

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 — 1966

УДК 539.124

Л. А. БОРИСОГЛЕБСКИЙ

УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ВНУТРЕННЕЙ КОНВЕРСИИ ПРИ СИЛЬНЫХ γ -ЗАПРЕТАХ

Исследована анизотропия в угловом распределении конверсионных электронов при $M1$ - и $E1$ -переходах ориентированных ядер в зависимости от величины ядерных параметров с учетом влияния поверхностного слоя и деформации ядра на волновые функции электрона.

Конечные размеры ядер играют существенную роль в явлении внутренней конверсии запрещенного γ -излучения. Довольно подробно исследовано влияние протяженности ядра на коэффициенты внутренней конверсии (см. обзоры [1—3]). Но этого нельзя сказать в отношении углового распределения электронов конверсии при переходах как ориентированных, так и неориентированных ядер. В отдельных работах [4—5] имеются лишь высказывания о заметном падении анизотропии в угловом распределении конверсионных электронов при сильно запрещенных γ -переходах. Более подробно этот вопрос для случая ориентированных ядер и будет рассматриваться в настоящей статье.

Основную формулу для корреляционной функции, описывающей угловое распределение электронов конверсии по отношению к направлению начального момента количества движения j_0 при переходах ориентированного ядра [6], можно представить в виде

$$W(\vartheta) = \sum_g \rho_g(j_0) K_g(1) P_g(\cos \vartheta), \quad (1)$$

$$\rho_g(j_0) = \sqrt{2g+1} \sum_{\mu_0} C_{\mu_0 g 0}^{j_0 \mu_0} \omega(\mu_0), \quad (2)$$

где $C_{\mu_0 g 0}^{j_0 \mu_0}$ — коэффициенты Клебша—Жордана, $\omega(\mu_0)$ — величины, определяющие вероятность обнаружения в системе ядро с данной проекцией μ_0 момента количества движения j_0 , $\supset P_g(\cos \vartheta)$ — полиномы Лежандра, g — четное число (если поляризационная корреляция не исследуется), а коэффициенты $K_g(1)$ зависят от типа и порядка мультипольности L изучаемого перехода.

Рассмотрим вначале магнитное излучение. Тогда, согласно [6],

$$K_g(1) = b_g(ML) F_g(LLj_0j_1), \quad (3)$$

где j_1 — угловой момент ядра в конечном состоянии, F_g — фактор, численные значения которого протабулированы на основе теории угловой корреляции γ — γ (см. [6]).

Здесь $b_g(ML)$ — множитель, зависящий от конечных размеров ядер. Для случая внутренней конверсии на K - и L_1 -оболочках он равен

$$b_g(ML) = 1 + \frac{g(g+1)}{2L(L+1) - g(g+1)} \frac{L(L+1)}{(2L+1)} \frac{[1 - T_m(L)]^2}{[L+1+L|T_m(L)|^2]}, \quad (4)$$

где $T_m(L)$ на основе работ [6, 7] можно представить в виде

$$T_m(L) = \frac{R_{L+1}(m) + ia_{L+1}(E)a_{-1}(\varepsilon)b_0^- \sum \frac{b_{2\mu}^-}{b_0^-} u_{2\mu}^-(m)}{R_{-L}(m) + ia_{-L}(E)a_{-1}(\varepsilon)b_1^+ \sum \frac{b_{2\mu+1}^+}{b_1^+} u_{2\mu+1}^+(m)} \cdot e^{i(\delta_{L+1} - \delta_{-L})}, \quad (5)$$

$R_\kappa(m)$ и δ_κ — радиальные интегралы и кулоновские фазы, протабулированные в работах [8—9]*, $u_\nu(m)$ — ядерные параметры.

