Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1966

УДК 551.46.08

Г. Г. ХУНДЖУА, А. Г. ВОСКАНЯН, Р. Р. СУЛТАНБЕКОВА

К РАСЧЕТУ ГЕЛИКОИДАЛЬНЫХ ВИНТОВ ГИДРОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕРТУШЕК

Дан теоретический расчет движения геликоидального винта в потоке. Получено выражение, связывающее скорость потока с угловой скоростью вращения винта. Даны графики градуировки вертушки.

При решении многих задач в гидрофизике широкое применение находят различные виды гидрометрических вертушек. В практике все чаще стали применяться вертушки с лопастями, имеющими форму винтовой поверхности (например, серия вертушек Жестовского и др. [1, 2]). Вертушки с геликоидальными лопастями в определенных интервалах измерения должны бы иметь некоторые преимущества, поскольку имеют скользящую поверхность. Однако до последнего времени в литературе не приводятся данные по теоретическому описанию движения геликоидальных винтов в потоке.

В 1962 г. на кафедре физики моря и вод суши физического факультета МГУ была разработана и построена вертушка с лопастями, имеющими форму винтовой поверхности, а также проведен теоретический расчет движения винта вертушки в потоке и получено аналитическое выражение, связывающее скорость потока с угловой скоростью вращения вертушки и параметрами винта. Одновременно была разработана электронная схема дискретного и непрерывного отсчета скоростей потоков.

Выражение для изменения момента количества движения вертушки можно записать в виде

$$I_z \dot{\omega}_z = M_z, \tag{1}$$

где I_z — момент инерции вертушки относительно оси z, ω_z — угловая скорость и M_z — сумма моментов внешних сил относительно оси z. В дальнейшем для простоты будем опускать индекс z.

Определим момент инерции вертушки. Лопасти винта в нашем случае имеют форму винтовой поверхности с шагом h. Уравнения данной поверхности в параметрическом виде будут:

$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi, \quad z = h\varphi, \tag{2}$$

где r — расстояние точки N от оси z, φ — угол поворота (см. рис. 1). По определению, элементарный момент инерции ΔI элемента площади ΔS с плотностью ρ винтовой поверхности будет

$$\Delta I = r^2 \rho \, \Delta S, \tag{3}$$

где

$$\Delta S = \frac{r\, dr\, d\varphi}{\cos(\widehat{nz})} \quad \text{и} \quad \cos(\widehat{nz}) = \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}}.$$

Подставляя в (3) значение ΔS и $\cos(\widehat{nz})$ и производя двойное интегрирование, получим выражение для полного момента инерции винта

$$I = \iint\limits_{\sigma} \frac{\rho r^3\, dr\, d\varphi}{\cos(\widehat{nz})} = \iint\limits_{\sigma} \rho r^2 \sqrt{r^2 + h^2}\, dr\, d\varphi =$$

$$= 2\pi\rho \left[\frac{r}{8} (2r^2 + h^2) \sqrt{r^2 + h^2} - \frac{h^4}{8} \ln \left(r + \sqrt{r^2 + h^2}\right) \right] \Bigg|_{R_1}^{R}, \tag{4}$$

где R_1 — радиус оси винта.

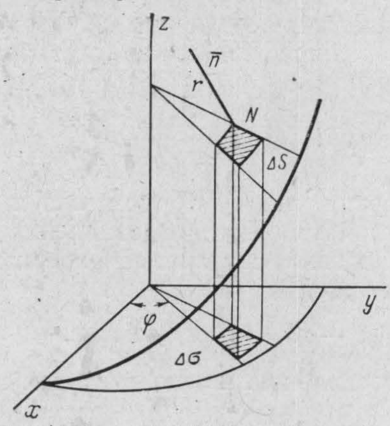

Рис. 1

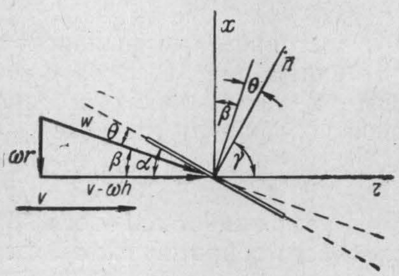

Рис. 2

Если пренебречь моментом инерции оси вертушки, т. е. $R_1 \ll R$, то выражение (4) примет вид

$$I = 2\pi\rho \left[\frac{R}{8} (2R^2 + h^2) \sqrt{R^2 + h^2} - \frac{h^4}{8} \ln \frac{R + \sqrt{R^2 + h^2}}{h} \right]. \tag{5}$$

Для определения правой части уравнения (1) рассмотрим моменты гидродинамических сил, действующих на винт со стороны потока. Предварительно найдем выражение для относительной скорости потока. Обозначим через v абсолютную скорость потока, набегающего на винт параллельно оси вертушки (см. рис. 2).

