Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 1 — 1966

УДК 539.121.7

В. В. КОМАРОВ, ШТЕФАН МУСКАЛУ, А. М. ПОПОВА

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ НЕУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НУКЛОНОВ С ДЕЙТЕРОНАМИ

На основе точного интегрального уравнения для амплитуды взаимодействия трех нуклонов при малых энергиях [1, 2] получены простые формулы для дифференциального сечения неупругого взаимодействия нуклонов с дейтеронами.

Рассматривается случай тождественных бесспиновых частиц. Обобщение полученных результатов на случай реальных частиц может быть проведено с помощью метода, изложенного в работе [2].

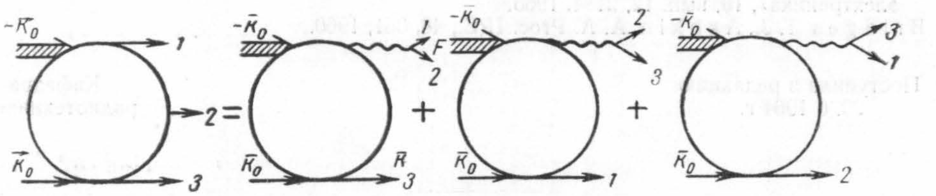

Рис. 1. Графическое представление амплитуды неупругого рассеяния нуклона на дейтероне в виде суммы трех амплитуд, отвечающих рассеянию каждой пары частиц в конечном состоянии

Как было показано в работах [3, 4], амплитуда неупругого взаимодействия нуклона на дейтероне в предположении, что существенны лишь парные силы, является суммой трех амплитуд (рис. 1), отвечающих взаимодействию одной возможной пары частиц в конечном состоянии. Каждую из этих амплитуд, например, амплитуду, соответствующую взаимодействию частиц *1* и *2* в конечном состоянии, можно представить в виде вкладов от бесконечного ряда нерелятивистских диаграмм теории возмущений (см. рис. 2).

Приведенный ряд диаграмм (рис. 2) может быть суммирован; полученное графическое изображение (рис. 3) позволяет получить интегральное уравнение для амплитуды рассеяния нуклона на дейтероне. На рисунках $\vec{k}_0$ обозначен импульс относительного движения нуклона и дейтерона до реакции, $\vec{f}$ — импульс относительного движения двух взаимодействующих в конечном состоянии нуклонов *1* и *2*, $\vec{k}$ — импульс нуклона *3* в системе центра масс.

В данных обозначениях указанную амплитуду рассматриваемой реакции, отвечающую взаимодействию частиц *1* и *2* в конечном состоянии и являющуюся в общем случае функцией четырех переменных, можно записать как функцию $A(\vec{k}_0;\ \vec{k},\ f)$ величины импульса нуклона *3*, угла вылета нуклона *3* — ϑ и углов вектора относительно направления вектора k_0 *.

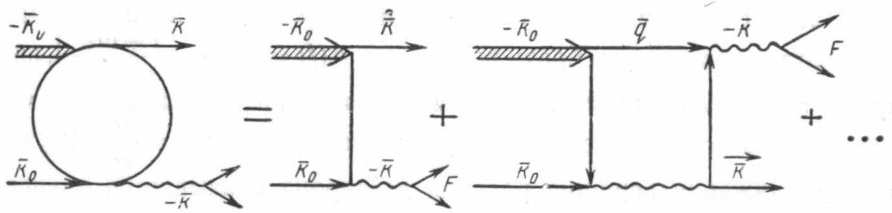

Рис. 2. Бесконечный ряд нерелятивистских диаграмм, соответствующих амплитуде неупругого рассеяния нуклона на нуклоне

Как было показано в работах [1—2], для амплитуды $A(\vec{k}_0;\ \vec{k},\ \vec{f})$ на основании графического уравнения рис. 3 можно записать интегральное уравнение вида

$$A(\vec{k}_0;\vec{k},\vec{f}) = A_0(\vec{k}_0;\vec{k},\vec{f}) + 8\pi \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} A(\vec{k}_0;\vec{q},\vec{k}'') \frac{a(\vec{f},\vec{f}',E)}{\left[\left(\frac{k}{2}+q\right)^2 - f^2\right]}, \qquad (1)$$

