

Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 3 — 1966

УДК 621.382.2.001.5

В. А. КУРОЧКИН

СЕТОЧНАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДАХ

Рассматриваются возможности применения RC -сеточной модели для изучения переходных процессов в полупроводниковых диодах. Приводятся оценки точности конечно-разностного представления одномерного уравнения диффузии с учетом электрического поля в базе диода. Даются масштабные соотношения для элементов неоднородной RC -сетки. Описывается устройство для визуализации процесса решения нестационарного уравнения диффузии на осциллографе. Работа моделирующего устройства демонстрируется на примере задачи о выключении плоскостного полупроводникового диода.

Движение неосновных носителей заряда в базе плоскостного полупроводникового диода в одномерном случае описывается уравнением диффузии [1]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{p - p_n}{\tau_p} - \frac{1}{q} \frac{\partial j_p}{\partial x}, \quad (1)$$

где $p(x, t)$ — концентрация неосновных носителей, p_n — равновесное значение $p(x, t)$, τ_p — время жизни неосновных носителей, j_p — полная плотность тока, q — заряд электрона.

Будем считать, что диод имеет базу n -типа, а коэффициент инжекции p - n -перехода равен единице. В этом случае j_p состоит из дрейфовой и диффузионной составляющей плотности тока дырок

$$j_p = q\mu_p pE - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

где E — напряженность электрического поля в базе, μ_p и D_p — подвижность и коэффициент диффузии дырок.

Введем безразмерные переменные $t_0 = \frac{t}{\tau_p}$, $x_0 = \frac{x}{W}$, где W — ширина базы диода. Функцию $p(x, t)$ будем также считать безразмерной (в дальнейшем индекс 0 опускается). При

$$f(x) = \exp \left[- \frac{\mu_p W}{D_p} \int E(x) dx \right]$$

уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -(p - p_n) + \frac{D_p \tau_p}{W^2} \cdot \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[f(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right]. \quad (3)$$

В зависимости от условий включения диода в сечении $x=0$ может быть задано граничное условие первого рода — диод включен в цепь генератора напряжения или второго рода — диод включен в цепь генератора тока.

Если необходимо учесть электрическое поле в базе диода, то, в соответствии с равенством (2), в сечении $x=0$ задается граничное условие третьего рода.

В сечении $x=W$ при конечной скорости рекомбинации s выполняется граничное условие третьего рода (в безразмерном виде)

$$p + \frac{D_p}{s \cdot W} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

которое при $s \rightarrow \infty$ сводится к равенству $p=0$.

Для процесса включения диода начальное распределение неравновесной концентрации дырок $p(x, 0)$ принимается нулевым, для процесса выключения — распределение, имеющее место на определенной стадии

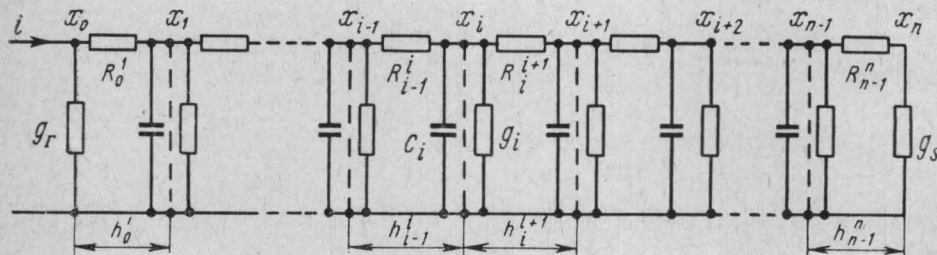


Рис. 1. RC-сеточная модель одномерного уравнения диффузии

процесса включения. Вследствие этого система задания начальных условий в модели не является необходимой.

Математический анализ переходных процессов в диодах различной конструкции с учетом электрического поля в базе и конечной скорости рекомбинации на контакте достаточно сложен, в связи с чем целесообразно использовать сеточную модель (рис. 1).