Множители a_κ , a_{κ_0} и b_ν^\pm будем задавать аналитическими выражениями, выведенными в работе [7], что позволит легко учесть влияние различных эффектов конечных размеров ядер на электронные факторы $q_\nu^\pm = a_\kappa a_{\kappa_0} b_\nu^\pm$ *** (κ и κ_0 определяют конечные и начальное состояния конверсионного электрона, E и ε — полные энергии его в этих состояниях). Указанные выражения для a_κ и a_{κ_0} — приближенны. Они выведены без учета экранирования при выполнении условий $aZR \ll 1$ и $pR \ll 1$, где a — постоянная тонкой структуры, p — импульс электрона конверсии в конечном состоянии, Z и R — заряд и радиус ядра. Все же применимость их по меньшей мере для K -оболочки вне сомнения. Численные значения a_κ и a_{κ_0} , рассчитанные по этим формулам, с учетом экранирования по Слетэру с одной стороны и с помощью таблиц радиальных функций электрона [9], полученных численным интегрированием системы дифференциальных уравнений Дирака с учетом экранирования по методу ТФД, с другой стороны, отличаются друг от друга менее чем на 1%***.

Если в соотношении (5) учесть, что [7]

$$u_{2\mu}^- = u_{2\mu+1}^+, \quad \frac{b_{2\mu+1}^+}{b_1^+} \approx \frac{b_{2\mu}^-}{b_0^-}, \quad (6)$$

* $R_\kappa(m)$ — для K -оболочки (в предположении точечного ядра), δ_κ для K - и L -оболочек (в предположении эквивалентного равномерного распределения заряда по объему ядра — сферы радиуса $R = 1,20 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ см).

** Так как величины $R_\kappa(m)$ и δ_κ обуславливаются поведением волновой функции электрона на протяжении всего атома (чего нельзя сказать об электронных факторах q_ν), считаем, что они очень слабо зависят от формы и распределения заряда ядра. В дальнейшем при расчетах будем использовать указанные выше их табличные значения.

*** Так, при $Z=81$ и $k=0,5$ (для k -оболочки) первый способ расчета дает $a_{-1}(\varepsilon) = 2,3046$, $a_{-1}(E) = 5,0141$, а второй $a_{-1}(\varepsilon) = 2,2941$ и $a_{-1}(E) = 4,9972$, т. е. результаты расчетов лишь на 0,4—0,3% отличаются друг от друга. В обоих расчетах предполагается равномерное распределение заряда по объему ядра — сферы радиуса $R = 1,20 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ см.

то выражения под знаком суммы в числителе и знаменателе приблизительно равны. Обозначим их через $u(m)$ — «суммарный» ядерный параметр*. Из (1—5) видно, что чем больше $b_g(ML)$, тем значительнее анизотропия в угловом распределении электронов конверсии. Поэтому в дальнейшем будем исследовать $b_g(ML)$ как функцию от $u(m)$ (при фиксированных значениях всех остальных множителей в коэффициентах угловой корреляционной функции (1)).

Как известно, эффект конечных размеров ядер значительно сказывается на внутренней конверсии лишь при $M1$ -переходах, ввиду чего рассмотрением этого случая мы и ограничимся. Эффект конечных размеров ядер учитывается так же, как в работе [10]. Расчет электронных факторов q_v производится при эквивалентных как однородном, так и неоднородном распределении ядерного заряда с объемной плотностью, изменяющейся по закону [2]**.

$$\rho(r) = \frac{1}{16\pi R''^3} \left[1 - \left(\frac{r}{R''} \right)^4 \right]. \quad (7)$$

В первом случае эквивалентный радиус несжимаемого ядра берется в виде

$$R' = IA^{\frac{1}{3}} \left\{ 1 + \frac{5}{2} \sigma - \frac{21}{8} \sigma^2 + \dots + \frac{5}{8\pi} \beta^2 \left(1 - \frac{13}{2} \sigma + \frac{173}{10} \sigma^2 - \dots \right) \right\},$$

$$\sigma = \frac{1}{3} \left(\frac{\pi a}{IA^{\frac{1}{3}}} \right)^2, \quad (8)$$

где a — параметр, связанный с толщиной поверхностного слоя соотношением [11] $s = 4a \ln 3$, β — параметр несферичности. Во втором случае эквивалентный радиус $R'' = \frac{3}{\sqrt{7}} R'$, где R' задается (8). Для сравнения производится расчет q_v на основе обычно используемого в литературе эквивалентного однородного распределения заряда по объему сферического ядра радиуса

