Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 5 — 1966

УДК 539.12.01

В. Б. ГОСТЕВ

ОДНОЧАСТИЧНЫЕ СОСТОЯНИЯ В ОДНОЙ ИЗ МОДЕЛЕЙ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Методом, отличным от теории возмущений, в квантовополевой модели с тремя видами тяжелых фиксированных частиц показано, что существуют два типа одночастичных состояний с различными массами. Для возможности появления обоих типов состояний необходима тождественность легких частиц, осуществляющих взаимодействие между всеми тяжелыми частицами.

1. В модели вводятся четыре вида частиц A, B, C и θ. Взаимодействие разрешает следующие переходы:

$$A \rightleftarrows B+\theta, \tag{1}$$

$$B \rightleftarrows C+\theta. \tag{2}$$

Гамильтониан в пространстве импульсов может быть записан в форме

$$H=H_0+H_I,$$

$$H_0=m_{A0}\int d^3pA^*(\underline{p})\,A(\underline{p})+m_{B0}\int d^3pB^*(\underline{p})\,B(\underline{p})+m_{C0}\int d^3pC^*(\underline{p})\,C(\underline{p})+$$

$$+\int d^3k\omega(k)\,a^*(\underline{k})\,a(\underline{k}),$$

$$H_I=\lambda_{01}\int\frac{d^3kf(k)}{\sqrt{2\omega(k)}}\int d^3p\,[A^*(\underline{p})\,B(\underline{p}-\underline{k})\,a(\underline{k})+\text{э. с.}]+$$

$$+\lambda_{02}\int\frac{d^3kf(k)}{\sqrt{2\omega(k)}}\int d^3p\,[B^*(\underline{p})C(\underline{p}-\underline{k})\,a(\underline{k})+\text{э. с.}], \tag{3}$$

где $k=|\underline{k}|$; $\omega(k)=\sqrt{k^2+1}$; $f(k)=f^*(k)$ — обрезающая функция, на значения которой в дальнейшем будут наложены дополнительные ограничения. Операторы рождения (уничтожения) A, B, C и θ-частиц с импульсом $\underline{p}$ и $\underline{k}$ — $A^*(\underline{p})\,(A(\underline{p}))$, $B^*(\underline{p})\,(B(\underline{p}))$, $C^*(\underline{p})\,(C(\underline{p}))$ подчинены обычным правилам коммутации Ферми, $a^*(\underline{k})\,(a(\underline{k}))$ — Бозе.

Гамильтониан (3) является обобщением на случай трех тяжелых частиц гамильтониана модели Ли [1], [2], [3]. Как и в модели Ли, для упрощения предположено, что энергия тяжелых частиц не зависит от импульса, т. е. модель описывает взаимодействие между очень тяжелыми A, B и C-частицами путем обмена квантами легких релятивистских θ-частиц. При $\lambda_{01}=0$ ($\lambda_{02}=0$) гамильтониан взаимодействия H_I переходит в гамильтониан взаимодействия модели Ли. Нашу модель можно рассматривать и как вырожденный частный случай ($n=3$, $\lambda_{03}=0$) модели Рюигрока — Ван Хова [4].

Вакуум свободных частиц $/0>$, одночастотные состояния C и θ-частиц $/C(\underline{p})>=C^*(\underline{p})/0>$, $/\theta(k)>=a^*(k)/0>$ суть собственные состояния полного гамильтониана H. Физические одночастичные состояния B и A-частиц $/B(\underline{p}))$ и $/A(\underline{p}))$ не совпадают с «голыми» состояниями $/B(\underline{p})>$, $/A(\underline{p})>$ и являются решениями уравнения Шредингера

$$H\,/\,B(\underline{p})) = m_B\,/\,B(\underline{p})), \tag{4}$$

$$H\,/\,A(\underline{p})) = m_A\,/\,A(\underline{p})). \tag{5}$$

Все собственные состояния гамильтониана (3) могут быть разбиты на секторы с определенными значениями интегралов движения («зарядов»)

$$Q_1 = \int d^3p\,[A^*(\underline{p})\,A(\underline{p}) + B^*(\underline{p})\,B(\underline{p}) + C^*(\underline{p})\,C(\underline{p})],$$

$$Q_2 = \int d^3p\,[2A^*(\underline{p})\,A(\underline{p}) + B^*(\underline{p})\,B(\underline{p}) + a^*(\underline{p})\,a(p)]. \tag{6}$$