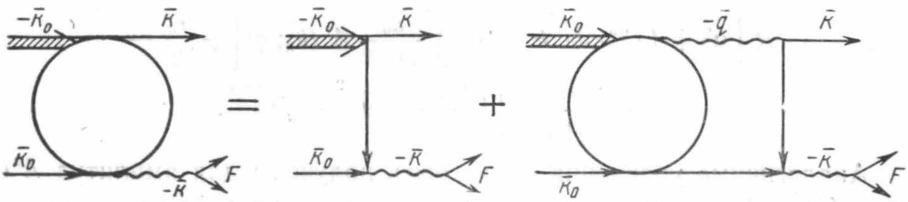

Рис. 3. Графическое уравнение для амплитуды рассеяния нуклона на нуклоне

где

$$A_0(\vec{k}_0;\vec{k},\vec{f}) = -\frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha_t \,\mathrm{Res}\, a^{\text{пол}}(\vec{f}'',E)}\,\frac{a(\vec{f}''_2,\vec{f},E)}{\left[\alpha_t^2+\left(\frac{k_0}{2}+k\right)^2\right]},$$

$a(\vec{f}''_1,\vec{f},E)$ и $a(\vec{f},\vec{f}',E)$ — обобщенные амплитуды рассеяния нуклона на нуклоне, взятые не на массовой поверхности; вектора $\vec{f}' = \left(\vec{q} - \frac{\vec{k}}{2}\right)$ и $\vec{f}'' = \left(\vec{k}_0 - \frac{\vec{k}}{2}\right)$ являются импульсами относительного движения нуклонов до рассеяния; вектор $\vec{f}$ — относительный импульс нуклонов после рассеяния, E — относительная энергия взаимодействующих частиц, равная в данном случае $\frac{f^2}{m}$. В выражении $A_0(\vec{k}_0;\vec{k},f)$ функция $G(\vec{f}'') = \sqrt{8\pi\alpha_t \mathrm{Res}\, a^{\text{пол}}(\vec{f}'',E)}$

* Значение вектора может быть определено из уравнения, полученного на основании закона сохранения энергии.

есть вершина распада дейтерона на два нуклона [1 — 2], характеризующихся импульсом относительного движения $\vec{f}'' = \left(\vec{k} - \frac{\vec{k}_0}{2}\right)$.

В случае неупругого взаимодействия нуклонов с дейтеронами при больших энергиях, т. е. если $k_0 > \alpha$, но $kr_0 < 1$, то (как показано в работах [1, 2]) вклады от диаграмм рис. 2 могут быть записаны в линейном приближении по радиусу взаимодействия двух нуклонов.

В этом случае вместо функции Грина $a(\bar{k}, \bar{k}', E)$ двух рассеивающихся нуклонов следует брать величину $a(f) = \left[\frac{r_0}{2} + \frac{1 + \alpha r_0}{\alpha + if}\right]$, являющуюся амплитудой рассеяния пары нуклонов на массовой поверхности и зависящую от относительной энергии этих нуклонов $E = \frac{f^2}{m}$. В указанном приближении вершина распада дейтерона оказывается зависящей только от энергии связи дейтерона $\frac{\alpha_t^2}{m}$ и радиуса действия ядерных сил r_0 и имеет вид

$$G_{d-2N} = \frac{i}{m}\sqrt{8\pi d_t(1 + ar_{ot})}.$$

Отсюда ясно, что в линейном приближении по r_0 амплитуда рассеяния нуклона на дейтероне будет функцией лишь двух переменных, а именно — величины импульса k и угла рассеяния ϑ, а уравнение для нее будет иметь вид

$$A'(\vec{k}_0; \vec{k}) = -\frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha_t(1 + \alpha_t r_{ot})}\left[\frac{r_0}{2} - \frac{1 + \alpha r_0}{\alpha + if}\right] \times$$
$$\times\left[\alpha_t^2 + \left(\frac{\bar{k}_0}{2} + \bar{k}\right)^2\right] + 8\int\frac{d\bar{q}}{(2\pi)^3}A'(\bar{k}_0; \bar{q})\left[+\frac{r_0}{2} -\right.$$
$$\left.-\frac{1 + \alpha r_0}{\alpha + if}\right]\left[\left(\frac{\bar{k}}{2} + \bar{q}\right)^2 - f^2\right]^{-1}. \qquad (2)$$