$$R_0 = 1,20 A^{\frac{1}{3}} \cdot 10^{-13} \text{ см}. \quad (9)$$

Результаты исследования зависимости $b_2(M1)$ от $u(m)$, проведенного для $Z=64,92$ и энергии перехода $k=0,5; 1; 1,8$ с указанным выше методом учета влияния поверхностного слоя и деформации ядра на электронные факторы q_v , даются в виде графиков и таблицы (рис. 1—3, табл. 1). На рис. 1 ($Z=64, k=1$) представлены кривые 1, 2, 3, рассчитанные с использованием соотношений (9), (8) с $\beta=0$ и (7), (8) с $\beta \neq 0$ *** соответственно. При получении кривых 1, 2, 3 на рис. 2 ($Z=92, k=1,8$) использованы соотношения (9) (кривая 1), (8) при $\beta=0$ (кривая 2) и (7—8) при $\beta \neq 0$ (кривая 3) (см. табл. 1).

Кривые показывают, что анизотропия в угловом распределении электронов конверсии не является максимальной ни при $u(m)=0$ («не-

* Он примерно равен первому отличному от нуля ведущему ядерному параметру, если ядерные параметры не возрастают по абсолютной величине с ростом порядкового номера v .

** Согласно работе [2] распределение (7) лучше, чем однородное, аппроксимирует экспериментальные кривые распределения.

*** Положено $\beta=0,46$. Это значение β для Gd^{158} взято из работы [12].

Неоднородное распределение типа (7-8) $b_2(M1; u)$, $Z = 64$, $k = 0,5$

u	$b_2(M1; u > 0)$	$b_2(M1; u < 0)$	u	$b_2(M1; u > 0)$	$b_2(M1; u < 0)$
0	0,201	0,201	± 25	0,293	0,152
± 1	0,204	0,199	± 50	0,502	0,123
± 2	0,206	0,196	± 100	-0,581	0,0887
± 5	0,215	0,189	± 200	-0,122	0,0572
± 10	0,230	0,179	± 400	-0,0461	0,0338
± 15	0,248	0,169	± 800	-0,0198	0,0219

проницаемая» модель Роуза или точечное ядро), ни при $u(m) = 1$ (модель поверхностных токов Слива). Максимум анизотропии имеет место при двух определенных значениях ядерного параметра $u(m)$, причем знаки анизотропии в этих двух экстремальных точках различны. При очень сильных γ -запретах (при больших $u(m)$) анизотропия сильно уменьшается, но не до нуля, а до некоторого конечного, хотя и малого значения. Для больших значений $u(m)$, т. е. в случае «чистой» внутриядерной конверсии, величина $T_m(L)$ не зависит от $u(m)$ и выражается приближенной аналитической формулой

$$T_m(L) \simeq \frac{(2pR)^{\gamma_{L+1} - \gamma_L}}{R} \frac{\Gamma(2\gamma_L + 1) \left| \Gamma\left(\gamma_{L+1} + \frac{i\alpha ZE}{p}\right) \right|}{\Gamma(2\gamma_{L+1} + 1) \left| \Gamma\left(\gamma_L + \frac{i\alpha ZE}{p}\right) \right|} \times \\ \times \sqrt{\frac{(L+1 + \gamma_{L+1})[E(L+1) - \gamma_{L+1}] B_{L+1}^{(E)}}{(L + \gamma_L)(EL + \gamma_L) B_{-L}^{(E)}}} \frac{e^{i(\delta_{L+1} - \delta_{-L})}}{c_1(-1) + c_1(-L)}, \quad (10)$$

где

$$\gamma_{|\kappa|} = \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2 Z^2}, \quad \sqrt{B_{-|\kappa|}'} = \frac{2\gamma}{(|\kappa| + \gamma) g_{\kappa}'(R) + \alpha Z f_{\kappa}'(R)}, \quad (11)$$

$$\sqrt{B_{+|\kappa|}'} = \frac{2\gamma}{(|\kappa| + \gamma) f_{\kappa}'(R) - \alpha Z g_{\kappa}'(R)},$$

$$f_{\kappa}' = \sum c_{\nu} r^{\nu}, \quad g_{\kappa}' = \sum d_{\nu} r^{\nu}. \quad (12)$$

Коэффициенты c_{ν} и d_{ν} удовлетворяют рекуррентным соотношениям, которые зависят от вида потенциальной энергии электрона внутри ядра [10, 13]. Анизотропия полностью исчезает лишь для определенного значения параметра $u(m)$.