Тогда относительная скорость, с которой элемент винтовой поверхности Δs встречает поток, будет

$$w = \sqrt{(v - \omega h)^2 + (\omega r)^2}, \tag{6}$$

где ωr — линейная скорость вращения элемента Δs, а ωh — скорость элемента по оси z (см. (2)). На рис. 2 показан след элемента винтовой поверхности Δs в потоке. Из рисунка видно, что угол атаки $\theta = \alpha - \beta$, а значение угла γ можно выразить через параметры винта [3]

$$\gamma = \arccos \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}}, \quad \text{или} \quad \gamma = \arcsin \frac{h}{\sqrt{r^2 + h^2}}.$$

Будем полагать, что суммарный момент внешних сил M состоит из двух величин: момента подъемной силы, действующей на лопасть винта M_b, и момента сил трения в подшипниках вертушки M_T.

Элементарный момент M_b гидродинамической силы, действующей на элемент поверхности винта Δs, по определению момента, равен [4]

$$\Delta M_b = rc_x \rho_b w^2 \Delta s \sin\gamma, \tag{7}$$

где ρ_b — плотность набегающей среды, c_x — коэффициент сопротивления. Отсюда полный момент гидродинамических сил, действующих на винт с учетом значений w, Δs и $\sin\gamma$, будет

$$M_b = \rho_b c_x \int_0^{2\pi} \int_0^R rh\,[(v - \omega h)^2 + (\omega r)^2]\, d\varphi\, dr =$$

$$= \pi\rho_b c_x hR^2 \left[(v - \omega h)^2 + \frac{(\omega R)^2}{2} \right]. \tag{8}$$

Момент сил трения можно определить следующим образом. Если учитывать, что момент сил трения создается только за счет трения в пяте опорного подшипника, то, согласно [5],

$$M_T = \frac{2}{3}\mu p R, \tag{9}$$

где μ — постоянный коэффициент трения между торцом оси и пятой, p — давление в пяте, создаваемое силой лобового сопротивления винта. Элементарная сила лобового сопротивления, создаваемая потоком, для винтовой поверхности имеет вид (см. рис. 2)

$$\Delta f_z = c_z \rho_b w^2 \Delta s \cos\gamma = c_z \rho_b\,[(v - \omega h)^2 + (\omega r)^2]\, rd\, rd\,\varphi,$$

где c_z — коэффициент лобового сопротивления. Следовательно, полная сила лобового сопротивления будет

$$F_z = \int\!\!\int df_z = c_z \rho_b \int_0^{2\pi} \int_0^R [(v - \omega h)^2 + (\omega r)^2]\, rdrd\,\varphi =$$

$$= \pi c_z \rho_b R^2 \left[(v - \omega h)^2 + \frac{(\omega R)^2}{2} \right]. \tag{10}$$

Тогда, давление в пяте $p = \dfrac{F_z}{\pi R_1^2}$ и момент сил трения, согласно (9) и (10), определится как

$$M_T = \frac{2\mu c_z \rho_b R^2}{3R_1} \left[(v - \omega h)^2 + \frac{(\omega R)^2}{2} \right]. \tag{11}$$

Подставляя в уравнение движения вертушки (1) выражения (8) и (11), получим

$$\dot{\omega} = \frac{k}{I} \left[(v - \omega h)^2 + \frac{(\omega R)^2}{2} \right], \tag{12}$$

где

$$k = \rho_b R^2 \left(hc_x \pi - \frac{2\mu c_z}{3R_1} \right).$$

Интегрирование уравнения (12) дает

$$\frac{2}{\sqrt{2}\,Rv}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{2\omega\left(h^2+\dfrac{R^2}{2}\right)-2vh}{\sqrt{2}\,Rv}=\frac{1}{I}\int k\,dt. \tag{13}$$

В стационарном случае при $t\to\infty$, $\int kdt\to 0$, тогда решение уравнения (13) для главного значения примет вид

$$\omega\left(h^2+\frac{R^2}{2}\right)-vh=0,$$

откуда окончательно получим

$$\omega=\frac{1}{h\left(1+\dfrac{R^2}{2h^2}\right)}v. \tag{14}$$

Выражение (14) дает линейную связь между угловой скоростью вращения винта и абсолютной скоростью потока жидкости, причем коэффициент линейности определяется только параметрами винта. При разра-