Для вывода масштабных соотношений и анализа точности решения воспользуемся «математическим методом» Вольтынского и Бухмана [2]. Лапласиан уравнения (3) в точке $x=x_i$ может быть представлен в конечно-разностном виде (обозначения на рис. 1)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[f(x) \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{x_i} = \\ & = 2 \frac{f \left(x_i - \frac{h_{i-1}^i}{2} \right) (p_{i-1} - p_i) \cdot h_i^{i+1} + f \left(x_i + \frac{h_i^{i+1}}{2} \right) (p_{i+1} - p_i) \cdot h_{i-1}^i}{h_i^{i+1} \cdot h_{i-1}^i (h_i^{i+1} + h_{i-1}^i)} + \\ & + R_1(h) + R_2(h^2) + R_3(h^3) + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

Величина остаточных членов представления (4) зависит от степени неравномерности сетки $(h_i^{i+1} - h_{i-1}^i)$, от вида функции $f(x)$ и от вида решения $p(x, t)$

$$R(h) = (h_i^{i+1} - h_{i-1}^i) \cdot \left(-\frac{1}{4} \frac{d^2 f}{dx^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{3} f(x) \frac{\partial^3 p}{\partial x^3} \right),$$

$$R(h^2) = [(h_i^{i+1})^2 - h_i^{i+1} \cdot h_{i-1}^i + (h_{i-1}^i)^2] \times \left[-\frac{1}{12} f(x) \frac{\partial^4 p}{\partial x^4} - \frac{1}{6} \frac{df}{dx} \frac{\partial^3 p}{\partial x^3} - \frac{1}{8} \frac{d^2 f}{dx^2} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{24} \frac{d^3 f}{dx^3} \frac{\partial p}{\partial x} \right].$$

Масштабные соотношения для элементов сетки в случае отсутствия электрического поля в базе имеют вид (см. рис. 1)

$$\frac{R_i^{i+1}}{R_{i-1}^i} = \frac{f\left(x_i - \frac{h_{i-1}^i}{2}\right) \cdot \frac{h_i^{i+1}}{h_{i-1}^i}}{f\left(x_i + \frac{h_{i-1}^i}{2}\right) \cdot \frac{h_i^{i+1}}{h_{i-1}^i}},$$

$$\frac{c_{i+1}}{c_i} = \frac{g_{i+1}}{g_i} = \frac{f(x_{i+1}) \cdot (h_i^{i+1} + h_{i+1}^{i+2})}{f(x_i) \cdot (h_i^{i+1} + h_{i-1}^i)}.$$

В диодах с диффузионной базой [1] необходимо учитывать электрическое поле, возникающее вследствие неравномерного распределения концентрации примеси $N(x)$. Функцию $N(x)$ с хорошим приближением можно аппроксимировать экспонентой. В этом случае масштабные соотношения принимают вид

$$\frac{R_i^{i+1}}{R_{i-1}^i} = \frac{h_i^{i+1}}{h_{i-1}^i} \exp[\eta(h_{i+1}^i + h_{i-1}^i)],$$

$$\frac{c_{i+1}}{c_i} = \frac{g_{i+1}}{g_i} = \frac{h_i^{i+1} + h_{i+1}^{i+2}}{h_i^{i+1} + h_{i-1}^i} \exp[-2\eta h_i^{i+1}],$$

где $\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{N_a}{N_k}$ так называемый параметр поля, характеризующий перепад концентраций примеси N_a и N_k у противоположных границ базы. Метод, изложенный в [2], позволяет получить масштабные соотношения и оценки точности для любого вида функции $N(x)$.

При задании граничных условий третьего рода на входе и выходе сетки включаются дополнительные проводимости (рис. 1)

$$g_r = \frac{2\eta h_0^1}{R_0^1} \quad \text{и} \quad g_s = \frac{D_p h_{n-1}^n}{W \cdot s \cdot R_{n-1}^n}.$$

Для выбора величин элементов сетки удобно пользоваться соотношениями, полученными при сравнении уравнения диффузия и уравнения RC-линии с утечкой:

$$\frac{L}{L_p} = \sqrt{Rg}, \quad T_{\text{уст}} = \left(n \frac{L}{L_p}\right)^2 \cdot \frac{C}{g} = n^2 RC,$$

где L_p — диффузионная длина для дырок, $\frac{L}{L_p}$ — относительное расстояние между узлами сетки, $T_{уст}$ — время полного установления переходного процесса сетки, n — число T -элементов сетки, $\frac{C}{g}$ — аналог времени жизни дырок, RC — аналог времени пролета на единицу длины базы.