Аналогичные уравнения могут быть получены для амплитуд $A'(\bar{k}_0; k_2)$ и $A'(\bar{k}_0; \bar{k}_2)$ неупругого рассеяния нуклона на дейтероне, которые отвечают взаимодействию частиц *2* и *1* или *3* и *1* в конечном состоянии (см. рис. 1). Здесь $\bar{k}_1$ и $\bar{k}_2$ — импульсы движения частиц *1* или *2* относительно системы частиц *2* и *3* либо *3* и *1* соответственно.

Эти уравнения могут быть получены из уравнения (2), если в последнем импульсы $\vec{k}$ и $\vec{f}$ заменить на $\bar{k}_1$ и $\bar{f}_{23}$ либо $\bar{k}_2$ и $\bar{f}_{31}$.

Амплитуда $A'(N+\alpha) = A'(\bar{k}_0; \bar{k}) + A'(\bar{k}_0; \bar{k}_1) + A'(\bar{k}_0, \bar{k}_2)$, в которой каждое из слагаемых определяется из соответствующего уравнения, может быть использована для исследования угловых и энергетических распределений продуктов реакции неупругого взаимодействия нуклонов с дейтеронами при малых и средних энергиях.

Оказалось возможным в случае высокой энергии ($k_0 > \alpha$) и при условии $f \ll k$ получить простую формулу для $A(N+d) = A'(\bar{k}_0; \bar{k}) + A'(\bar{k}_0; \bar{k}_1) + A'(\bar{k}_0; \bar{k}_2)$, не решая уравнений, а вычисляя вклады от диаграмм.

Возьмем сначала амплитуду $A'(\bar{k}_0; \bar{k})$. Вклад $A_0'(\bar{k}_0; \bar{k})$ от полюсной диаграммы, отвечающей амплитуде $A'(\bar{k}_0; \bar{k})$, является свободным членом в уравнении (2) и имеет вид

$$A_0'(\vec{k}_0; \vec{k}) = \frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha_t(1 + \alpha_t r_{ot})}\left[\frac{r_0}{2} - \frac{1 + \alpha r_0}{\alpha + if}\right]\left[\alpha_t^2 + \left(\frac{\vec{k}_0}{2} + \vec{k}\right)^2\right]^{-1}. \quad (3)$$

Рассмотрим вклад от квадратной диаграммы. Для его вычисления целесообразно блок рассеяния нуклона на нуклоне представить в виде двух частей: первой, не содержащей полюса и равной величине $\frac{r_0}{2}$ (вклад от блока контактного взаимодействия), и второй, равной величине $\frac{1+\alpha r_0}{\alpha + if}$, имеющей полюс при $f = i\alpha$, отвечающий двухчастичному состоянию. Если при вычислении квадратной диаграммы для блока взаимодействия двух нуклонов в промежуточном состоянии использовать указанное представление, то квадратная диаграмма распадется на сумму двух диаграмм. Первая из них будет треугольной диаграммой вида рис. 4, так как вместо блока рассеяния двух нуклонов в промежуточном

