, d\omega, \tag{7}$$

где $r_{\min}$ — минимальное расстояние до источника, при котором еще справедлива классическая электродинамика. Действительно, при $r_{\min}\to 0$ $K_0(k_1 r_{\min}) \to \infty$, интеграл расходится, и, следовательно, формула (7) теряет смысл.

Случай вакуум—среда—вакуум

Рассмотрим случай, когда условия излучения не выполняются в канале и во внешней среде, но выполнены внутри волновода, т. е.

$$k_1^2 > 0, \quad \varepsilon_1\mu_1\beta^2 < 1,$$

$$k_2^2 < 0, \quad \varepsilon_2\mu_2\beta^2 > 1,$$

$$k_3^2 > 0, \quad \varepsilon_3\mu_3\beta^2 < 1.$$

Тогда в [7] первое слагаемое можно опустить, так как при действительном аргументе $k_1 r_{\min}$ функция $K_0(k_1 r_{\min})$ вещественна и величина $iK_0(k_1 r_{\min})$ не дает вклада в действительную часть интеграла. Тем самым снимается расходимость интеграла, поэтому во втором слагаемом можно положить $r_{\min}=0$. При этом излучаемая мощность остается конечной.

Таким образом, для потерь энергии частицы в нашем случае получим

$$\frac{dW}{dz} = \frac{2q^2}{\pi c^2} \operatorname{Re} \int_{k_2^2<0} \mu_1\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_1\mu_1\beta^2}\right)\alpha(\omega)\, i\omega\, d\omega, \tag{8}$$

где интеграл берется по частотам, для которых выполнены условия излучения. Преобразуем α для этого случая. Заменяя функции Бесселя мнимого аргумента функциями действительного аргумента и вводя параметр

$$s_2 = ik_2 = \frac{\omega}{v}\sqrt{\varepsilon_2\mu_2\beta^2 - 1},$$

находим

$$\alpha(\Omega) = \frac{K_1(k_1 a)(\Omega\Phi - VZ) + s_2 T\,[VN_1(s_2 a) - \Omega J_1(s_2 a)]}{I_1(k_1 a)(\Omega\Phi - VZ)}. \tag{9}$$

Здесь введены новые обозначения:

$$V(b) = k_3 J_0(s_2 b) K_1(k_3 b) - s_2 B J_1(s_2 b) K_0(k_3 b),$$

$$\Omega(b) = k_3 N_0(s_2 b) K_1(k_3 b) - s_2 B N_1(s_2 b) K_0(k_3 b),$$

$$\Phi(a) = s_2 I_0(k_1 a) J_1(s_2 a) + k_1 C J_0(s_2 a) I_1(k_1 a),$$

$$Z(a) = s_2 I_0(k_1 a) N_1(s_2 a) + k_1 C I_1(k_1 a) N_0(s_2 a).$$

Дисперсионное уравнение. Величина $\alpha(\omega)$ в выражении (9) действительна, так как функции K и I от вещественного аргумента вещественны. Следовательно, потери энергии частицы (8) будут определяться только вычетами в полюсах подынтегрального выражения. Полюсы подынтегрального выражения определяются уравнением

$$F(\omega) = I_1(k_1 a)(\Omega\Phi - VZ) = 0 \tag{10}$$

или в развернутом виде

$$I_1(k_1a)\{[k_3N_0(s_2b)K_1(k_3b) - s_2BN_1(s_2b)K_0(k_3b)][s_2I_0(k_1a)J_1(s_2a) + k_1CJ_0(s_2a)I_1(k_1a)] - [k_3J_0(s_2b)K_1(k_3b) - s_2BJ_1(s_2b)K_0(k_3b)] \times [s_2I_0(k_1a)N_1(s_2a) + k_1CI_1(k_1a)N_0(s_2a)]\} = 0. \tag{10'}$$

Качественное исследование полученного дисперсионного уравнения позволяет сделать следующие выводы: собственные частоты системы зависят как от поперечных размеров стержня a и b, так и от электрических и магнитных свойств среды. Устремив к нулю радиус канала ($a \to 0$), получаем дисперсионное уравнение в виде

$$k_3J_0(s_2b)K_1(k_3b) + s_2BJ_1(s_2b)K_0(k_3b) = 0,$$

полученном непосредственно для стержня без канала в [4].

