

Е. И. ВАСИЛЬЕВ, В. Б. МАГАЛИНСКИЙ

## РАСЧЕТ ВЕЛИЧИНЫ ОСЕДАНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ПЛАСТИНЫ КВАДРУПОЛЬНОГО УСИЛИТЕЛЯ

На основе решения обычных уравнений движения электрона в скрещенных полях определяются условия, при которых часть электронов из-за слишком большого увеличения орбит попадает на пластины квадрупольного усилителя.

Движение электронов в квадрупольном усилителе происходит, как известно, по траекториям, имеющим вид раскручивающихся спиралей.

При достаточно большой величине входного сигнала или при большом усилении орбиты отдельных электронов могут оказаться настолько велики, что эти электроны начнут попадать на электроды квадрупольного усилителя. Такое оседание электронов приведет к уменьшению тока в выходном устройстве и к снижению эффективности работы прибора. Ниже проводится определение относительного числа электронов, попадающих на пластины квадрупольного усилителя в зависимости от величины ряда параметров системы.

Движение электрона в квадрупольном усилителе (рис. 1) описывается с помощью обычных уравнений движения заряженных частиц в скрещенных электрическом и магнитном полях. (Магнитное поле  $H$  направлено вдоль оси системы)

$$\ddot{x} - \omega_c \dot{y} = f_x, \quad \ddot{y} + \omega_c \dot{x} = f_y, \quad (1)$$

где  $x, y$  — координаты электрона в плоскости, перпендикулярной к оси системы,  $\omega_c = \frac{eH}{m}$  — циклотронная частота.

Величины  $f_x$  и  $f_y$  в области I (входной резонатор) определяются амплитудой напряжения сигнала ( $V_s$ ) и частотой сигнала  $\omega = \omega_c$

$$f_x = \frac{eV_s}{md} \cos(\omega t + \psi_s), \quad f_y = 0, \quad (2)$$

где  $\frac{e}{m}$  — отношение заряда электрона к его массе,  $d$  — расстояние между пластинами конденсатора,  $\psi_s$  — фаза напряжения сигнала в момент влета электрона. В пространстве дрейфа (II)  $f_x \equiv 0, f_y \equiv 0$ . Поперечное

поле в пространстве накачки (III) имеет вид

$$\begin{aligned} f_x &= -\frac{2V_p}{a^2} x \cos(\omega_p t + 2\psi_p), \\ f_y &= \frac{2V_p}{a^2} y \cos(\omega_p t + 2\psi_p), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $V_p$  — амплитуда напряжения накачки,  $\omega_p$  — частота накачки,  $\psi_p$  — фаза поля накачки в момент влета электрона,  $a$  — геометрический параметр, характеризующий поперечные размеры квадрупольного конденсатора.

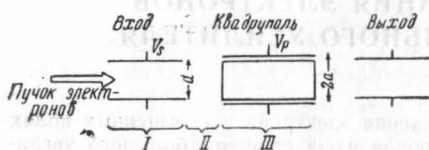


Рис. 1

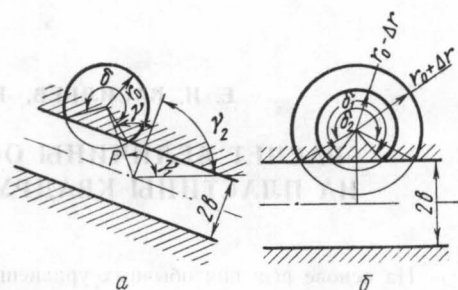


Рис. 2

Решая систему (1) с учетом (2) и (3) методом, использованным в [1], можно получить связь между координатами электрона на входе в систему и его координатами в последующие моменты времени. Движение электрона при этом происходит по раскручивающимся орбитам, причем при достаточно большом  $V_p$  (или достаточной длине  $l_p$ ) часть электронов будет попадать на пластины квадруполь.