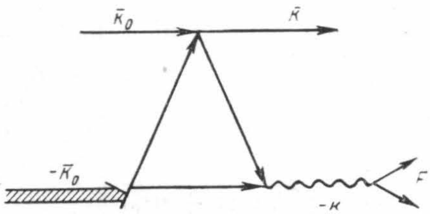

Рис. 4. Треугольная диаграмма, являющаяся частью квадратной диаграммы рис. 2

состоянии в ней будет стоять вершина контактного взаимодействия нуклонов. Вклад от нее был вычислен в работе [3] и имеет вид

$$A'_{ab_1}(\vec{k}_0; \vec{k}) = \frac{64}{3}\pi\left[\frac{r_0}{2} - \frac{1+\alpha r_0}{\alpha + if}\right] \times$$

$$\times \sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{\frac{r_0}{2}}{\left[\alpha^2 + \left(\frac{\bar{k}_0}{2} + q\right)^2\right]\left[\left(\frac{\bar{k}}{2} + \bar{q}\right)^2 - f^2\right]} =$$

$$= \left[\frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}\, \frac{r_0}{4iq} \ln\frac{\alpha - i(f-q)}{\alpha - i(f+q)}\right]\left[\frac{r_0}{2} - \frac{1+\alpha r_0}{\alpha + if}\right]. \qquad (4)$$

Вторая диаграмма, имеющая вид квадратной диаграммы, будет определяться интегралом вида

$$A'_{\text{кв}_2}(\vec{k}_0; \vec{k}) = \frac{64}{3}\pi a(f)\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \times$$

$$\times \frac{\left[\frac{1+\alpha r_0}{\alpha + if}\right]}{\left[\alpha^2 + \left(\frac{\bar{k}_0}{2} + q\right)^2\right]\left[\left(\frac{\bar{k}}{2} + \bar{q}\right)^2 - f^2\right]}, \qquad (5)$$

где

$$f' = \sqrt{\frac{3}{4}(k_0^2 - q^2) - \alpha}, \qquad a(f) = \left[\frac{r_0}{2} - \frac{1+\alpha r_0}{\alpha + if}\right].$$

При $f \ll k$ интеграл в (5) может быть вычислен. Действительно, в этом случае часть подынтегральной функции

$$\frac{1}{\left[\alpha^2+\left(\frac{\bar{k}_0}{2}+q\right)^2\right]\left[\left(\frac{\bar{k}}{2}+\bar{q}\right)^2-f^2\right]}$$

имеет острый максимум при $\bar{q}=-\frac{\bar{k}}{2}=-\frac{\bar{k}_0}{2}$. В этой области изменения переменной $\bar{q}$ полюсная часть амплитуды $a(f')$ является медленно меняющейся функцией $|\bar{q}|$ и, следовательно, ее можно вынести за знак интеграла в точке $\bar{q}=-\frac{\bar{k}_0}{2}$ или при $f'=\frac{3}{4}k_0=f'_M$. После указанного вынесения функции $\frac{1+\alpha r_0}{\alpha+if'}$ оставшийся интеграл может быть вычислен, так как его подынтегральное выражение будет в точности равно подынтегральной функции во вкладе от треугольной диаграммы.

Итак, в области $f \ll k$ вклад от всей квадратной диаграммы будет иметь вид

$$A'_{\text{кв}}(\bar{k}_0, \bar{k}) = -\frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}\left[\frac{r_0}{2}-\frac{1+\alpha r_0}{\alpha+if}\right]\times$$

$$\times\left[\frac{r_0}{2}-\frac{1+\alpha r_0}{\alpha+if'_M}\right]\frac{1}{2iq}\ln\frac{\alpha-i(f-q)}{\alpha-i(f+q)}. \tag{6}$$

Если ограничиться малыми углами вылета частиц, т. е. малыми передаваемыми импульсами, то, пренебрегая членами, пропорциональными q^2, малыми по сравнению с значениями (α^2+f^2), можно записать $A'_{кв}$ (k_0, k) в виде

$$A'_{kb}(\bar{k}_0, \bar{k}) = -\frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}\left[\frac{r_0}{2}-\frac{1+\alpha r_0}{\alpha+if}\right]\left[\frac{r_0}{2}-\right.$$

$$\left.-\frac{1+\alpha r_0}{\alpha+if'_M}\right]\frac{\alpha+if}{\alpha^2+f^2}.^{*} \tag{7}$$