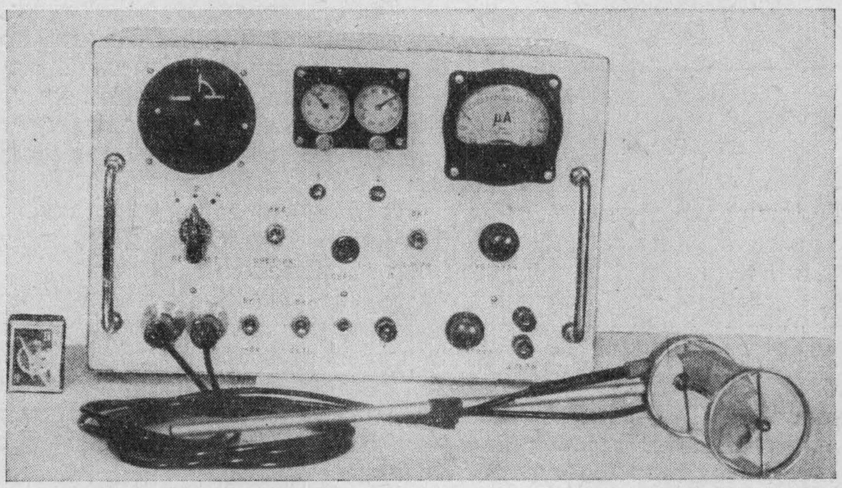

Рис. 3

ботке вертушки были изготовлены однозаходные и двухзаходные винты с шагом $h=100$ *мм* и радиусом 30 *мм*. Ось винтов имела шпильки из нержавеющей стали диаметром $d=0{,}7$ *мм*. Шпильки крепились в агатовых подшипниках с подпятниками. Подшипники укреплялись на общей латунной раме. На этой же раме крепилась осветительная лампочка и фотодиод ФД-1. На задний срез оси винта была насажена шестигранная призма с зеркальной поверхностью. Для регистрации угловой скорости вращения винта была разработана и построена специальная радиосхема.

Это указанное электронное устройство имело каналы дискретного и непрерывного отсчета показаний скоростей потоков. Относительная ошибка измерений в канале дискретного счета скорости потока определяется выражением $\eta=\frac{1}{n}100\%$, где n — число импульсов за время измерения.

Задавая желаемую точность, можно определить необходимое число регистраций импульсов. По каналу непрерывной регистрации скоростей течения ошибка измерений составляет 5%. Показания прибора по дискретному каналу снимаются непосредственно со шкалы электромеханического счетчика СБ-1М/100, а по каналу непрерывной регистрации со шкалы микроамперметра М-49. В блоке предусмотрены выходные клеммы для включения шлейфового осциллографа. В схеме имеется блок программного включения измерительных каналов на 50 *сек* счета. Общий вид аппаратуры показан на рис. 3.

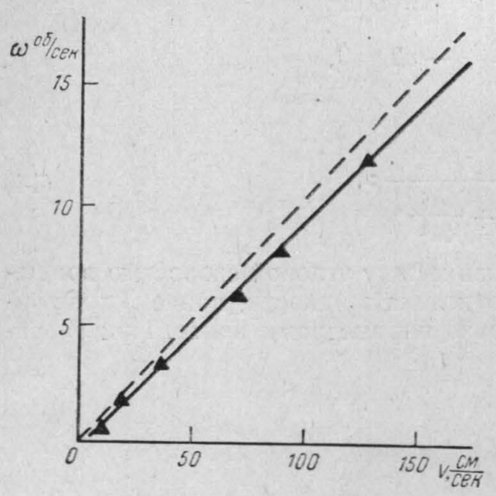

Рис. 4

Градуировка вертушки производилась в гидрофизической лаборатории кафедры физики моря на гидрометрическом лотке. Скорости потока в лотке измерялись стандартной трубкой Пито. На рис. 4 приведены графики ω как функции от v. Сплошной линией показан график, полученный при градуировке вертушки, а пунктиром — построенный по выражению (14). Как видно из приведенных графиков, точки градуировочной прямой достаточно хорошо совпадают с теоретической.

Градуировка вертушек также показала, что характеристики вертушек практически не отличаются для винтов с одним, двумя и четырьмя заходами, если параметры винтов h и R одинаковы.

Следует отметить, что в нашем случае дисковое отношение (отношение площади проекции лопастей вертушки к площади окружности ометаемой винтом) для геликоидального винта составляло 100%. В работах П. Н. Бурцева [6, 7] показано, что при дисковом отношении порядка 90—100% свойство компонентности вертушки не зависит от числа лопастей винта и дает минимальную ошибку в показаниях и обеспечивает максимальную чувствительность.

Градуировка всей аппаратуры производилась в интервале скоростей от 0,9 до 170 *см/сек*. Экспериментальное опробование прибора показало надежность работы всей аппаратуры и линейность характеристик в указанном диапазоне скоростей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Снежинский В. А. Практическая океанография. Л., Гидрометиздат, 1954.
2. Железняков Г. В. Исследование работы гидрометрических приборов. М., Изд-во АН СССР, 1952.
3. Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. II. М., Госиздат, 1956.
4. Жуковский Н. Е. Полн. собр. соч., т. VI, 1937.
5. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. II. М., Гостехиздат, 1948.
6. Бурцев П. Н. Тр. гос. гидрол. ин-та, вып. 64, 1957.
7. Бурцев П. Н., Голубев В. С. Тр. гос. гидрол. ин-та, вып. 96, 1962.

Поступила в редакцию
13. 11 1964 г.

Кафедра
физики моря и вод суши