Предположим, что все электроны пучка на входе в систему обладают одинаковыми радиусами ларморовских орбит  $r_0$ , а все направления радиусов векторов отдельных электронов в плоскости  $x, y$  равновероятны. Будем пренебрегать распределением центров орбит по сечению пучка, считая, что все они лежат на оси системы. Последнее предположение не может внести существенных ошибок в вопросе об оседании электронов, так как радиус пучка на входе в систему обычно много меньше, чем  $a$ .

Решая уравнения (1) для областей (I) и (II), можно получить соотношение, связывающее радиус и фазу электрона на входе в квадруполь ( $r_{p0}, \varphi_{p0}$ ) с начальным радиусом движения электрона  $r_0$ , в виде

$$r_{0p}^2 + 2r_{0p} p \cos(\varphi_{0p} - \gamma_1) + p^2 - r_0^2 = 0, \quad (4)$$

где

$$p = \frac{V_s t_1}{2d\omega_c}, \quad \gamma_1 = -\left[\omega_c(t_I + t_{II}) + \psi_s + \frac{\pi}{2}\right],$$

$t_I, t_{II}$  — время движения электрона в пространстве входного конденсатора и в пространстве дрейфа.

Выражение (4) можно рассматривать как функцию, определяющую распределение электронов по радиусам и скоростям на входе в квадруполь. Как известно, в координатах ( $r_{p0}, \varphi_{p0}$ ) (4) является уравнением окружности радиуса  $r_0$  с центром, смещенным на величину  $p$  от оси системы.

Для электронов, поступающих во входной конденсатор в последующие моменты времени,

$$\psi_s = \psi_{s0} + \omega_c t,$$

где  $\psi_{s0}$  — начальная фаза напряжения сигнала. При этом, как видно из (4), окружность радиуса  $r_0$  будет вращаться вокруг оси с угловой скоростью  $\omega_c$  (рис. 2).

Для области III система (1) дает связь между  $r_{p0}$ ,  $\varphi_{p0}$  и  $r_p$  ( $r_p$  — радиус-вектор электрона в некоторой точке пространства (III)) в виде

$$r_p^2 = r_{p0}^2 \operatorname{ch} 2\tau \left[ 1 + \operatorname{th} 2\tau \cos \left( 2\varphi_{p0} + 2\psi_p - \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (5)$$

где  $\tau = \frac{V_p}{a^2} \frac{t_{III}}{\omega_c}$ ,  $t_{III}$  — время движения электрона в пространстве III. Так как обычно  $\operatorname{th} 2\tau \approx 1$ , получим

$$r_p = \pm r_{p0} \sqrt{2 \operatorname{ch} 2\tau} \cos \left( \varphi_{p0} + \psi_p - \frac{\pi}{4} \right), \quad (6)$$

Электроны попадают на пластины квадруполья, если  $r_p > a$ . Таким образом, начало оседания определяется выражением

$$\frac{\pm b}{\cos(\varphi_{0p} - \gamma_2)} = r_{p0}, \quad (7)$$

где

$$b = \frac{a}{\sqrt{2 \operatorname{ch} 2\tau}}, \quad \gamma_2 = - \left( \psi_p - \frac{\pi}{4} \right).$$

Соотношение (7) определяет в полярных координатах ( $r_{p0}$ ,  $\varphi_{p0}$ ) две прямые, ориентированные определенным образом и проходящие на расстоянии  $b$  от центра (рис. 2, а), причем обе прямые вращаются вокруг оси системы с угловой скоростью  $\omega_c$ , так как  $\psi_p = \psi_{p0} + \omega_c t$  ( $\psi_{p0}$  — начальная фаза поля накачки).

Часть плоскости ( $r_{p0}$ ,  $\varphi_{p0}$ ), заключенная между прямыми (7), соответствует тем электронам ( $r_{p0}$ ,  $\varphi_{p0}$ ), которые пройдут через систему, так как для них после усиления  $r_p < a$ .