Вклады от диаграмм, следующих за квадратной, в области $k_0>\alpha$ и $k\sim k_0$ целесообразно представить в виде

$$\left[\frac{r_0}{2}-\frac{1+\alpha r_0}{\alpha+if}\right]G(k_0, \vartheta, f), \tag{8}$$

причем в работе [5] показано, что функция $G(k_0, \vartheta, f)$ может быть разложена в ряд по степеням f/k_0, т. е.

$$G(k_0, \vartheta, f) = C_0(k_0, \vartheta) + C_i(k_0, \vartheta)\frac{f}{k_0} + C_2(k_0, \vartheta)\left(\frac{f}{k_0}\right)^2 + \ldots,$$

а для определения $C_i(\vartheta, k_0)$ получены простые интегральные уравнения.

Рассмотрим вклады от диаграмм, отвечающих амплитудам $A'(\bar{k}_0;\bar{k}_1)$ и $A'(\bar{k}_0, \bar{k}_2)$, соответствующим взаимодействию частиц *2* и *3* либо *3* и *1* в конечном состоянии. Если заданы импульсы $\bar{k}_3=\bar{k}$ и $\bar{f}_{12}=f$, то импульсы $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$, $\bar{f}_{23}$ и $\bar{f}_{31}$ могут быть просто выражены через них:

---

* Такое исследование вкладов от четырехугольной диаграммы, отвечающей амплитуде неупругого взаимодействия нейтронов с дейтеронами, было проведено также в работе [5].

$$\bar{k}_1 = \frac{\bar{k}}{2} + \bar{f}, \qquad \bar{f}_{23} = -\frac{3}{4}\bar{k} - \frac{\bar{f}}{2}, \tag{9}$$

$$\bar{k}_2 = \frac{\bar{k}}{2} - \bar{f}, \qquad \vec{f}_{31} = -\frac{3}{4}\bar{k} + \frac{\bar{f}}{2}.$$

Поскольку мы интересуемся областью $f \gg k$ $(k \approx k_0)$, т. е. той областью изменения импульсов частиц, где сильно взаимодействие частиц *1* и *2* в конечном состоянии, то вклады от диаграмм в амплитуды $A'(\bar{k}_0; \bar{k}_1)$ и $A'(\bar{k}_0; \bar{k}_2)$ целесообразно представить в виде произведения $a(f)$ амплитуды рассеяния частиц *1* и *2* на некоторую функцию $F_i(k_0, \vartheta, t)$.

Ясно, что функции F_i^1 (k_0, ϑ, t) и F_0^2 (k_0, ϑ, f) для вкладов от полюсных диаграмм, соответствующих амплитудам $A'(k_0; k_1)$ и $A'(k_0; k_2)$, будут иметь вид

$$F_0^1(k_0, \vartheta, f) = \frac{8}{3}\frac{1}{af}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}\left[\frac{r_0}{2} - \frac{1+\alpha r_0}{\alpha + if_{23}}\right]\cdot\left[\frac{1}{\alpha^2 + (q-f)^2}\right], \tag{10}$$

$$F_0^2(k_0\vartheta, f) = \frac{8}{3}\frac{1}{af}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}\left[\frac{r_0}{2} - \frac{1+\alpha r_0}{\alpha + if'_{31}}\right]\left[\frac{1}{\alpha^2 + (q+f)^2}\right],$$

где

$$\bar{q} = \frac{\bar{k}_0 - \bar{k}}{2}, \quad \bar{f}'_{23} = -\frac{3}{4}\bar{k}_0 + \frac{\bar{f}}{2}, \quad \bar{f}'_{31} = -\frac{3}{4}\bar{k}_0 - \frac{\bar{f}}{2}.$$

Функции $F_1(k_0, \vartheta, f)$ и $F^1(k_0, \vartheta, f)$ для вкладов от квадратных диаграмм указанных амплитуд оказываются вялыми функциями f и при $k \gg f$ их можно представить в виде ряда по степеням f/k_0 [6].