В случае достаточно большого внешнего радиуса b, такого, что $k^3b \gg 1$ и $s_2b \gg 1$, можно воспользоваться асимптотикой функций Бесселя. Тогда уравнение (10') переходит в уравнение типа

$$F(\omega) = \frac{e^{-k_3b}}{\varepsilon_1 b s_2}\sqrt{\frac{k_3}{s_2}}\, I_1(k_1a)\left\{\Phi(a)\left[s_3\varepsilon_1\sin\left(s_2b - \frac{\pi}{4}\right) - \varepsilon_2k_3\cos\left(s_2b - \frac{\pi}{4}\right)\right] - Z(a)\left[s_2\varepsilon_1\cos\left(s_2b - \frac{\pi}{4}\right) + \varepsilon_2k_3\sin\left(s_2b - \frac{\pi}{4}\right)\right]\right\} = 0. \tag{11}$$

Если среда ε_2, μ_2 безгранична, т. е. $b \to \infty$, то экспоненциальный множитель e^{-k_3b} перед скобкой оказывается преобладающим, и (11) можно записать в виде $I_1(k_1a) = \frac{0}{0}$, т. е. дисперсионное уравнение переходит в тождество, справедливое при всех значениях ω. Получаем сплошной спектр излучения, как и должно быть в безграничной среде. Таким образом, уже качественный анализ позволяет сделать некоторые выводы о зависимости спектра излучения от размеров стержня.

Потери энергии зарядом. Для упрощения расчетов предположим, что среды не имеют дисперсии, т. е. $\varepsilon = \varepsilon(\omega) = \text{const}$ и $\mu = \mu(\omega) = \text{const}$. Кроме того, считаем, что в среде нет никаких неоднородностей, т. е. будем рассматривать случаи невырожденных частот. Тогда дисперсионное уравнение не имеет кратных корней.

Подставляя выражение (9) для α в формулу (8) и беря полувычеты в полюсах подынтегрального выражения, находим потери энергии заряда на единицу длины пути:

$$\frac{dW}{dz} = -\frac{2q^2(\varepsilon_1\mu_1\beta^2 - 1)}{c^2\varepsilon_1\beta^2}\sum_s \frac{\omega_s^2 s_2 T[VN_1(s_2a) - \Omega(b)J_1(s_2a)]}{I_1(k_1a)[D\,ds_2^2 - s_2(Ll - Mm) - Nn]}\Bigg|_{\omega=\omega_s} \tag{12}$$

со следующими обозначениями:

$$D = J_1(s_2a)N_1(s_2b) - N_1(s_2a)J_1(s_2b),$$

$$L = J_1(s_2a)N_0(s_2b) - N_1(s_2a)J_0(s_2b),$$

$$M = J_0(s_2a)N_1(s_2b) - N_0(s_2a)J_1(s_2b),$$

$$N = J_0(s_2a)N_0(s_2b) - N_0(s_2a)J_0(s_2b),$$

$$d = k_3b(B-1)I_0(k_1a)K_1(k_3b) - k_1aB(1-C)I_1(k_1a)K_0(k_3b),$$

$$l = b(k_3^2 + s_2^2B)I_0(k_1a)K_0(k_3b) - k_1k_3a(1-C)I_1(k_1a)K_1(k_3b),$$

$$m = k_1k_3bC(B-1)I_1(k_1a)K_1(k_3b) - aB(s_2^2 + k_1^2C)I_0(k_1a)K_0(k_3b),$$

$$n = bk_1C(k_3^2 + s_2^2B)I_1(k_1a)K_0(k_3b) - k_3a(s_2^2 + k_1^2C)I_0(k_1a)K_1(k_3b).$$

Суммирование производится по всем частотам ω_s, для которых выполнены условия излучения.