Для управления процессами заряда и разряда RC -сетки, а также для наблюдения процесса решения на осциллографе служит моделирующее устройство [3], включающее в себя блоки визуализации процесса решения и блоки граничных условий. В качестве индикатора решения использован осциллограф И-4М. Система мгновенного разряда конденсаторов, обычно применяемая в подобных устройствах [4], отсутствует. Разряд сетки происходит при определенных граничных условиях и может наблюдаться на осциллографе так же, как и заряд сетки.

Принцип работы блоков визуализации процесса решения состоит в следующем. Механическая коммутация узлов сетки шаговым искателем сочетается с электронным стробоскопированием узлов напряжений. Шаговый искатель одновременно с передачей сигналов от узлов сетки на электронный стробоскоп осуществляет развертку по оси X осциллографа. Электронный стробоскоп состоит из генератора тактовых импульсов, схемы формирования подвижных импульсов и стробируемого катодного повторителя. Период следования тактовых импульсов соответствует времени полного заряда или разряда сетки и регулируется в течение 10—60 мксек. Стробируемый катодный повторитель служит для передачи сигналов с узлов сетки на осциллограф. Утечкой лампы катодного повторителя служат сопротивления сетки и внутреннее сопротивление генераторов граничных условий. Эквивалентное входное сопротивление такой измерительной системы достаточно велико, поскольку лампа катодного повторителя оказывается открытой лишь в течение времени, равного длительности импульса стробирования (~ 20 мсек). Момент стробирования определяется схемой формирования подвижных импульсов и может регулироваться вручную. Для подсвечивания импульса Y служит схема формирования отметок яркости. С целью удаления яркостных помех импульс яркости запрещается при помощи схемы управления шаговым искателем на время переключения шагового искателя. На экране осциллографа может наблюдаться одна кривая $p(x)$, соответствующая моменту времени, заданному схемой формирования подвижных импульсов. Путем соответствующей регулировки в схеме формирования подвижных импульсов может быть последовательно получено семейство искоемых функций для различных моментов времени.

Блоки граничных условий обеспечивают периодичность процессов заряда и разряда сетки при различных граничных условиях. Генератор напряжения (граничное условие первого ряда) собран на мощном полупроводниковом триоде типа П601 по схеме с общим эмиттером. При закрытом триоде необходимое напряжение передается на сетку через достаточно малое сопротивление нагрузки триода, в открытом состоянии триод осуществляет короткое замыкание на входе сетки. Генератор тока (граничное условие второго рода) состоит из двух маломощных полупроводниковых триодов $p-n-p$ и $n-p-n$ -типов. Триоды включены параллельно по схеме с общей базой, при этом RC -сетка служит общей нагрузкой. Триоды включаются поочередно, осуществляя заряд и раз-

ряд сетки. Величины токов заряда и разряда могут регулироваться независимо.

Генераторы напряжения и тока управляются импульсами генератора прямоугольной волны, который синхронизирован с генератором тактовых импульсов. Для нормальной работы модели необходимо выполнить неравенства

$$T_{уст} < T_0, \quad R_{гг} \gg R_{общ} \text{ или } R_{общ} \gg R_{гн},$$

где T_0 — период генератора прямоугольной волны, $R_{общ}$ — полное входное активное сопротивление сетки, $R_{гг}$ — внутреннее сопротивление генератора тока (порядка 1 Мом), $R_{гн}$ — внутреннее сопротивление генератора напряжения (порядка 100 ом).