Из рис. 1—2 видно, что влияние поверхностного слоя и деформации ядра на электронные факторы при эквивалентных как однородном, так и неоднородном распределениях заряда ядра мало меняет значение $b_2(M1)$ в точке $u=1$ *. Поэтому учет этого влияния для нормальных незаторможенных γ -переходов не существен. Однако при достаточно сильных γ -запретах** результаты расчета $b_2(M1)$ без учета и с учетом указанного влияния при эквивалентном неоднородном распределении заряда (7) могут уже значительно отличаться друг от друга, даже

* В точке $u=1$ значение $b_2(M1)$ гораздо меньше отличается от табличного, чем это следует из работы [14].

** Если при этом правила отбора для конверсионных внутриядерных и радиационных ядерных матричных элементов различны.

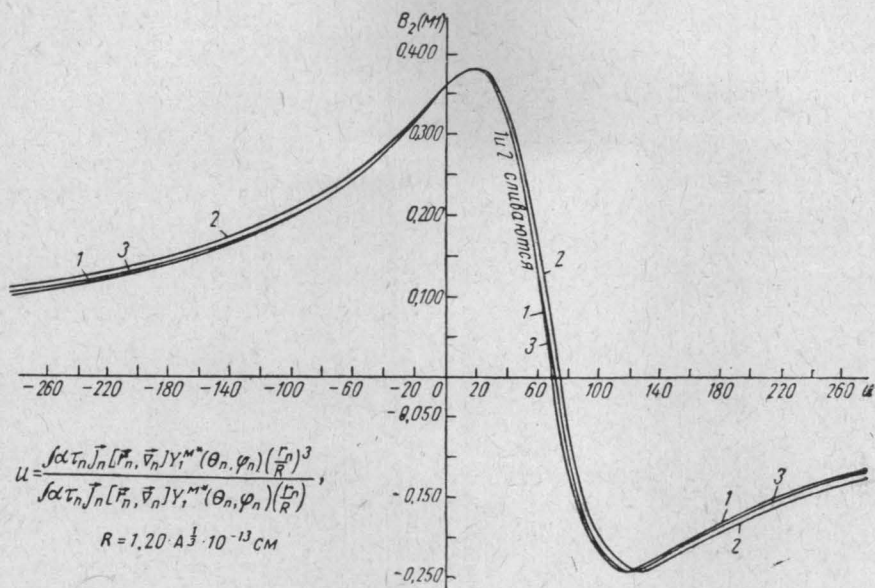


Рис. 1

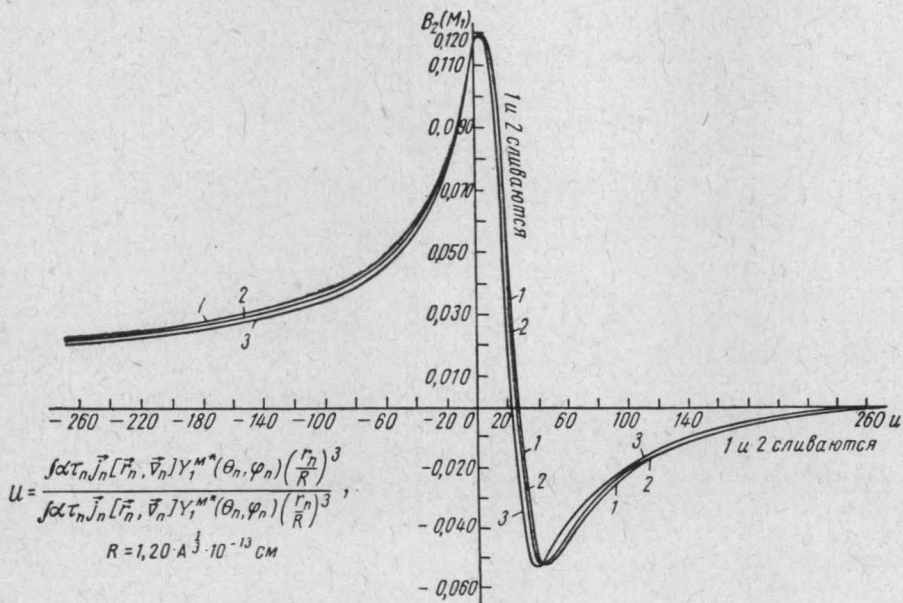


Рис. 2

на 200% и более (см. рис. 1 — крутая часть кривых). Таким образом, для получения более точных значений ядерных параметров из эксперимента по угловому распределению конверсионных электронов при чисто магнитных достаточно сильно запрещенных γ -переходах ориентированных ядер учет неоднородности распределения заряда ядра на электронные факторы является необходимым.