Поэтому ищем состояния $/B)$ и $/A)$ в виде

$$|\,B(\underline{p})) = z_B^{\frac{1}{2}}\,[\,|\,B(\underline{p})> + \int d^3k\varphi(k)\,C^*(\underline{p}-\underline{k})\,a^*(\underline{k})\,|\,0>], \tag{7}$$

$$|\,A(\underline{p})) = z_A^{\frac{1}{2}}\,[\,|\,A(\underline{p})> + \int d^3k\varphi_1(k)\,B^*(\underline{p}-\underline{k})\,a^*(\underline{k})\,|\,0> +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2!}}\int d^3m\,d^3l\varphi_2(l, m)\,C^*(\underline{p}-\underline{l}-\underline{m})\,a^*(\underline{l})\,a(\underline{m})\,|\,0>], \tag{8}$$

исходя из естественного предположения, что «заряды» физических состояний $/B)$ и $/A)$ совпадают с «зарядами» «голых» B и A-частиц:

$$Q_1 = 1, \qquad Q_2 = 1 \quad \text{для} \quad |\,B> \quad \text{и} \quad |\,B);$$

$$Q_1 = 1, \qquad Q_2 = 2 \quad \text{для} \quad |\,A> \quad \text{и} \quad |\,B).$$

Постоянные нормировки z_B и z_A находятся из условий

$$(B(\underline{p}')\,|\,B(\underline{p})) = (A(\underline{p}')\,|\,A(\underline{p})) = \delta^3(\underline{p}-\underline{p}'). \tag{9}$$

Вообще, любое одночастичное состояние ($Q_1=1$, $Q_2=n$) представляет собой суперпозицию трех состояний $/C, n\theta>$, $/B, (n-1)\theta>$, $/A, (n-2)\theta>$ (состояния $/C>=/C)$, $/B)$ — вырожденные) и поэтому рассматриваемая модель может быть названа моделью с тремя внутренними степенями свободы (в модели Ли — две степени свободы).

Модели с гамильтонианами, обладающими тремя линейно независимыми состояниями в одночастичном секторе, использовались для численного расчета вклада нуклонного, одномезонного и двухмезонного состояний в состояние физического нуклона [5], фаз рассеяния пионов на нуклонах [5], исследования вопроса об отрицательных вероятностях в квантовой теории поля [6]. В настоящей работе будут рассмотрены решения уравнения Шредингера (5) в секторе (1, 2), принадлежащие дискретному спектру энергии — собственно одночастичные состояния.

2. Предварительно заметим, что уравнение Шредингера (4) в секторе (1, 1) точно совпадает с уравнением Шредингера модели Ли в

секторе $(V, N+\theta)$, поэтому можно воспользоваться известным решением [3] и просто привести результаты:

$$\varphi(k) = -\lambda_{02}\frac{u(k)}{g(k)}, \tag{10}$$

$$u(k) = \frac{f(k)}{\sqrt{2\omega(k)}},$$

$$g(k) = m_C + \omega(k) - m_B;$$

$$m_B = m_{B0} + \delta m_B; \tag{11}$$

$$\delta m_B = -\gamma_{02}P,$$

$$\gamma_{02} = \lambda_{02}^2,$$

$$P = \int \frac{dku^2(k)}{g(k)};$$

$$z_B^{-1} = 1 + \gamma_{02}\int \frac{dku^2(k)}{g^2(k)}. \tag{12}$$

Здесь и далее интегралы без указания пределов надо понимать как интегралы по всему трехмерному пространству импульсов. Выписанные выражения позволяют считать, что наша модель содержит в себе состояния сектора $(V, N+\theta)$ модели Ли при $\lambda_{01}\neq 0$, $\lambda_{02}\neq 0$ одновременно.