Спектры некоторых излучателей с заданными параметрами

Приведенные выше расчеты были проведены в связи с экспериментальными исследованиями черенковских излучателей в диапазоне СВЧ [6]. Поэтому количественные результаты, о которых пойдет речь ниже, были получены для цилиндрического излучателя из керамики титаната кальция, имеющего следующие параметры:

$$a = 0{,}15 \text{ см}; \quad b = 0{,}70 \text{ см};$$

$$\varepsilon_2 = 150; \; \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Кроме того, исследовалось поведение спектра излучения и мощности в спектре при изменении геометрических размеров стержня и его диэлектрической проницаемости.

Скорость электронов в канале для всех расчетов принималась равной $v = 32{,}8 \cdot 10^8$ *см/сек*, что соответствует ускоряющему напряжению 3 *кв*. При этом напряжении обычно наблюдался максимум излучения [6].

Общий вид функции $F(\omega)$ (левой части дисперсионного уравнения) представлен на рис. 2. $F(\omega)$ очень быстро убывает с ростом частоты, поэтому для сокращения масштаба функция $F(\omega)$ приведена с дополнительным экспоненциальным множителем $e^{10{,}6\omega}$, который не влияет на положение нулей функции. Из рис. 2 видно, что нули функции, т. е. корни дисперсионного уравнения, располагаются эквидистантно.

Численное решение дисперсионного уравнения проводилось на электронной вычислительной машине «Стрела-4». Ниже приведены две таблицы корней.

Табл. 1 дает корни уравнения для двух различных значений диэлектрической проницаемости при прочих равных параметрах. Из взаимного расположения корней видно, что система с меньшим значением ε обладает более ярко выраженными резонансными свойствами. Действительно, корни уравнения (10) для $\varepsilon = 100$ лежат примерно в два раза дальше друг от друга, чем корни системы в случае $\varepsilon = 150$.

В табл. 2 помещены корни уравнения (10), вычисленные для $\varepsilon = 150$, но для различных значений радиусов стержня. Спектр излучения в этом случае сильно зависит от толщины диэлектрика $b - a$. В самом деле, если при $b-a=0{,}55$ *см* корни расположены достаточно близко друг к другу, то при $b-a=0{,}20$ *см* они разнесены уже очень далеко.

В табл. 2 приведены собственные частоты излучателя, имеющего вдвое меньший радиус канала ($a=0{,}075$ *см*). Здесь частоты также очень близки друг к другу. По существу этот случай мало отличается от первого ($a=0{,}15$ *см*, $b=0{,}70$ *см*), так как изменение толщины диэлектрика в этих двух примерах очень незначительно ($b-a=0{,}55$ *см* и $b-a=0{,}625$ *см*).

При вычислении корней, собранных в таблицах 1 и 2, использовались стандартные программы для функций Бесселя $J(x)$, $N(x)$, $I(x)$, $K(x)$, разработанные в МГУ для «Стрелы-4» [7]. Все полученные значе-