Следовательно, при высокой энергии $(k_0 \gg \alpha)$ и при $k \gg f$ амплитуда $A(N+d) = A^1(\bar{k}_0; \bar{k}) + A^1(\bar{k}_0; \bar{k}_1) + A^1(\bar{k}_0; k_2)$ неупругого рассеяния нуклона на дейтероне может быть представлена в виде

$$A(N+d) = a(f)\left[-\frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}\right]\left\{\left[\alpha^2 + \left(\frac{\bar{k}_0}{2} + \bar{k}\right)^2\right]^{-1} + \right.$$

$$+ \left[\frac{r_0}{2} - \frac{(1+\alpha r_0)}{\alpha + i\,{}^3/_4\,k_0}\right]\frac{1}{2iq}\ln\frac{\alpha - i(f-q)}{\alpha - i(f+q)} +$$

$$+ \frac{1}{a(f)}\left[\frac{r_0}{2} - \frac{1+\alpha r_0}{\alpha + i\,{}^3/_4\,k_0}\right]\left[\frac{1}{\alpha^2 + (q-f)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (q+f)^2}\right] +$$

$$\left. + C_0^1(k_0, \vartheta) + \frac{f}{k_0}C_1(k_0, \vartheta) + \left(\frac{f}{k_0}\right)^2 C_2(k_0, \vartheta) + \ldots\right\}. \tag{11}$$

При указанной записи амплитуды $A(N+d)$ выражение, стоящее в фигурных скобках, не должно содержать членов, пропорциональных первой степени величины f, а также любой нечетной степени f, так как в области малых f, т. е. в интересующей нас области, все особенности амплитуды $A(N+d)$ по переменной f могут быть выделены в виде множителя $a(f)$.

Нетрудно показать, что сумма вкладов от первых диаграмм, вычисленных в явном виде в фигурных скобках в (11), не содержит членов, пропорциональных первой степени f, следовательно, коэффициент $C_1(k_0, \vartheta)$ при члене (f/k_0) должен быть равен нулю.

Сравнение с расчетами, выполненными в импульсном приближении, показало, что при $f \ll k$ и $k_0 \gg \alpha$ сумма вкладов от полюсных диаграмм, отвечающих амплитудам $A^1(\bar{k}_0, \bar{k})$, $A^1(\bar{k}_0; \bar{k}_1)$ и $A^1(\bar{k}_0, \bar{k}_2)$, и квадратной диаграммы, отвечающей амплитуде $A^1(\bar{k}_0, \bar{k})$, вычисленная в настоящей работе в явном виде, в точности отвечает выражению для амплитуды, найденной в импульсном приближении.

Отсюда следует, что, если частицы *1* и *2* сильно взаимодействуют в конечном состоянии, то с точностью до членов, пропорциональных $(f/k_0)^\nu$, где $\nu=2, 4, \ldots$, амплитуда неупругого рассеяния нуклона на дейтероне, найденная в импульсном приближении, отличается от точной амплитуды данной реакции на величину $C_0^1(k_0\nu)$, зависящую от начальной энергии и угла вылета частицы *3*.

В работе [6] получены простые интегральные уравнения для определения поправок к импульсному приближению. Отметим, что при высокой энергии поправками, пропорциональными $(f/k_0)^\nu$, можно пренебречь, а величину $C_0(k_0, \vartheta)$ вычислить из сравнения с экспериментальными данными. Такое определение значения $C_0(k_0, \vartheta)$ проведено нами для различных k_0 и ϑ в работе [8].

В области $kr_0 > 1$ при вычислении вкладов от диаграмм, отвечающих взаимодействию нуклона с дейтероном, в качестве значений блоков рассеяния нуклона на нуклоне, как указывалось выше, необходимо брать величины, пропорциональные функции Грина двух рассеивающихся частиц. Вершина распада дейтерона G_{d-2N} в этом случае будет определяться величиной, зависящей от импульса относительного движения нуклонов, образующихся при распаде дейтерона.