3. В секторе (1, 2) уравнение Шредингера (5) равносильно следующим соотношениям между волновыми функциями $\varphi_1(k)$, $\varphi_2(l, m)$:

$$m_A = m_{A0} + \lambda_{01}\int dku(k)\varphi_1(k), \tag{13}$$

$$m_A\varphi_1(k) = [m_{B0} + \omega(k)]\varphi_1(k) + \lambda_{01}u(k) + \sqrt{2}\lambda_{02}\int dlu(l)\varphi_2(k, l), \tag{14}$$

$$m_A\varphi_2(l, m) = [m_C + \omega(l) + \omega(m)]\varphi_2(l, m) + \frac{1}{\sqrt{2}}\lambda_{02}[u(m)\varphi_1(l) + u(l)\varphi_1(m)]. \tag{15}$$

Подставив значение $\varphi_2(k, l)$ из уравнения (15) в уравнение (14), получим с учетом связи (11) — в дальнейшем будем считать фиксированной массу физической B-частицы m_B — интегральное уравнение для $\varphi_1(k)$

$$\varphi_1(k) = -\lambda_{01}\frac{u(k)}{b(\gamma_{02}, k)} + \gamma_{02}\int \frac{dlu(k)u(l)\varphi_1(l)}{b(\gamma_{02}, k)c(k, l)}, \tag{16}$$

где

$$c(k, l) = m_C + \omega(l) + \omega(k) - m_A,$$

$$b(\gamma_{02}, k) = b(\gamma_{02}, x, k) = a(k, x) + \gamma_{02}R(k, x),$$

$$x = m_A,$$

$$a(k, x) = m_B + \omega(k) - x,$$

$$R(k, x) = P - \int \frac{dlu^2(l)}{c(k, l)}.$$

Для того чтобы решения уравнения (16) были нормируемы (не имели полюсов по k) при $0 \leqslant \lambda_{c2} < \infty$, за исключением, может быть, конечного числа значений λ_{02}, необходимо выполнение следующих условий:

$$c(k, l) > 0, \tag{17}$$

$$b(\gamma_{02}, k, l) > 0. \tag{18}$$

Условию (17) эквивалентно соотношение

$$m_A < m_C + 2 = \alpha, \tag{19}$$

запрещающее распад $A \to C + 2\theta$. Условию (18) эквивалентны два неравенства $a(k, x) > 0$, $R(k, x) > 0$, приводящие к одному соотношению

$$m_A < m_B + 1 = \beta, \tag{20}$$

запрещающему распад $A \to B + \theta$.

В настоящей статье ограничимся случаем стабильных B-частиц, т. е. [7]

$$m_B < m_C + 1. \tag{21}$$

Тогда неравенство (19) явится следствием соотношений (20), (21) и будет выполняться автоматически. В дальнейшем рассматриваем только стабильные A и B-частицы.

Для того чтобы к линейному интегральному уравнению (16) можно было применить альтернативу Фредгольма, достаточно выполнения неравенства [8]:

$$\| K(k, l) \| = \left(\int dk, dl \, | K(k, l) |^2 \right)^{\frac{1}{2}} < \infty,$$

$$K(k, l) = \gamma_{02} \frac{u(l) \, u(k)}{b(\gamma_{02}, k) \, c(k, l)}, \tag{22}$$

которое заведомо выполняется, если сходится интеграл

$$\int_0^\infty f^2(k) \, k dk < \infty, \tag{23}$$

т. е. $f(k)$ убывает при больших k быстрее, чем k^{-1}.

При выполнении условий (20), (21), (23) уравнение (16) будет уравнением типа Фредгольма с ядром, приводимым к симметричному и зависящим от параметра γ_{02}. Когда γ_{02} возрастает от 0 до ∞ норма ядра $//K(k, l)//$, при $-\infty < x < \beta$ монотонно возрастает от 0 до конечной величины, поэтому ядро может иметь только конечное число собственных значений и при γ_{02}, не совпадающих с ними, имеет единственное нормируемое решение $\varphi_1(\gamma_{02}, x, k)$ [9]. Подставив это решение в соотношение (13), получим трансцендентное уравнение для x, определяющее собственные значения H при фиксированной массе «голой» A-частицы m_{A0}.