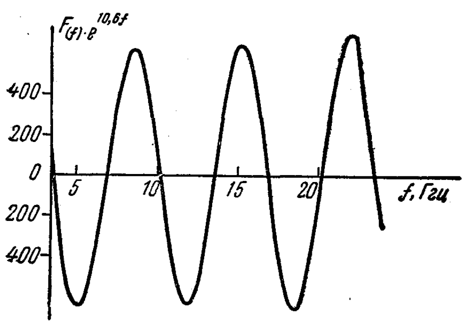

Рис. 2

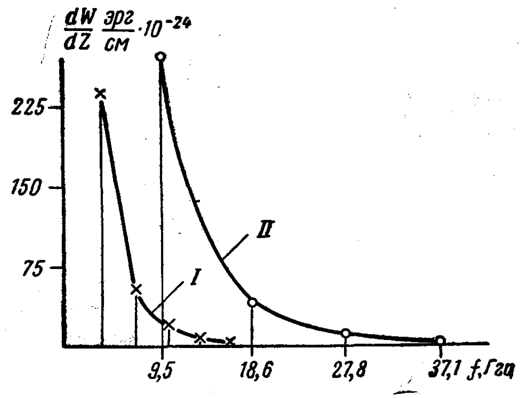

Рис. 3

ния корней не выходят за пределы диапазона длин волн (20÷0,6) *см*. Более высокие гармоники не рассматривались из-за ограниченных возможностей программ для вычисления функций Бесселя. А именно, при больших аргументах ($k_3b \geqslant 43{,}7$) значения функций $K_0(k_3b)$, $K_1(k_3b)$ становятся меньше $0{,}999\,999\,999 \cdot 10^{-20}$ — числа, являющегося машинным нулем «Стрелы». По этой же причине для $\varepsilon=100$ (табл. 1) получено всего четыре значения корней, так как при дальнейшем увеличении частоты аргумент k_3b превосходит 43,7.

Расчет излучаемой частицей мощности для каждой из собственных частот $f_s=\frac{\omega_s}{2\pi}$ проводился по формуле (12). Соответствующие графики мощности изображены на рис. 3, 4, 5.

Таблица 1

№ корня	f *гц* $\cdot 10^{-10}$	
	$\varepsilon=150$	$\varepsilon=100$
1	0,360693	0,733479
2	0,688428	1,39989
3	1,02075	2,07542
4	1,35449	2,75485
5	1,69009	—
6	2,02573	—
7	2,36177	—
8	2,69800	—
9	3,03432	—

Размеры стержня $a=0{,}15$ *см*, $b=0{,}70$ *см*.

На рис. 3 приведены огибающие спектра потерь энергии на единицу длины пути при $\varepsilon = 100$ и $\varepsilon = 150$. Кривая *II* ($\varepsilon = 100$) лежит выше кривой *I* ($\varepsilon = 150$) ($a = 0{,}15$ *см*, $b = 0{,}70$ *см*). Этого и следовало ожидать, имея в виду, что, при $\varepsilon = 100$, система имеет более выраженные резонансные свойства. Частоты расположены реже, и полные потери энергии частицы на том же диапазоне, что и при $\varepsilon = 150$, распределяются теперь между меньшим числом частот.

Аналогичный вид имеют и графики на рис. 5, построенные для одного и того же значения $\varepsilon = 150$, но при разных значениях внешнего

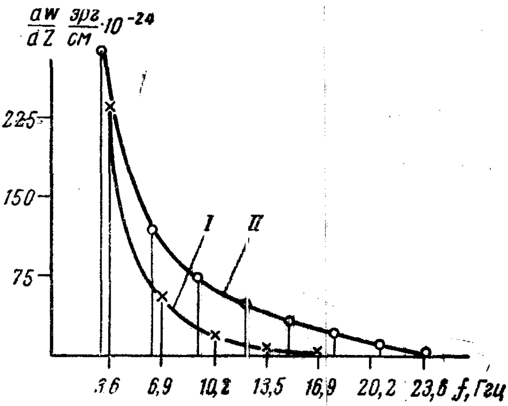

Рис. 4. *I* — $a = 0{,}150$ *см*, *II* — $a = 0{,}075$ *см*; $\varepsilon = 150$, $b = 0{,}70$ *см*

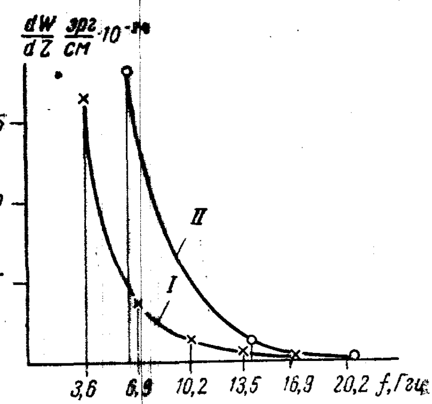

Рис. 5. *I* — $b = 0{,}70$ *см*, *II* — $b = 0{,}35$ *см*; $\varepsilon = 150$, $a = 0{,}15$ *см*

радиуса *b*. Кривая *II* лежит выше кривой *I* также в силу большей резонансности системы.