Вклад $A_0(\vec{k}_0; \vec{k}, f)$ от полюсной диаграммы, отвечающей взаимодействию частиц *1* и *2*, в конечном состоянии с малыми импульсами их относительного движения f имеет вид

$$A_0(\bar{k}_0; \bar{k}, f) = \frac{8}{3} G_{d-2N}(\bar{f}'')\, a(\bar{f}', f, E) \frac{-1}{\alpha^2 + \left(\frac{\bar{k}_0}{2} + \bar{k}\right)^2}. \quad (12)$$

Здесь $\bar{f}'' = -\frac{\bar{k}_0}{2} - \bar{k}$, $\bar{f}' = -\bar{k}_0 - \frac{\bar{k}}{2}$, $E = \frac{f^2}{m}$. При $\bar{k}_0 \sim \bar{k}_0$ и $k_0 \gg \alpha$ вклад $A_0(\bar{k}_0; \bar{k}, \bar{f})$ может быть приведен к виду

$$A_0(\bar{k}_0; \bar{k}, f) = \frac{8}{3} G_{d-2N}\left(\frac{3}{4} k_0\right) a\left(\frac{3}{4}\bar{k}_0, \bar{f}, \frac{f^2}{m}\right) \frac{1}{{}^3/_4\, k_0}. \quad (13)$$

Вклад $A_1(k_0; k, f)$ от квадратной диаграммы в этом случае имеет вид интеграла

$$A_1(\bar{k}_0; \bar{k}_0, f) = \frac{8}{3} \int \frac{G_{d-2N}(f'') \frac{1}{\pi^2} d\bar{q}\, a(\bar{k}', \bar{k}'', E')\, a(\bar{f}_1', \bar{f}, E)}{\left[\alpha^2 + \left(\frac{\bar{k}_0}{2} + \bar{q}\right)^2\right]\left[-f^2 + \left(\frac{\bar{k}_0}{2} + \bar{q}\right)^2\right]}, \quad (14)$$

где

$$\bar{f}_1'' = -\frac{\bar{k}_0}{2} - \bar{q}, \quad \bar{k}' = -\bar{k}_0 - \frac{\bar{q}}{2}, \quad \bar{k}'' = -\bar{k} - \frac{\bar{q}}{2},$$

$$E = \frac{f^2}{m}, \quad mE^1 \sqrt{\frac{3}{4}(k_0^2 - q^2) - \alpha^2}.$$

При $\bar{k} \sim \bar{k}_0$ максимум этого интеграла находится в точке $q = \frac{-k_0}{2} = \frac{-k}{2}$.

Амплитуды $a(\bar{k}', \bar{k}'', E)$ и $a(f_1', \bar{f}, E)$, стоящие под интегралом в (14), являются мало меняющимися функциями в этой области изменения переменной $\bar{q}$, и, следовательно, их можно вынести за знак интеграла в точке $\bar{q}=-\frac{\bar{k}_0}{2}=-\frac{\bar{k}}{2}$ или в точках

$$\bar{f}'_1=\bar{f},\quad \bar{k}'=-\frac{3}{4}\bar{k}_0,\quad \bar{k}''=-\frac{3}{4}\bar{k}_0,\quad mE'=\left(\frac{3}{4}\bar{k}_0\right)^2.$$

В данном случае амплитуды $a\left(-\frac{3}{4}\bar{k}_0;\ -\frac{3}{4}\bar{k}_0;\ \left(\frac{3}{4}k_0\right)\frac{2}{m}\right)$ и $a\left(\bar{f}'_1, \bar{f}, \frac{f^2}{m}\right)$, вынесенные за интеграл, оказываются на массовой поверхности.

Поскольку функция $G(\bar{f}''_4)$ не имеет полюса по переменной f''_1, ее также можно вынести за знак интеграла в точке $f''_1=f$ и представить в виде $\frac{i}{m}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}$.