Уравнение (16) не решается точно аналитически, поэтому будем решать его приближенным методом, который хотя бы качественно воспроизводил особенности точного решения при всех значениях γ_{02}. Разложение в ряд Неймана по γ_{02} — ряд теории возмущений — сходится в интервале, ограниченном первым собственным значением ядра [8], и оказалось непригодным даже для численного расчета вкладов одно- и двухмезонных состояний в $/A)$ при малых значениях λ_{02} [5]. Остается воспользоваться известным методом замены ядра вырожденным [8, 10].

Предварительно наложим добавочные ограничения на формфактор $f(k)$. 1) $f(0)=1$, что дает возможность рассматривать $f(k)$ как Фурье-образ нормированного распределения плотности нуклона; 2) $f(k)$ зависит от параметра k_0, который можно трактовать как обрезающий импульс, $\frac{\partial f(k, k_0)}{\partial k_0} > 0$, $\lim_{k_0 \to 0} f(k, k_0) = 0$, $\lim_{k_0 \to \infty} f(k, k_0) = 1$ при конечных значениях k; 3) $f(k, k_0)$ монотонно убывает с ростом k быстрее любой обратной степени k (фактически в используемом приближении достаточно убывания $f(k)$ быстрее k^{-2}), ($f(k, k_0)$ бесконечно дифференцируема; 4) $f(k, k_0) \neq 0$, при конечных значениях k и k_0 запрещаются обрезающие функции типа «ступеньки», чем исключается возможность появления нефизических одночастотных состояний [1, 2].

Ограничения не мешают использовать широкий класс формфакторов, применяемых в модельных теориях и для конкретных расчетов [2, 11], например

$$f(k, k_0) = e^{-\frac{k^2}{2k_0^2}}.$$

Разобьем ядро (22) на две части

$$K(k, l) = K_0(k, l) + K_1(k, l),$$

$$K_0(k, l) = \gamma_{02} \frac{u(l)\, u(k)}{c(k)\, b(\gamma_{02}, k)},$$

$$K_1(k, l) = -\gamma_{02} \frac{u(l)\, u(k)\, [\omega(l) - 1]}{b(\gamma_{02}, k)\, c(k, l)\, c(k)}, \tag{24}$$

$$c(k) = c(k, 0).$$

Разбиение выполнено так, что

$$K_1(k, 0) = 0,$$

и при малых значениях l, $K(k, l)$ и $K_0(k, l)$ совпадают с точностью до членов второго порядка по l;

$$K_1(k, l) < 0, \tag{25}$$

для любого $\varepsilon > 0$ можно подобрать такое k_0, что

$$\frac{\| K_1(k, l) \|}{\| K_0(k, l) \|} < \varepsilon. \tag{26}$$

Например, для формфактора вида

$$f(k, k_0) = e^{-\frac{k^2}{2k_0^2}}, \quad |\sqrt{\omega(k)}, \quad k_0 < 2$$

достаточно

$$k_0 < \sqrt{3}c(k_1)\,\varepsilon, \quad k_1 < k_0. \tag{27}$$

В общем случае неравенство (27) должно выполняться с точностью до численного множителя, зависящего от вида обрезающей функции. При $m_C - m_A \gg 1$ неравенство типа (27) не накладывает очень жестких ограничений на величину k_0.

Заменим в уравнении (16) ядро на $K_0(k, l)$:

$$\varphi_1(k) = -\lambda_{01} \frac{u(k)}{b(\gamma_{02}, k)} + \gamma_{02} \frac{u(k)}{b(\gamma_{02}, k)\, c(k)} \int u(l), \varphi(l)\, dl \tag{28}$$

Тогда из неравенств (25), (26), конечности $\|K(k, l)\|$ при всех значениях γ_{02} и вида $K_0(k, l)$ (24) следует [10], что по крайней мере для достаточно малых ε число собственных значений $K(k, l)$ и $K_0(k, l)$ одинаково и равно единице; $\gamma'_{02u} > \gamma'_{02}$, (где γ'_{02}, γ'_{02u} — собственные значения ядер $K_0(k, l)$ и $K(k, l)$ и $\frac{1}{|\lambda_{01}|}|\varphi_{1u}(\gamma_{02}, x, k) - \varphi_1(\gamma_{02}, x, k)| < C\varepsilon$ (29)

везде, кроме окрестностей полюсов по γ_{02}, резольвент ядер $K_0(k, l)$, $K(k, l)$, постоянная C зависит от γ_{02}, x, k_0 и размеров указанных окрестностей, $\varphi_{1u}(\gamma_{02}, x, k)$ и $\varphi_1(\gamma_{02}, x, k)$ — решения уравнений (16) и (28). Более точные оценки см. [10].