Оба графика дают спектральное распределение мощности для излучателей, имеющих одинаковый радиус канала $a = 0{,}15$ *см*, т. е. условия взаимодействия заряда с полем поверхностной волны внутри канала в этих двух примерах одинаковы. На рис. 4 изображено спектральное распределение мощности для излучателя, имеющего вдвое меньший радиус канала $a = 0{,}075$ *см* (кривая *II*). В этом случае электрон сильнее взаимодействует с полем поверхностной волны, поэтому, несмотря на меньшую резонансность системы (толщина диэлектрика, $b - a = 0{,}625$ *см*

Таблица 2

№ корня	f *гц* $\cdot 10^{-10}$		
	$b = 0{,}70$ *см* $a = 0{,}15$ *см*	$b = 0{,}35$ *см* $a = 0{,}15$ *см*	$b = 0{,}70$ *см* $a = 0{,}075$ *см*
1	0,360093	0,946909	0,332330
2	0,688428	1,86215	0,620231
3	1,02075	2,78422	0,910471
4	1,35449	3,70833	1,20268
5	1,69009	4,63324	1,49612
6	2,02573	5,55868	1,79036
7	2,36177	—	2,08511
8	2,69800	—	2,38023
9	3,03432	—	2,67560
10	—	—	2,97116

$\varepsilon = 150$

больше, чем в случае рис. 5, где $b-a=0{,}55$ *см* для кривой *I* и $b-a=0{,}20$ *см* для кривой *II*), кривая *II* на рис. 4 оказывается лежащей выше кривой *I*.

Спектральное распределение мощности излучения убывает с ростом частоты по экспоненциальному закону. Особенно хорошо это видно из рис. 6, где построены логарифмы огибающих мощности и приведена расчетная экспонента типа $\alpha e^{\beta f}$, где f — собственная частота системы. Константы α и β подбирались эмпирически по первым двум корням системы для кривой рис. 3. Остальные точки рассчитывались для каждого значения f по полученным константам α и β.

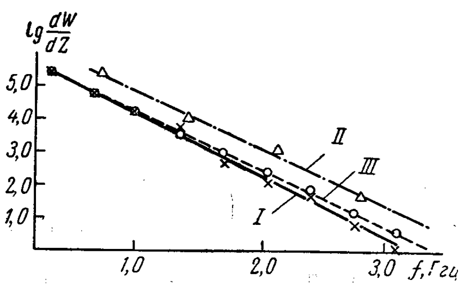

Рис. 6. I — $\varepsilon=150$, II — $\varepsilon=100$, III — $\lg(\alpha e^{-\beta f})$; $a=0{,}15$ *см*, $b=0{,}70$ *см*

Приведенные выше расчеты позволяют по заданным ε и геометрическим размерам излучателей определить, какие из систем наиболее близки к резонансным и какие дают почти непрерывный спектр излучения. В частности, система с параметрами $\varepsilon=0{,}15$ *см*, $b=0{,}70$ *см*, $\varepsilon=150$ имеет настолько близкие собственные частоты, что спектр ее можно практически считать сплошным. Излучатели со сплошным спектром могут быть использованы для измерения больших значений ε в миллиметровом диапазоне [6].

В заключение выражаю глубокую признательность своему научному руководителю И. И. Минаковой за постоянное внимание при выполнении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л. ДАН СССР, 56, вып. 2, 1947.
2. Абель М. Сб. «Миллиметровые и субмиллиметровые волны», М., ИЛ, 1959.
3. Ломизе Л. Г. «Радиотехника и электроника», 5, вып. 5, 1960.
4. Болотовский Б. М. «Успехи физических наук», 62, вып. 3, 1957; 75, вып. 2, 1961.
5. Бонч-Осмоловский А. Г. ЖТФ, 33, вып. 3, 1963.
6. Тарасов Б. Г. Сб. аспирантских работ, Казанский ун-т, 1962.
7. Волконская Т. Г., Жемчужникова Д. М., Жоголев Е. А., Котик И. П. Сб. «Вычислительные методы и программирование». Изд-во МГУ, 1962.

Поступила в редакцию
28. 3 1964 г.

Кафедра
физики колебаний