Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 4 — 1966

УДК 530.12:531.51

Л. И. СЛАБКИЙ

ИНДУКЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ГРАВИТАЦИОННОМ И ВОЗМОЖНОМ ГРАВИМАГНИТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

Описаны индукционные гравитационные эффекты и предложено два варианта их экспериментальной проверки.

Сила, действующая на частицу в стационарном гравитационном поле вращающейся массы, может быть найдена из уравнения движения [1]

$$\frac{du^{\alpha}}{ds} = -\Gamma^{\alpha}_{00}(u^0)^2 - 2\Gamma^{\alpha}_{0\beta}u^0u^{\beta} - \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}u^{\beta}u^{\gamma}, \tag{1}$$

где компоненты Γ^i_{kl} выражены в виде

$$\Gamma^{\alpha}_{00} = \frac{1}{2}h^{;\alpha}, \tag{2}$$

$$\Gamma^{\alpha}_{0\beta} = \frac{h}{2}(g^{\alpha}_{;\beta} - g^{;\alpha}_{\beta}) - \frac{1}{2}g_{\beta}h^{;\alpha}, \tag{3}$$

$$\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} = \lambda^{\alpha}_{\beta\gamma} + \frac{h}{2}[g_{\beta}(g^{;\alpha}_{\gamma} - g^{\alpha}_{;\gamma}) + g_{\gamma}(g^{;\alpha}_{\beta} - g^{\alpha}_{;\beta})] + \frac{1}{2}g_{\beta}g_{\gamma}h^{;\alpha}. \tag{4}$$

$\left(\text{Здесь } h = -g_{00},\ g_{\alpha} = -\frac{g_{0\alpha}}{g_{00}},\ \lambda^{\alpha}_{\beta\gamma} \text{ — трехмерный символ Кристоффеля.}\right)$

Используя соотношение

$$f^{\alpha} = c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\frac{Dp^{\alpha}}{ds}, \tag{5}$$

с учетом (1 — 5) [1], получим

$$f = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\left\{-qrad\ln\sqrt{h} + \sqrt{h}\left[\frac{v}{c}\operatorname{rot} g\right]\right\}, \tag{6}$$

где g — трехмерный вектор с компонентами $g_{\alpha} = -\frac{g_{0\alpha}}{g_{00}}$.

Для случая вращающейся массы величина g равна

$$g = \frac{2\gamma}{c^3 r^2}[nM], \tag{7}$$

где n — единичный вектор в направлении радиус—вектора пробной массы, M — момент импульса центрального тела вместе с его гравитационным полем.

Рассмотрим первый член, входящий в выражение (6). При $v^2/c^2 \ll 1$ и $\varphi \ll c^2$ можно написать

$$f_1 = -mc^2\, grad \ln\left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right) \approx -\frac{\gamma m m_1}{r^2}, \tag{8}$$

т. е. это обычная ньютонова сила гравитационного взаимодействия пробной массы m с полем, создаваемым телом массы m_1.

Второй член в (6) определяет силу

$$f_2 = mc^2 \sqrt{-g_{00}}\left[\frac{v}{c}\operatorname{rot} g\right], \tag{9}$$

которая, как известно, является аналогом силы Кориолиса для системы, вращающейся с угловой скоростью

$$\Omega = \frac{c}{2}\sqrt{-g_{00}}\operatorname{rot} g. \tag{10}$$

Используя соотношение (7) и полагая $-g_{00} = 1 + \frac{2\varphi}{c^2} \simeq 1$, получим

$$f_2 \cong mc\left[v \operatorname{rot}\left(\frac{2\gamma}{c^3 r^2}[nM]\right)\right] = 2\sqrt{\gamma}\, m\left\{\frac{v}{c}\operatorname{rot}\left[n\sqrt{\gamma}\, m_1\left(\frac{v_1}{rc} n_1\right)\right]\right\}. \tag{11}$$

Вводя обозначение

$$A_g^* = \frac{1}{r}\left[n\sqrt{\gamma}\, m_1\left[\frac{v_1}{c} n_1\right]\right] = \frac{\sqrt{\gamma}\, m_1}{cr}[n[v_1 n_1]] \tag{12}$$

и

$$H_g^* = \operatorname{rot} A_g^*, \tag{13}$$

получим следующее выражение для силы f_2:

$$f_2 = 2\frac{\sqrt{\gamma}\, m}{c}[vH_g^*]. \tag{14}$$

Для случая, когда $n \perp v$ величина $A_g^* = \frac{\sqrt{\gamma}\, m_1}{r}\frac{v_1}{c}$, что совпадает с выражением для вектор-потенциала электромагнитного поля $A = \frac{ev_1}{cr}$, если положить

$$e = \sqrt{\gamma}\, m. \tag{15}$$

Таким образом, введение «гравитационного заряда» показывает, что гравитационное взаимодействие, по крайней мере при $v^2/c^2 \ll 1$ и $\varphi \ll c^2$ является полным аналогом электромагнитного взаимодействия с заменой q_e на q_g *.