Решая уравнение Фредгольма с вырожденным ядром (28), находим

$$\varphi_1(k) = -\lambda_{01}\frac{u(k)}{b(\gamma_{02}, x, k)}\left[1 + \gamma_{02}G(\gamma_{02}, x)\frac{1}{c(k)}\right], \tag{30}$$

где

$$\begin{gathered} G(\gamma_{02}, x) = \frac{F(\gamma_{02}, x)}{1 - \gamma_{02}T(\gamma_{02}, x)}, \\ F(\gamma_{02}, x) = \int \frac{dku^2(k)}{b(\gamma_{02}, k, x)}, \\ T(\gamma_{02}, x) = \int \frac{dku^2(k)}{c(k)\, b(\gamma_{02}, k, x)}. \end{gathered} \tag{31}$$

Очевидно, что при $\gamma_{02}=0$ и $\varphi_1(k)$ совпадает с соответствующей функцией в модели Ли [3].

Подстановка решения (31) в уравнение (13) дает массовое уравнение

$$m_{A0} - x = \gamma_{01}G(\gamma_{02}, x), \tag{32}$$

$$\gamma_{01} = \lambda_{01}^2,$$

корни которого определяются как точки пересечения прямой $m_{A0} - x = 0$ и графика функции $G(\gamma_{02}, x)$ (γ_{02} — здесь параметр). Довольно сложный анализ свойств функции $G(\gamma_{02}, x)$ показывает, что уравнение (32) может иметь не более двух корней, расположенных в порядке возрастания в интервалах

$$\begin{gathered} -\infty < x_1 < x'(\gamma_{02}), \\ x'(\gamma_{02}) < x_2 < \beta, \end{gathered} \tag{33}$$

где точки $x'(\gamma_{02})$ лежат на линии полюсов $G(\gamma_{02}, x)$

$$\gamma_{02}T(\gamma_{02}, x) = 1. \tag{34}$$

Значения функции $\gamma_{02}'(x)$, удовлетворяющие уравнению (34) по γ_{02}, являются собственными значениями ядра $K_0(k, l)$ и убывают от ∞ до $\gamma_{02}''>0$ с ростом x от $\zeta<\beta$ до β, а вертикальная асимптотика $x=\zeta$ функции $\gamma_{02}'(x)$ определяется с недостатком приближенной формулой

$$\zeta = 2m_B - m_C. \tag{35}$$

Теперь следствия неравенства (25) можно записать в виде [10]

$$\gamma'_{02u}(x) > \gamma'_{02}(x), \quad \gamma''_{02u} > \gamma''_{02}, \quad \zeta_u > \zeta,$$

где γ_{02}'' — собственное значение ядра $K(k, l)$, соответствующее значению параметра $x=\beta$, ζ_u — величина параметра x ядра $K(k, l)$, соответствующая собственному значению $\gamma_{02u}'=\infty$.

Первому корню уравнения (32) соответствует неравенство

$$\delta m_A = m_A - m_{A0} = x_1 - m_{A0} < 0, \tag{36}$$

второму

$$\delta m_A = m_A - m_{A0} = x_2 - m_{A0} > 0. \tag{37}$$

Число корней массового уравнения и особенности соответствующих им состояний $/A)$ в зависимости от значений параметров приведены в таблице.