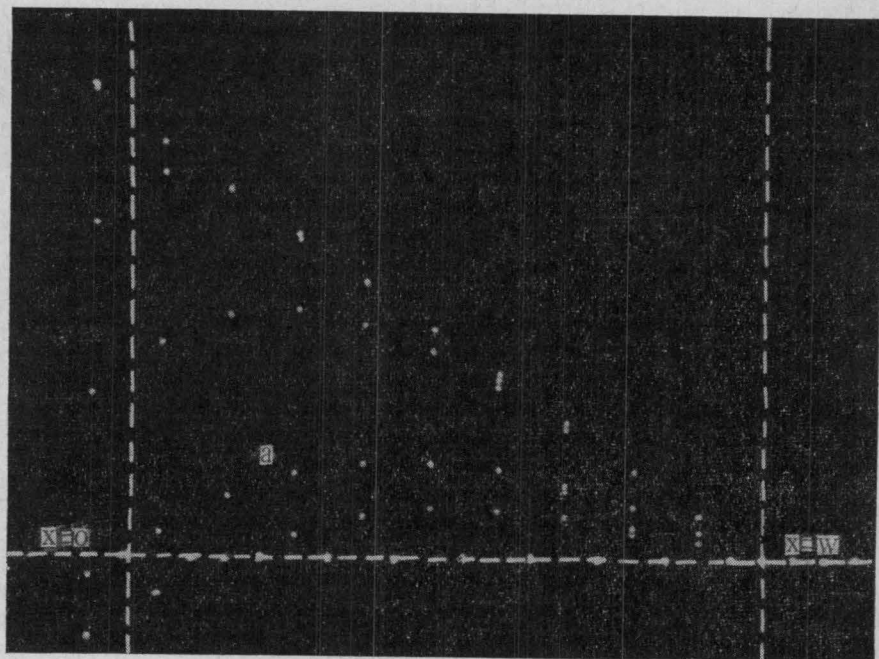


Рис. 2. Семейство кривых $p(x, t)$ при $W \ll L_p$, сфотографированное с экрана осциллографа

Ниже демонстрируются возможности RC -сеточной модели на примере задачи о выключении плоскостного полупроводникового диода, аналитическое решение которой известно [5]. Решение этой задачи позволяет, в частности, найти величину времени рассасывания t_r , в течение которого величина обратного тока I_r остается постоянной, и зависимость величины t_r от соотношения обратного и прямого токов $\frac{J_r}{J_f} = B$ и от параметров диода. Рассмотрим некоторые варианты задачи.

1. Плоскостной полупроводниковый диод с узкой базой ($W \ll L_p$). В этом случае рекомбинацией дырок в базе можно пренебречь. На рис. 2 представлено семейство кривых $p(x, t)$, сфотографированных с экрана индикатора модели и соответствующих разным моментам времени процесса разряда сетки. Кривая a соответствует искомому моменту времени t_r . Теоретическая зависимость времени рассасывания от

соотношения токов (рис. 3, кривая 1) построена для относительного времени $\frac{t_r D_p}{W^2}$, где $\frac{W^2}{D_p}$ — среднее время пролета дырок через базу диода. Аналогом времени пролета в модели является величина $n^2 RC$. Рис. 3 показывает, что замена величины $\frac{W^2}{D_p}$ величиной $n^2 RC$ приводит к систематической положительной ошибке, которая уменьшается с ростом числа n . При $n=20$ для величин $B=0,1-4,0$ ошибки за счет дискретизации пространства становятся пренебрежимо малыми, что позво-

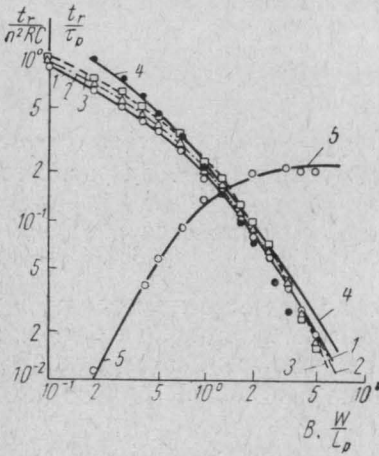


Рис. 3. Зависимость относительного времени рассасывания от параметров B и W/L_p . 1 — теоретическая зависимость $t_r/n^2 RC$ от B ; решения, полученные на модели: $\square \square \square$ — с числом $n=5$ (кривая 3), $\triangle \triangle \triangle$ — $n=10$ (кривая 2), $\circ \circ \circ$ — $n=20$; 2 — теоретическая зависимость t_r/τ_p от B при $W \gg L_p$; $\bullet \bullet \bullet$ — решение, полученное на модели при $W \gg L_p$; 5 — теоретическая зависимость t_r/τ_p от W/L_p ; $\circ \circ \circ$ — решение, полученное на модели

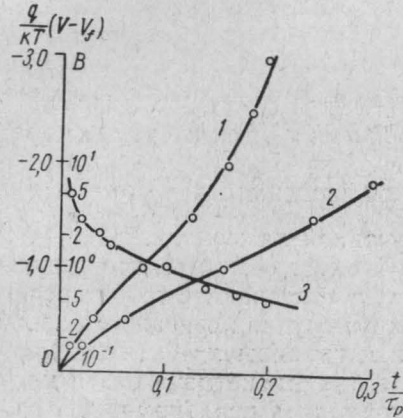


Рис. 4. Зависимость $\frac{q}{kT} (V - V_k)$ и отношения обратного и прямого токов B от времени при $W \gg L_p$. 1 — теоретическая зависимость $\frac{q}{kT} (V - V_f)$ от t/τ_p при $B=1$; 2 — то же при $B=0,5$; 3 — теоретическая зависимость B от t/τ_p при сопротивлении внешней цепи, равном нулю; $\circ \circ \circ$ — экспериментальные точки, полученные на модели

ляет оценить аппаратную погрешность. Последняя не превышает $\pm 5\%$.