* Как показано в [2], введение гравитационного заряда и тока массы позволяет формально написать аналоги уравнений Максвелла для гравитационного поля.

Эта аналогия видна также и на примере функции Лагранжа, которая с точностью до членов порядка v/c для электромагнитного и гравитационного полей имеет вид [1]

$$L_{эл} = \sum_a \frac{m_a v_a^2}{2} - {\sum_{a,b}}' \frac{e_a e_b}{r_{ab}} + {\sum_{a,b}}' \frac{e_a e_b}{2c^2 r_{ab}} [v_a v_b + (v_a n_{ab})(v_b n_{ab})], \qquad (16)$$

$$L_g = \sum_a \frac{m_a v_a^2}{2} + {\sum_{a,b}}' \frac{\gamma m_a m_b}{2r_{ab}} - {\sum_{a,b}}' \frac{\gamma m_a m_b}{4c^2 r_{ab}} [7v_a v_b + (v_a n_{ab})(v_b n_{ab})]. \qquad (17)$$

Возвращаясь к соотношению (13), можно написать

$$H_g^* = \frac{1}{c} \int \frac{[j_g r]}{r^3} dV \qquad (18)$$

и

$$\Delta A_g^* = -\frac{4\pi}{c} j_g, \qquad (19)$$

где введено обозначение $j_g = \sqrt{\gamma} \rho v$.

(Здесь ρ — плотность гравитационной массы).

Выражение (18), таким образом, является аналогом закона Био—Саварра в электродинамике, а (19) есть уравнение Пуассона для гравитационного аналога вектор-потенциала.

Если определить напряженность E_g^* гравитационного поля в виде

$$E_g^* = -\frac{\partial A_g^*}{\partial t} - \nabla \varphi_g. \qquad (20)$$

то

$$\operatorname{rot} E_g^* = -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} A_g^* = -\frac{\partial H_g^*}{\partial t}. \qquad (21)$$

Интегрируя $\operatorname{rot}_n E_g^*$ по площади контура S, охватывающего массу m, будем иметь

$$\int_S \operatorname{rot}_n E_g^* \, ds = \oint_L E_L \, dL, \qquad (22)$$

откуда получаем аналог закона Фарадея для гравитационной индукции *

$$\mathscr{E}_g^* = -\frac{d}{dt} \int_S H_{g(n)}^* \, ds. \qquad (23)$$

Рассмотрим возможность экспериментальной проверки такого эффекта в лабораторных условиях.

При изменении угловой скорости вращения массивного тела пробная масса, расположенная вблизи данного тела, должна прийти во вращение.

Для случая двух колец радиуса R_0 величина силы f, приводящей к вращению неподвижного кольца, может быть оценена по формуле

$$f \simeq \frac{\pi \gamma m}{c^2} \rho \sigma R_0 \frac{\partial \omega}{\partial t}, \qquad (24)$$

* Возможность существования гравитационной индукции показал Форвард [3].

где m — масса неподвижного кольца, ρ — плотность материала для вращающегося кольца, σ — площадь поперечного сечения вращающегося кольца, ω — угловая скорость вращения.

При значениях $m = 10^4$ *г*, $\rho = 16{,}6$ (тантал), $\sigma = 25$ *см*^{2}, $R_0 = 16{,}5$ *см*, $\frac{\partial\omega}{\partial t} \simeq 6{,}3\cdot 10^2 \left[\frac{радиан}{сек}\right]$ величина силы f равна $\cong 10^{-17}$ *дин*, т. е. близка к оценке минимально измеримой силы $f_{\min} \approx 6\cdot 10^{-17}$ *дин* (при времени измерения $\tau = 10^5$ *сек*), приведенной в [8]. Поскольку при получении оценки для $f_{\min} = \sqrt{\overline{F^2_{мех}}}$ не использовались предельно достигнутые в настоящее время значения вакуума в системе и температуры T, то принципиально существует возможность лабораторной проверки данного эффекта.

Отметим, что использование в качестве вращающегося тела Земли (величину $\frac{\partial\omega}{\partial t}$ следует заменить на $\frac{\partial n}{\partial t}$, где n — единичный вектор вдоль оси симметрии пробного тела, поворот которого относительно направления оси вращения Земли эквивалентен изменению угловой скорости вращения $\omega_{♁}$) приводит к возникновению сопутствующего эффекта, обусловленного силой Кориолиса, который значительно превышает величину гравитационного эффекта индукции:

$$f_{инд} \simeq 0{,}2\,\frac{\gamma m m_{♁}}{c^2}\left(\frac{R_0}{R_{♁}}\right)\frac{\omega_{♁}}{2\pi}\,\frac{\partial n}{\partial t} \simeq 4{,}4\cdot 10^{-11}\,\frac{\partial n}{\partial t}\ [\partial н],$$

$$f_{кор} \simeq 2m\omega_{♁} R_0\,\frac{\partial n}{\partial t} \approx 2{,}3\cdot 10^{1}\,\frac{\partial n}{\partial t}\,[\partial н]. \tag{25}$$

Таким образом, несмотря на бóльшую величину $f_{инд}$, измерение данного эффекта встречает значительные трудности (см. также [4]).