Величина разности начальных фаз сигнала и накачки определяется величиной

$$\gamma = \gamma_2 - \gamma_1 = \psi_{s0} - \psi_{p0} + \frac{5\pi}{4}. \quad (8)$$

Изменение  $\gamma$  при заданных  $V_s$  и  $V_p$  оказывает существенное влияние на величину оседания.

Пусть  $N_0$  — число электронов в некотором сечении пучка толщины  $dz$ , а  $N$  — число электронов, попадающих на пластины квадруполья. При этом  $N_0 \sim 2\pi r_0$ ,  $N \sim \varphi r_0$ , где  $\varphi$  — угол, определяющий дугу окружности (4), отсекаемую прямыми (7) и лежащую вне полосы шириной  $2b$ . Тогда отношение числа оседающих на пластины электронов к общему числу электронов равно

$$k = \frac{N}{N_0} = \frac{\varphi}{2\pi}. \quad (9)$$

Будем считать, что  $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$ . При этом, если  $\cos \gamma > \frac{r_0}{p}$ , то

$$k = 0, \quad b > (p \cos \gamma + r_0),$$

$$k = \frac{1}{\pi} \arccos \cos \left( \frac{b - p \cos \gamma}{r_0} \right), \quad (p \cos \gamma + r_0) > b > (p \cos \gamma - r_0),$$

$$k = 1, \quad b < (p \cos \gamma - r_0). \quad (10)$$

Если  $\cos \gamma < \frac{r_0}{p}$ , то:

$$k = 0, \quad b > (p \cos \gamma + r_0),$$

$$k = \frac{1}{\pi} \arccos \cos \left( \frac{b - p \cos \gamma}{r_0} \right), \quad (p \cos \gamma + r_0) > b > (p \cos \gamma - r_0),$$

$$k = \frac{1}{\pi} \left[ \arccos \cos \left( \frac{b - p \cos \gamma}{r_0} \right) + \arccos \cos \left( \frac{b + p \cos \gamma}{r_0} \right) \right],$$

$$b < (r_0 - p \cos \gamma). \quad (10')$$

На рис. 3, а показана зависимость  $k$  от величины  $b$  для различных значений  $\gamma$ . Как видно из (10), при  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  величина оседания не зависит от  $p$ , т. е. от амплитуды напряжения сигнала.

Выражения (10)–(10') определяют зависимость  $k$  от величины  $r_0$  ( $\sim$  шуму),  $p$  ( $\sim$  сигналу) и  $b$  ( $\sim \frac{1}{\sqrt{\text{ch } 2\tau}}$ ). На рис. 3, б показана зависимость  $k$  от  $\gamma$  ( $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$ ) для различных значений  $\frac{p}{r_0}$ . Для остальных значений  $\gamma$  величину  $k$  легко получить, имея в виду, что  $k(\pi - \gamma) = k(\gamma)$  и  $k(-\gamma) = k(\gamma)$ .

Из приведенного рисунка видно, что изменение  $\gamma$  сильно влияет на величину  $k$ . При  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  оседания электронов на пластины квадруполя нет или оно минимально. Однако следует иметь в виду, что при  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  большинство электронов поступает в квадруполь в самых неблагоприятных для усиления фазах и, следовательно, в этих условиях система не может работать как усилитель.

Наиболее сильное увеличение орбит электронов, а значит и максимальные усиления соответствуют углам  $\gamma$ , близким к нулю, т. е. тем углам, при которых оседание должно быть максимально.

Разброс поперечных скоростей электронов на входе в систему приводит к некоторому изменению величины  $k$ . Предположим, что разброс начальных скоростей электронов, а следовательно и их начальных радиусов, определяется П-образной функцией распределения, т. е. будем считать, что фазы всех электронов ( $\varphi_0$ ), как и раньше, равновероятны, а начальные радиусы ( $r_0$ ) равномерно распределены между значениями  $r_1 = r_0 + \Delta r$  и  $r_2 = r_0 - \Delta r$ . При этом для определения величины  $k$  следует вычислить отношение площади той части кольца, которая находится вне полосы шириной  $2b$ , к площади всего кольца с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ .