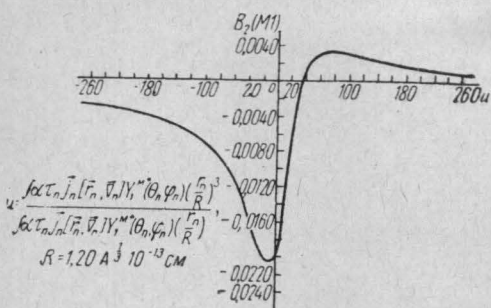


Рис. 3

зависимости $b_2(M1, u(m))$ от $u(m)$ (ср. рис. 3 и 2).

Перейдем к исследованию анизотропии в угловом распределении конверсионных электронов при запрещенных электрических γ -переходах ориентированных ядер. Коэффициент $b_g(EL)$, определяющий анизотропию, выражается следующей формулой [6]:

$$b_g(EL) = 1 + \frac{g(g+1)}{2L(L+1) - g(g+1)} \frac{L}{2L+1} \frac{|L+1+T_e(L)|^2}{[L(L+1) + |T_e(L)|^2]}, \quad (13)$$

где $T_e(L)$ в общем случае можно представить в виде [6—7]

$$T_e(L) = \frac{R_L(e) + i(\sum q_v(e; L) u_v(e; L) + R_{-L-1}(e) + i(\sum q_v(e; -L-1) u_v(e; -L-1) + \sum q'_v(e; L) u'_v(e; L))}{+ \sum q'_v(e; -L-1) u'_v(e; -L-1)} e^{i(\delta_1 - \delta_2)}, \quad (14)$$

где u_v и u'_v — ядерные параметры, связанные с плотностью заряда и токами перехода соответственно [15], q_v и q'_v — соответствующие электронные факторы, задаваемые аналитически в работе [7]. Как видно из (13—14), в общем случае зависимость $b_g(EL)$ от ядерных параметров довольно сложна. Однако она сильно упрощается для $E1$ -переходов, рассмотрением которых мы и ограничимся*. Если предположить, что ядерные параметры не возрастают с ростом ν , то тогда на основе работы [7] в выражениях под знаком суммы в (14) при $|u'_v| < 50$ с большой степенью приближения можно учесть лишь один ядерный параметр $u'_0(e; 1) \equiv u'(e)$.

Таблица 2
Неоднородное распределение типа (7—8). $b_2(E1; u')$, $Z = 92$, $k = 1$

u	$b_2(E1; u' > 0)$	$b_2(E1; u' < 0)$	u	$b_2(E1; u' > 0)$	$b_2(E1; u' < 0)$
0	-0,999	-0,999	± 20	0,240	-0,258
± 1	0,303	-1,87	± 50	0,0988	-0,102
± 2	0,842	-1,79			
± 5	0,751	-1,00			
± 10	0,450	-0,519			

* Отметим, что как раз эти γ -переходы ядер обычно наиболее сильно запрещены [6].

В этом случае получим

$$T_e(1) \simeq \frac{R_1(e) + ia_{-1}(E) a_{-1}(e) b'_0 u'(e)}{R_2(e)} e^{i(\delta_L - \delta_{L-1})}. \quad (15)$$

Исследование зависимости $b_2(E1)$ от u' показывает (см. рис. 4, табл. 2), что она аналогична зависимости $b_2(M1)$ от u (m), но имеется между ними и некоторое различие. Кривые $b_2(E1; u')$ также имеют два экстремума (по одному в области положительных и отрицательных u').