Отметим одно интересное следствие из полученных выше соотношений (12), (13) и (15).

Используя выражение для гравитационного тока $j_g = \sqrt{\gamma}\rho v$, где ρ — плотность массы, можно ввести, по аналогии с электродинамикой, величину $\mathfrak{M}_g$ — гравитационно-«магнитный» момент, который для вращающейся сферически-симметричной массы может быть записан в виде

$$\mathfrak{M}_g = \frac{1}{5}\cdot\frac{\sqrt{\gamma}\,m}{c}R_0^2\omega. \tag{26}$$

Взяв отношение величины $\mathfrak{M}_g$ к механическому моменту массы $M = \frac{2}{5}mR_0^2\omega$, получим

$$\frac{\mathfrak{M}_g}{M} = \frac{\sqrt{\gamma}}{2c}. \tag{26a}$$

(Это совпадает с отношением $\mathfrak{M}_e/M = \frac{e}{2mc}$, если, как это было сделано выше, заменить e на $\sqrt{m}$.)

Соотношение, в точности аналогичное (26а), где вместо $\mathfrak{M}_g$ фигурирует обычный магнитный момент $\mathfrak{M}$, было эмпирически установлено Блэкетом [5, 6] для ряда астрономических объектов, в частности, для Земли, Солнца и Звезды 75 созвездия Девы и позднее подтверждено для планеты Юпитер [7]. Таким образом, магнитный и гравитационно-«магнитный» моменты для вращающихся тел совпадают.

Если не считать это совпадение случайным, то, следуя Блэкету, можно предположить, что вращение любой незаряженной массы вызывает магнитное поле, т. е. данное явление носит универсальный характер. Тогда, как это следует из (26а) и соотношения Блэкета

$$\frac{\mathfrak{M}}{M} = \frac{\sqrt{\gamma}}{2c}, \tag{27}$$

гравитационно-«магнитный» момент является в то же время и магнитным моментом вращающейся незаряженной массы, т. е. должно иметь место гравимагнитное взаимодействие магнитного поля электрического тока с гравитационным полем незаряженного тела.

В этой связи можно предложить вариант эксперимента для проверки гравитационного индукционного эффекта, аналогичный описанному выше варианту эксперимента, с той разницей, что вместо вращающегося кольца используется виток с током i_e, а пробная масса представляет собой кольцо (аналог вторичной обмотки трансформатора), изготовленное из диэлектрика с высоким удельным сопротивлением электрическому току.

При изменении тока i_e в первичном витке (обмотке) во вторичной «обмотке» должен индуктироваться гравитационный ток, т. е. вторичная «обмотка» — диэлектрическое кольцо — должна прийти во вращение. Очевидно, что поскольку отношение заряда к массе для электронов порядка 10^{18}, то величина такого эффекта должна быть существенно больше, чем оценка, даваемая формулой (24).

Выражение для силы f в данном случае имеет вид

$$f_{(\text{н. д})} \simeq \frac{\pi \sqrt{\gamma}\, m}{c^2} \cdot \frac{di_\varepsilon}{dt}, \tag{28}$$

где m — масса диэлектрического кольца, i_ε — полный ток в «первичном» контуре. Полагая здесь $m = 10^3$ *г*, $\frac{di_\varepsilon}{dt} = 3 \cdot 10^{13} \left[\frac{\text{ед. } CGSE}{сек^2}\right]$, находим

$$f_{(\text{н д})} = 2{,}7 \cdot 10^{-8}\ [\partial н],$$

т. е. вполне измеримая в лабораторных условиях величина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., Физматгиз, 1960.
2. Иосифьян А. Вопросы единой теории электромагнетизма и гравитационно-инерционного полей. Изд-во Арм. АН СССР, 1959.
3. Forward. Aerospace Engineering, No. T—11, 1962.
4. Слабкий Л. И. Сб. трудов Ин-та радиоэлектроники и горной электромеханики, вып. II, изд. МОИП, 1965.
5. Блэкет П. М. «Успехи физ. наук», **33**, 52, 1947.
6. Blackett P. M. S. Phil. Trans. Roy. Soc., **A897**, No. 245, 309, 1952.
7. Electronic News, 2 April, 1962.
8. Брагинский В. Б. ЖЭТФ, **44**, 5, 1963.

Поступила в редакцию
26. 2 1965 г.

Кафедра
теоретической физики