тенсивности колебаний в резонаторе в Q раз сильнее, чем изменение потерь, расширяющее или сужающее резонансную кривую за счет изменения добротности. Входная проводимость также мало чувствительна к нелинейным потерям самим по себе (см. первый член в числителе формулы (3)), но за счет возникающего детектирования происходит вариация напряжения смещения на диоде, что ведет к изменению резонансной частоты модулятора, а следовательно, и амплитуды напряжения на диоде. Этот эффект является результатом совместного действия нелинейной емкости и нелинейной проводимости параметрического диода (произведение m_1M_1 во втором слагаемом числителя (3')). Цепь обратной связи через детектирование будет замкнута лишь при наличии расстройки ($\xi_0 \neq 0$), ибо только в этом случае амплитуда колебаний в контуре меняется с изменением смещения на диоде. Обратная связь будет положительной (во входную цепь будет вноситься отрицательная проводимость) при работе на том склоне резонансной кривой ($\xi_0 > 0$), который обеспечивает подталкивание вариации смещения на диоде, вызываемой входным сигналом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Engelbrecht R. S. PIRE, **50**, 3, 312, 1962.
2. Трифонов В. И., «Радиотехника и электроника», **8**, 9, 1637, 1963.
3. Howson D. P., Szerlip A. Radio and Electronic End., **27**, 6, 425, 1964.
4. Белов А. А., Карасев М. Д. «Вопросы радиоэлектроники», общетехническая, **7**, 130, 1965.
5. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. М., ИЛ., 1965.

Поступила в редакцию
16. 2 1966 г.

Кафедра
физики колебаний

Ю. И. КУЗНЕЦОВ

УДК 531.391

О ПРИБЛИЖЕННОМ ИССЛЕДОВАНИИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ МЕТОДОМ ТРАЕКТОРИЙ КОРНЕЙ

Для класса нелинейных автоматических систем с одной нелинейностью, линейная часть которых обладает фильтровыми свойствами [1], колебательные переходные процессы для координаты, входящей под знак нелинейности, в первом приближении часто могут быть описаны в виде затухающей или расходящейся синусоиды с медленно меняющимися во времени показателями затухания и частотой [1]:

$$x \approx a \sin \psi, \tag{1}$$

$$\frac{da}{dt} = a\delta, \quad \omega = \frac{d\psi}{dt}, \tag{2}$$

где x — координата, входящая под знак нелинейности, a — аплитуда координаты x, δ и ω — медленно меняющиеся функции времени.

Для этой формы решения (1—2) нелинейную функцию $f(x)$ можно заменить с помощью принципа гармонического баланса эквивалентной линейной. Гармоническая линеаризация нелинейности в этом случае основывается на обобщении асимптотического метода Крылова — Боголюбова на колебательные затухающие (или расходящиеся) процессы [2]. Если нелинейная функция $f(x)$ однозначна и нечетносимметрична, то формула для гармонической линеаризации имеет вид [1]

$$f(x) = q(a)\,x, \tag{3}$$

$$q(a) = \frac{1}{\pi a}\int_0^{2\pi} f(a \sin \psi) \sin \psi d\psi. \tag{4}$$

В этом случае линеаризованное характеристическое уравнение, описывающее колебательный переходный процесс для координаты, X можно привести к виду [1]

$$\Phi_n(p) + q(a)\,\Psi_m(p) = 0, \tag{5}$$

где $\Phi_n(p)$ и $\Psi_m(p)$ — полиномы p степени n и m соответственно ($n \geqslant m$) с действительными коэффициентами. $\Phi_n(p)$ и $\Psi_m(p)$ определяются линейной частью системы.

Очевидно, что решение для переходного процесса в виде (1—2) можно искать только тогда, когда можно выделить пару доминирующих комплексно-сопряженных корней линеаризованного уравнения (5), остающуюся таковой в течение переходного процесса. Доминирующими называются корни, дающие основной вклад в переходный процесс. Известно [3], что таковыми являются корни, показатель затухания которых по абсолютной величине много меньше затухания остальных корней.