При этом для  $k$  получим (если  $r_1 < p \cos \gamma$ )  $k = 0, b > p \cos \gamma + r_1$ ,

$$k = \frac{1}{8\pi r_0 \Delta r} r_1^2 (\delta_1 - \sin \delta_1), \quad r_2 + p \cos \gamma < b < r_1 + p \cos \gamma,$$

$$K = \frac{1}{8\pi r_0 \Delta r} [r_1^2 (\delta_1 - \sin \delta_1) - r_2^2 (\delta_2 - \sin \delta_2)],$$

$$p \cos \gamma + r_2 < b < p \cos \gamma - r_2, \quad (11)$$

$$k = \frac{1}{8\pi r_0 \Delta r} [r_1^2 (\delta_1 - \sin \delta_1) - \pi r_2^2],$$

$$p \cos \gamma - r_1' < b < p \cos \gamma - r_2,$$

$$k = 1, \quad b < p \cos \gamma - r_1,$$
(11)

где

$$\cos \frac{\delta_1}{2} = \frac{b - p \cos \gamma}{r_1}, \quad \cos \frac{\delta_2}{2} = \frac{b - p \cos \gamma}{r_2}.$$

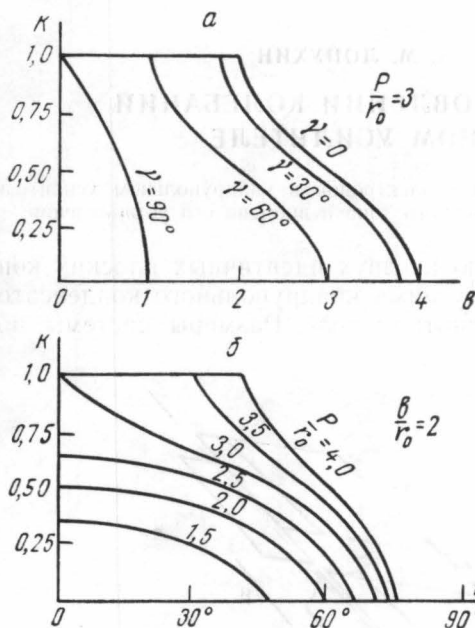


Рис. 4

На рис. 4 показана зависимость  $k$  от  $\tau$  для  $\gamma = 0$  и различных величин  $\frac{\Delta r}{r} = 0; 0,1; 0,2$ .

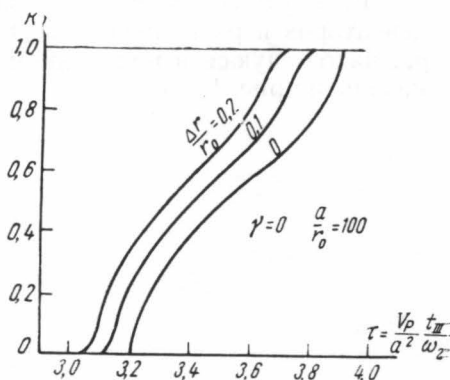


Рис. 3

Увеличение разброса скоростей приводит к небольшому смещению кривых в сторону меньших  $\tau$  и некоторому изменению их формы.

Использование кривых рис. 4 дает возможность корректировать величину  $\tau$  таким образом, чтобы ликвидировать известное оседание электронов ( $k < 1$ ), возникшее, например, из-за увеличения уровня сигнала ( $p$ ). Так, если на пластины квадруполя попадает примерно 30% всех проходящих электронов потока, то для прекращения оседания требуется изменение  $\tau$  (или  $V_p$ ) примерно на (4—5%).

В заключение выражаем благодарность профессору В. М. Лопухину за полезное обсуждение результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ванке В. А., Григоренко Л. П., Магалинский В. Б. «Радиотехника и электроника», 10, вып. 12, 2184, 1965.

Поступила в редакцию  
29. 6 1964 г.

Кафедра  
радиотехники