2. Плоскостной полупроводниковый диод с «бесконечной» базой ($W \gg L_p$). В этом случае процесс рекомбинации дырок играет определяющую роль. На рис. 3 представлены теоретическая (кривая 4) и соответствующая экспериментальная зависимости относительного времени рассасывания $\frac{t_r}{\tau_p}$ от отношения токов B для диода с «бесконечной» базой (RC -сетка с эквивалентом бесконечности [4]).

При рассасывании заряда из базы диода напряжение на $p-n$ -переходе уменьшается в соответствии с равенством [1]:

$$V(t) = V_f + \frac{kT}{q} \ln \frac{p(0, t)}{p(0, 0)},$$

где V_f и $p(0, 0)$ — напряжение на $p-n$ -переходе и граничная концентрация дырок соответственно в начале процесса рассасывания, $V(t)$ и

$p(0, t)$ — те же величины в процессе рассасывания. На рис. 4 (кривые 1 и 2) приводится зависимость величины $\frac{q}{kT}(V-V_f)$ от относительного времени $\frac{t}{\tau_p}$ для диода с «бесконечной» базой для двух значений параметра B .

В случае, если при рассасывании заряда из базы диода сопротивление внешней цепи пренебрежимо мало, граничная концентрация дырок теоретически мгновенно падает до нуля, а отношение величин токов B изменяется в зависимости от относительного времени $\frac{t}{\tau_p}$ так, как показано на рис. 4 (кривая 3).

3. Плоскостной полупроводниковый диод со средней шириной базы ($W \sim L_p$). При ширине базы, сравнимой с диффузионной длиной, длительность процесса выключения диода будет определяться как временем жизни τ_p , так и средним временем пролета $\frac{W^2}{D_p}$. На рис. 3 теоретическая зависимость $\frac{t_r}{\tau_p}$ от $\frac{W}{L_p}$ (кривая 5) сравнивается с зависимостью, полученной на модели.

Следует отметить, что результаты, полученные на модели, в целом хорошо совпадают с теоретическими. Увеличение ошибки решения в некоторых случаях связано с большой кривизной искомой функции $p(x, t)$ вблизи границы $x=0$ (например, область отношений токов $B > 1$ для диода с «бесконечной» базой на рис. 3). Для этих случаев целесообразно применять неравномерную RC -сетку с более мелким шагом по пространству в начале сетки.

В заключение отметим следующее. Предлагается достаточно простая конструкция RC -сеточной модели для решения линейных нестационарных задач электроники полупроводниковых приборов с точностью $\pm 5\%$. В модели могут быть заданы граничные условия первого, второго и третьего рода, характерные для работы импульсных диодов в схемах. Создана система визуализации, позволяющая наблюдать процесс решения на осциллографе. Возможности RC -сеточной модели показаны на примере задачи о выключении плоскостного полупроводникового диода, аналитическое решение которой известно. Зависимости, полученные на модели, хорошо совпадают с теоретическими. Приводятся масштабные соотношения и оценки точности конечно-разностного представления для задач с учетом электрического поля в базе диода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степаненко И. П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М., Госэнергоиздат, 1963.
2. Вольтский Б. А., Бухман В. Е. Модели для решения краевых задач. М., Физматгиз, 1960.
3. Курочкин В. А. Устройство для визуализации процесса решения уравнений параболического типа на сеточной модели. Сб. Ин-та матем. АН УССР, 1966.
4. Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. М., ИЛ, 1962.
5. Носов Ю. Р. Сб. Полупроводниковые приборы и их применение, под ред. Л. А. Федотова. «Советское радио», вып. 4, 1960, стр. 3—38.

Поступила в редакцию
25. 2 1965 г.

Кафедра
общей физики для мехмата