Чтобы найти приближенное решение для переходного процесса, необходимо найти зависимости $\delta(a)$ и $\omega(a)$ для доминирующей пары комплексно-сопряженных корней уравнения (5). Если эти зависимости найдены, то при начальных условиях $a=a_0$ и $\psi=\psi_0$ при $t=0$ $a(t)$ и $\psi(t)$ находятся из уравнений

$$\int\limits_{a_0}^{a} \frac{da}{a\delta(a)} = t, \quad \psi = \int\limits_{0}^{t} \omega(a)\,dt + \psi_0, \quad a = a(t) \tag{6}$$

и строится колебательный переходный процесс:

$$x(t) = a(t) \sin\psi(t). \tag{7}$$

Решение уравнений (6) по известным $\delta(a)$ и $\omega(a)$ можно выполнить графически [4].

Чтобы убедиться в существовании доминирующей пары комплексно-сопряженных корней уравнения (5) и построить необходимые зависимости $\delta(a)$ и $\omega(a)$ для этой пары корней, если такая пара корней существует, воспользуемся методом траекторий корней [5].

Формально, отвлекаясь от зависимости $q(a)$, построим траектории корней линеаризованного уравнения (5) на плоскости собственных частот $p=\delta+i\omega$, считая q свободным параметром, допускающим изменение от 0 до $+\infty$. При этом имеет место однозначное соответствие положения корней уравнения (5) на построенных траекториях любому значению $0 \leqslant q \leqslant +\infty$ [5]. Затем для интересующей нас нелинейности построим график $q(a)$, воспользовавшись формулой (4). Из графика $q(a)$ для любого значения a^* определяется соответствующее значение $q^*=q(a^*)$. Затем на графике траекторий корней найденному q^* находится положение корней уравнения (5). Полученное положение корней на p-плоскости ($p=\delta+i\omega$) определит соответствующие данной амплитуде a^* значения затухания и частоты для всех корней уравнения (5). Указанным способом по точкам графически строятся зависимости $\delta_k(a)$ и $\omega_k(a)$ ($k=1, 2, \ldots, n$) для всех корней уравнения (5). Из графика траекторий корней и полученных зависимостей $\delta_k(a)$ ($k=1, 2, \ldots, n$) легко определить возможность выделения доминирующей пары комплексно-сопряженных корней уравнения (5) и проследить, остается ли эта пара корней доминирующей в интересующей нас области амплитуд переходного процесса. Если существует доминирующая пара комплексно-сопряженных корней уравнения (5), которая остается таковой для интересующей нас области амплитуд переходного процесса (и для этой пары корней $\delta(a)$ и $\omega(a)$ являются медленно-меняющимися функциями амплитуды), то решение для колебательного переходного процесса можно искать в виде (1—2). Необходимые для построения переходного процесса $\delta(a)$ и $\omega(a)$ определяются доминирующей парой комплексно-сопряженных корней.

Таким образом, построение траекторий корней линеаризованного характеристического уравнения системы (5) и графика $q(a)$ позволяет оценить возможность приближенного исследования колебательных переходных процессов в нелинейных автоматических системах с одной однозначной нечетно-симметричной нелинейностью, линейная часть которых допускает гармоническую линеаризацию нелинейности. В случае такой возможности метод траекторий корней позволяет найти зависимости $\delta(a)$ и $\omega(a)$ для доминирующей пары комплексно-сопряженных корней линеаризованного характеристического уравнения системы. Последние достаточны для построения колебательного переходного процесса.

В заключение автор выражает признательность проф. К. Ф. Теодорчику и доц. Г. А. Бендрикову за обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов Е. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М., Физматгиз, 1960.
2. Попов Е. П. ДАН СССР, 111, № 2, 1956.
3. Гарднер М. Ф., Бэрнс Дж. Переходные процессы в линейных системах. М., Гостехиздат, 1949.
4. Попов Е. П. «Изв. АН СССР», отдел. техн. наук, № 9, 1966.
5. Бендриков Г. А., Теодорчик К. Ф. Траектории корней линейных автоматических систем. М., «Наука», 1964.

Поступила в редакцию
9. 2 1966 г.

Кафедра
физики колебаний