Параметр	γ_{02}	m_{AO}	Число корней	Тип состояния	
				x_1	x_2
1	$0<\gamma_{02}<\gamma_{02}''$	$m_{AO}>\beta+\gamma_{01}\,G(\gamma_{02}, \beta)$	0 (1)	Р	—
2	$0<\gamma_{02}<\gamma_{02}''$	$m_{AO}<\beta+\gamma_{01}\,G(\gamma_{02}, \beta)$*	1	Ч	—
3	$\gamma_{02}''<\gamma_{02}<\infty$	$m_{AO}>\beta+\gamma_{01}\,G(\gamma_{02}, \beta)$ $m_{AO}>x'(\gamma_{02})$	1 (2)	С	Р
4	$\gamma_{02}''<\gamma_{02}<\infty$	$m_{AO}>\beta+\gamma_{01}\,G(\gamma_{02}, \beta)$ $m_{AO}<x'(\gamma_{02})$	1 (2)	Ч	Р
5	$\gamma_{02}''<\gamma_{02}<\infty$	$m_{AO}<\beta+\gamma_{01}\,G(\gamma_{02}, \beta)$ $m_{AO}>x'(\gamma_{02})$	2	С	Ч
6	$\gamma_{02}''<\gamma_{02}<\infty$	$m_{AO}<\beta+\gamma_{01}\,G(\gamma_{02}, \beta)$ $m_{AO}<x'(\gamma_{02})$	2	Ч	С

* Все интервалы на оси x можно сделать непустыми соответствующим подбором.

Цифры в скобках означают число корней уравнения (32), если $G(\gamma_{02}, x)$ продолжить на вещественную ось за точку β (в распадную область) как интеграл в смысле главного значения [7]. Ч — частица, С — связанное состояние, Р — энергетически неустойчивое по отношению к распаду (1) радиоактивное состояние.

Таким образом, в нашей модели при определенных значениях параметров γ_{01}, γ_{02}, m_{A0} одному «голому» состоянию $/A>$ в секторе (1, 2) соответствуют два физических состояния $/A)$, причем в необходимое условие появления двух типов состояний

$$\gamma_{02} > \gamma_{02}'' \tag{38}$$

не входит постоянная связи λ_{01}, что можно рассматривать как своеобразную иерархию взаимодействий (1) и (2).

С помощью формул (10), (16), (30) и свойств функции $G(\gamma_{02}, x)$ можно установить, что для состояния типа Ч при фиксированных m_{A0}

и γ_{02}

$$\lim_{\gamma_{01}\to 0} z_A = 1, \qquad (39) \qquad \lim_{\gamma_{01}\to 0} x = m_{A0}, \qquad (40)$$

а для состояний типа С

$$\lim_{\gamma_{01}\to 0} z_A = 0, \qquad (41). \qquad \lim_{\gamma_{01}\to 0} x = x'(\gamma_{02}). \qquad (42)$$

Подробное исследование нормировочных постоянных и перенормировка констант связи будут проведены в другой статье.

Из пределов (39)—(42) с учетом нормировки (9) следует, что вклад «голого» $/A>$-состояния в состояние типа Ч при малых λ_{01} становится преобладающим, в состояниях же типа С при $\lambda_{01}\to 0$ вклад $/A>$-состояний исчезает, и эти состояния переходят в связанные состояния B и θ-частиц, совпадающие со связанными состояниями V и θ-частиц в секторе $(V+\theta,\ N+2\theta)$ модели Ли [12], [13]. Однако, если не совершать предельный переход $\gamma_{01}\to 0$, то различать по виду волновых функций состояния типа Ч и С нельзя, и они могут переходить друг в друга непрерывно при изменении параметров m_{A0}, γ_{02}.

Из условия (38) видно, что обнаружить существование двух типов одночастичных состояний с помощью теории возмущений невозможно так же, как и получить состояния с $\delta m_A>0$ [13]. Существование состояний с $\delta m_A>0$ не противоречит известному результату Лемана $\delta m^2<0$ [14] для скалярного поля, потому что при выводе его существенно используется релятивистская инвариантность, а для нерелятивистских моделей знак δm, вообще говоря, произволен [15].

Наличием двух дискретных одночастотных состояний наша модель существенно отличается от модели Ли. Другим важным отличием является присутствие нерадиоактивного состояния типа С с $m_A<\beta$, $\delta m_A<0$ при сколь угодно большом значении m_{A0}.

В рассматриваемой модели при заданном значении массы физической A-частицы $m_A<\beta$ неизвестен заранее тип состояния и знак δm_A.