После вычисления оставшегося интеграла величина $A_2(\bar{k}_0;\bar{k}, f)$ при $k\approx k_0$ будет иметь вид

$$A_1(\bar{k}_0;\bar{k}, f)=-\frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}\ a\left(-\frac{3}{4}\bar{k}_0;\ -\frac{3}{4}k_0;\right)\times$$
$$\times\frac{\left(\frac{3}{4}k_0\right)^2}{m}a(f)\frac{1}{iq}\ln\frac{\alpha-i(f-q)}{\alpha-i(f+q)}. \qquad (15)$$

Определим значения вкладов $A_0(\bar{k}_0;\ -{}^1/_2\bar{k}\pm\bar{f};\ {}^3/_4\bar{k}\pm\bar{f}/2)$ от полюсных графиков, отвечающих взаимодействию частиц *2* и *3* или *1* и *3* в конечном состоянии. Их легко получить, если в выражение (12) вместо $\bar{f}$ и $\bar{k}$ подставить импульсы $-{}^3/_4\bar{k}-\bar{f}/2$ и $-{}^1/_2\bar{k}+f$ или $-{}^3/_4\bar{k}+\bar{f}/2$ и $-{}^1/_2\bar{k}-\bar{f}$, тогда при

$k\sim k_0$, т. е. $f\ll k$ получим

$$A_0\left(\bar{k}_0;-\frac{1}{2}\bar{k}\pm\bar{f};-\frac{3}{4}\bar{k}\mp\frac{\bar{f}}{2}\right)=\frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}\times$$
$$\times a\left(-\frac{3}{4}\bar{k}_0;\ -\frac{\left(\frac{3}{4}k_0\right)^2}{m}\ \frac{1}{\alpha-(q\pm f)^2}\right). \qquad (16)$$

Поскольку амплитуда $a\left({}^3/_4\bar{k}_0, \bar{f}, \frac{f^2}{m}\right)$, имеющаяся во вкладе $A_0(\bar{k}_0;\bar{k}, f)$ от полюсной диаграммы, отличается от амплитуды $a(f)$, взятой на массовой поверхности, на члены, пропорциональные f/k_0 и α/k_0, то вклад от полюсного графика после деления на величину ${}^8/_3a(f)\ \sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}$ будет при $k\approx k_0$ вялой функцией f и может быть включен в функцию, аппроксимирующую вклады от неучтенных диаграмм.

Итак, $A(k, \alpha)$ — полную амплитуду реакции неупругого взаимодействия нуклонов с дейтеронами при $k\approx k_0$ и $f\to 0$ можно представить в виде суммы вкладов от квадратной диаграммы, отвечающей взаимодействию пары частиц с импульсом f; вкладов от полюсных диаграмм, отвечающих взаимодействию двух других пар частиц в конечном состоянии, и функции $G''(\bar{k}_0, \bar{k}, \bar{f})$, аппроксимирующей вклады остальных графиков:

$$A(N+d) = \frac{8}{3}\sqrt{8\pi\alpha(1+\alpha r_0)}\, a\left(\frac{3}{4}k_0\right)\times$$

$$\times\left\{\frac{1}{iq}\ln\frac{\alpha-i(f-q)}{\alpha-i(f+q)}+\frac{1}{a(f)}\left[\frac{1}{\alpha^2+(q+f)^2}+\frac{1}{\alpha^2+(q-f)^2}\right]+G''(k_0,\vartheta)\right\}. \quad (17)$$

Так как в данном случае рассматривается область высоких энергий первичных нуклонов, т. е. $kr_0 > 1$, то при расчете абсолютной величины дифференциального сечения неупругого взаимодействия нуклонов с дейтеронами в выражении (17) для $A(N+d)$ необходимо значение амплитуды взаимодействия пары частиц $a(^3/_4, k_0)$ брать из эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Комаров В. В., Попова А. М. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 5, 1964.
2. Комаров В. В., Попова А. М. Nucl. Phys., **69**, 253, 1965.
3. Комаров В. В., Попова А. М. ЖЭТФ, **45**, 214, 1963.
4. Комаров В. В., Попова А. М. Nucl. Phys., **54**, 278, 1964.
5. Войтовецкий В. К., Корсунский И. Л., Пажин Ю. Ф. ЖЭТФ, **47**, 1612, 1964.

Поступила в редакцию
22. 8 1964 г.

НИИЯФ