Неоднородность распределения заряда ядра сказывается уже на $b_2(E1; u')$ значительно слабее, чем это было при $M1$ -переходах. Пре-

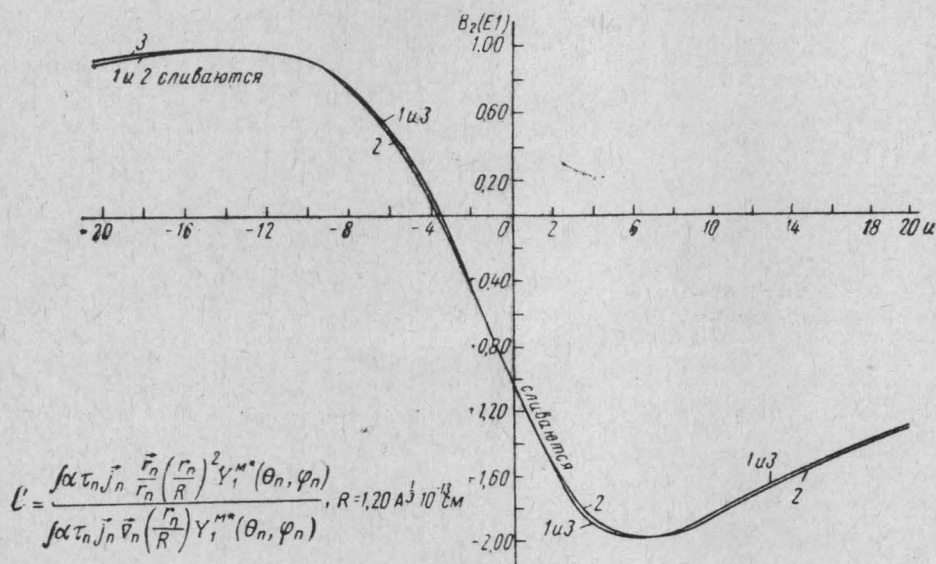


Рис. 4

дельных значений $T_e(1)$ для очень больших u' (т. е. для случая «чистой» внутриядерной конверсии) без привлечения ядерных моделей здесь указать нельзя.

Полученные нами кривые и таблицы (см. также [7, 10]) могут быть использованы как для отождествления сильно запрещенных γ -переходов ориентированных ядер, так и для более точного определения ядерных параметров из экспериментальных данных по угловому распределению K -электронов конверсии. Следует, однако, отметить, что за исключением двух экстремальных точек одному и тому же экспериментальному значению $b_2(M1)$ или $b_2(E1)$ всегда соответствуют два значения параметра u (m) или u' (e). Эта неоднозначность может быть устранена, например, путем дополнительного измерения анизотропии электронов конверсии, принадлежащих L_I или M_I -подоболочкам атома.

ЛИТЕРАТУРА

1. Листенгартен М. А. «Изв. АН СССР», сер. физич., 22, 759, 1958.
2. Church E. L., Weneser J. Ann. Rev. Nucl. Sci., 10, 193, 1960.
3. Листенгартен М. А. «Изв. АН СССР», сер. физич., 26, 1451, 1962.
4. Nilsson S., Rasmussen J. Nucl. Phys., 5, 617, 1958.
5. Church E. L., Weneser J. Nucl. Phys., 28, 602, 1961.

6. Долгинов А. З. В сб. «Гамма-лучи» под ред. Л. А. Слива. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1961.
7. Борисоглебский Л. А. ЖЭТФ, **46**, 1664, 1964.
8. Rose M. E. *Internal Conversion Coefficients*, No. 4, Publ. Co., Amsterdam, 1958.
9. Банд И. М., Гуман В. И., Согомонова Г. А. Таблицы радиальных функций и фаз электронов. М.—Л., 1959.
10. Борисоглебский Л. А. ЖЭТФ, **47**, 1575, 1964.
11. Элтон Л. Размеры ядер. М., ИЛ, 1962.
12. Thosar V. V. *Curreut Sci.*, **31**, 368, 1962.
13. Слив Л. А., Волчок Б. А. Таблицы кулоновских фаз и амплитуд при учете конечных размеров ядра. Л., Изд-во АН СССР, 1956.
14. Устинова К. А. ЖЭТФ, **37**, 307, 1959.
15. Kramer J., Nilsson S. G. *Nucl. Phys.* **35**, 273, 1962.
16. Asaro F., Stepheus F., Hollander J., Perlman J. *Phys. Rev.*, **117**, 492, 1960.

Поступила в редакцию
20. 7 1964 г.

Кафедра
электродинамики и квантовой теории