Свойства функции $G(\gamma_{02}, x)$ позволяют приближенно решить уравнение (32) и упростить оценку применимости используемого приближения (27) в предельных случаях для малых γ_{02}, γ_{01}

$$k_0 < \xi(\alpha - m_{A0})\,\varepsilon, \quad \xi \approx 2 \tag{43}$$

и для больших γ_{02} (см. табл.)

$$\begin{aligned} &k_0 < \xi(\alpha - m_{A0})\,\varepsilon, \quad m_{A0} > \zeta,\\ &k_0 < 2\xi(\alpha - \beta)\,\varepsilon, \quad m_{A0} < \zeta. \end{aligned} \tag{44}$$

Для $m_{A0} \ll \zeta (m_{A0} \ll \beta)$ справедлива первая из оценок (44) при условии (38) и вторая в противном случае.

В соответствии с общими принципами квантовой механики волновая функция (30) при значениях γ_{02}, x, расположенных на плоскости x, γ_{02} левее кривой (34) $(\delta m_A<0)$, не имеет нулей по k (как видно из формулы (30) и свойств функции $T(\gamma_{02}, x)$), а при γ_{02}, x, лежащих справа от линии полюсов $(\delta m_A>0)$, меняет знак при $k=0$ и имеет один нуль. Действительно, выражение в квадратных скобках в формуле (30) и $\frac{\varphi_1(k)}{\lambda_{01}}$ положительны при больших k и могут обратиться в нуль, если $G(\gamma_{02}, x)<0$, не более одного раза, а интеграл (13) от произведения $\varphi_1(k)$ на положительную $u(k) \sim \delta m_A$ меняет знак при переходе значений γ_{02}, x через линию (34).

Для возможности именно двух дискретных состояний в секторе (1, 2) необходимо существование у ядра $K(k,l)$ единственного собственного значения, что физически равноценно единственному связанному состоянию в секторе $(V+\theta,\ N+2\theta)$ в модели Ли. Весьма вероятно, что эта возможность останется и при больших значениях ε в неравенстве (27), когда не применимо рассмотренное выше приближение. Во-первых, ограниченность нормы ядра $K(k,l)$ при $\gamma_{02}\to\infty$, неравенство (26) и его следствия, ограничение уровня энергии $B-\theta(V-\theta)$ связанного состояния снизу величиной ζ (в свете изложенного ясно, что ζ_u представляет собой минимальное значение уровня энергии $B-\theta$ состояния при $\gamma_{02}\to\infty$). Во-вторых, ограничение перенормированной константы связи λ_2 при $|\lambda_{02}|\to\infty$ конечной величиной λ_{2k} (перенормировка λ_{02} такая же, как в модели Ли) и уменьшение λ_{2k} с ростом k_0 [2]. В-третьих, в приближении Тамма—Данкова для произвольных k_0 имеется не больше одного уровня связанного $V-\theta$ состояния в модели Ли [13].

Кажется вероятным также, что при обобщении модели Ли на случай n тяжелых частиц число дискретных одночастичных состояний равно $n-1$.

4. Очевидно, что для возможности появления двух одночастичных состояний в рассмотренной модели необходимо наличие трех тяжелых частиц. Однако два состояния не возникнут, если взаимодействия (1) и (2) будут осуществляться различными бозонами θ_1 и θ_2, т. е. гамильтониан (3) заменится на:

$$H = H_0 + H_I,$$

$$H_0 = \int dp\,\{m_{A0}A^*(\underline{p})\,A(\underline{p}) + m_{B0}B^*(\underline{p})\,B(\underline{p}) + m_{C0}C^*(\underline{p})\,C(\underline{p}) + \\ + \omega(p)\,a^*(\underline{p})\,a(\underline{p}) + \omega(p)\,b^*(\underline{p})\,b(\underline{p})\}, \tag{45}$$

$$H_I = \lambda_{01}\int dku(k)\int dp\,[A^*(\underline{p})\,B(\underline{p}-\underline{k})\,a(\underline{k}) + \text{э. с.}] + \\ + \lambda_{01}\int dku(k)\int dp\,[B^*(\underline{p})\,C(\underline{p}-\underline{k})\,b(\underline{k}) + \text{э. с.}].$$

Интегралами движения будут «заряды»:

$$Q_1 = \int dp\,[A^*(\underline{p})\,A(\underline{p}) + B^*(\underline{p})\,B(\underline{p}) + C^*(\underline{p})\,C(\underline{p})],$$
$$Q_2 = \int dp\,[A^*(\underline{p})\,A(\underline{p}) + a^*(\underline{p})\,a(\underline{p})], \tag{46}$$
$$Q_3 = \int dp\,[A^*(\underline{p})\,A(\underline{p}) + B^*(\underline{p})\,B(\underline{p}) + b^*(\underline{p})\,b(\underline{p})].$$

Одночастичное состояние сектора $(1, 1, 1,)/A(p))$ ищем в виде

$$|A(p)| = z_A^{\frac{1}{2}}\left\{A^*(\underline{p}) + \int dk\varphi_1(k)\,B^*(\underline{p}-\underline{k})\,a^*(\underline{k}) + \right. \\ \left. + \int dldm\varphi_2(l, m)\,C^*(\underline{p}-\underline{l}-\underline{m})\,a^*(\underline{l})\,b^*(\underline{m})\right\}\Big|\,0>. \tag{47}$$

С помощью уравнения Шредингера, которое решается точно, находим, считая фиксированной массу физической B-частицы m_B

$$\varphi_1(k) = -\lambda_{01}\frac{u(k)}{a(k)\left[1 + \gamma_{02}\displaystyle\int\frac{u^2(l)\,dl}{c(k,l)\,g(l)}\right]}, \tag{48}$$

и массовое уравнение

$$m_{A0} - m_A = \gamma_{01} F_1(\gamma_{02}, x), \tag{49}$$

где

$$F_1(\gamma_{02}, x) = \int \frac{dk u^2(k)}{a(k, x)\left[1 + \gamma_{02} \int \frac{u^2(l)\, dl}{c(x, k, l)\, g(l)}\right]}. \tag{50}$$

Вид функции $F_1(\gamma_{02}, x)$ приводит, если предположить стабильность B-частицы, к существованию в уравнении (49) единственного корня m_A с $\delta m < 0$ при $m_{A0} < \beta + \gamma_{01} F_1(\gamma_{02}, x)$ и отсутствию корней (радиоактивное состояние) в противном случае [3], [7]. Два одночастичных состояния не возникают из-за нетождественности бозонов θ_1 и θ_2 — несимметричности $\varphi_2(k, l)$.

Автор выражает глубокую благодарность В. И. Григорьеву за постоянное внимание и советы и А. Р. Френкину за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lee T. D. Phys. Rev., **95**, 1329, 1954.
2. Källen G., Pauli W. Mat. fys. Medd., **30**, No. 7, 1955. Перевод «Успехи физич. наук», **60**, 425, 1956.
3. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. М., ИЛ, 1963.
4. Ruijgrok Th. W., Van Hove L. Physica, **22**, 880, 1956.
5. Haber-Shaim U., Thirring W., Nuovo Cimento, **2**, 100, 1955.
6. Scarfone L. M. Nuovo Cimento, **34**, 1185, 1964.
7. Glaser V., Källen G. Nucl. Phys., **2**, 706, 1956/57.
8. Михлин С. Г. Интегральные уравнения. М.— Л., Гостехиздат, 1949.
9. Халилов З. И. ДАН СССР, **54**, № 7, 1946.
10. Михлин С. Г., Смолицкий Х. Л. Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. М., «Наука», 1965.
11. Salzman G., Salzman F. Phys. Rev., **108**, 1619, 1957.
12. Heisenberg W. Nucl. Phys., **4**, 532, 1957. Перевод. Сб. Нелинейная квантовая теория поля, М., ИЛ, 1959, стр. 175.
13. Хенли Э., Тирринг В. Элементарная квантовая теория поля. М., ИЛ, 1963.
14. Lehmann H. Nuovo Cimento, **11**, 342, 1954. Перевод «Проблемы современной физики», **3**, 133, 1955.
15. Lévy M. M. Nuovo Cimento, **13**, 115, 1959.

Поступила в редакцию
23. 4 1965 г.

Кафедра
квантовой теории