Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 6 — 1966

УДК 539.293.011

З. А. КАСАМАНЯН

ПОВЕДЕНИЕ СИЛЬНО ЛЕГИРОВАННОГО ПОЛУПРОВОДНИКА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассматривается задача о плотности состояний сильно легированного полупроводника во внешнем постоянном электрическом поле. Получены явные формулы в сравнительно слабых и сильных полях. Роль внешнего поля может играть поле дислокаций, рассматриваемое приближенно постоянным.

Введение

В настоящей работе исследуются плотности состояний сильно легированного полупроводника в электрическом поле. Учитывается внутреннее поле примеси, а также кулоновское взаимодействие между электронами. Мы считаем, что электроны создаются однократно ионизованными примесными центрами — донорами (аналогично обстоит дело для дырочного полупроводника при наличии акцепторной примеси).

Постановка задачи — та же, что и в работе [1], только здесь учитывается наличие внешнего электрического поля напряженности $\vec{E}$ (поле в образце), которое постоянно как во времени, так и в пространстве. Уравнения для фурье-образа запаздывающей функции Грина в данном случае имеют вид

$$\left\{\varepsilon+\mu+c+i\eta+\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_x^2-u(\vec{x})-e\vec{E}\vec{x}\right\}G(\vec{x},\vec{x}';\varepsilon)-$$
$$-\int d\vec{z}M(\vec{x},\vec{z};\varepsilon)G(\vec{z},\vec{x}';\varepsilon)=-\delta(\vec{x}-\vec{x}'), \qquad (1)$$

$$\left\{\varepsilon+\mu+c+i\eta+\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_{x'}^2-u(\vec{x}')-e\vec{E}\vec{x}'\right\}G(\vec{x},\vec{x}';\varepsilon)-$$
$$-\int d\vec{z}M(\vec{z},\vec{x}';\varepsilon)G(\vec{x},\vec{z};\varepsilon)=-\delta(\vec{x}-\vec{x}'), \qquad (2)$$

где ε — энергия, отсчитываемая от уровня Ферми μ; $\eta\to+0$; $G(\vec{x},\vec{x}';\varepsilon)$ — фурье-образ однофермионной функции Грина; C — «перенормировочная» константа; $u(\vec{x})=\sum_{i=1}^{N}V(\vec{x}-\vec{X}_i)$; $V(\vec{x}-\vec{X}_j)$ — экранированный потенциал отдельного примесного атома, расположенного в точке $\vec{X}_i$; N—полное число атомов примеси в кристалле; M — массовый оператор, учитывающий кулоновское взаимодействие между электронами.

Как показано в работе [1], учет массового оператора в первом неисчезающем приближении по константе взаимодействия сводится лишь к изменению закона дисперсии и перенормировке уровня Ферми. Поскольку роль малого параметра играет здесь величина $\lambda = (na_0^3)^{-\frac{1}{2}}$ (n — концентрация примеси, равная концентрации электронов; a_0 — боровский радиус в кристалле), учет изменения закона дисперсии в рассматриваем приближении фактически не нужен.

§ 1. Плотность состояний

Введем новые переменные

$$\vec{x} + \vec{x}' = 2\vec{r}, \quad \vec{x} - \vec{x}' = \vec{x}$$

и составим полусумму и разность уравнений (1), (2). Пренебрегая высшими производными от u, так как потенциал u можно считать медленно меняющейся функцией координат, получим

$$(\alpha, \ \beta = 1, \ 2, \ 3)$$

$$\left\{\varepsilon + \mu + c + i\eta + \frac{\hbar^2}{2m}\nabla_r^2 + \frac{\hbar^2}{8m}\nabla_R^2 - u(\vec{R}) - e\vec{E}\vec{R} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{8} r_\alpha r_\beta \frac{\partial^2 u}{\partial R_\alpha \partial R_\beta}\right\} G(\vec{r}, \vec{R}; \ \varepsilon) = -\delta(\vec{r}), \tag{3}$$

$$\left\{\frac{\hbar}{m}(\nabla_R \Delta_R) - r_\alpha \frac{\partial u(\vec{R})}{\partial R_\alpha} - e\vec{E}\vec{r}\right\} G(\vec{r}, \vec{R}; \ \varepsilon) = 0. \tag{4}$$

По существу получается одно уравнение (3), а равенство (4) представляет собой дополнительное условие, накладываемое на решение уравнения (3).

Введем безразмерные переменные, измеряя все энергии в единицах подходящей характерной энергии g, а длины — в единицах $a = \frac{\hbar}{(2mg)^{1/2}}$. Обозначим $\omega = \varepsilon + \mu$ (ω есть энергия, отсчитываемая от дна зоны проводимости в чистом материале).

Решение уравнения (3) в символическом виде есть

$$G(\vec{r}, \vec{R}; \omega) = i\int_0^\infty ds e^{-2s + i\omega s + iCs} \exp\left\{is\left[\nabla_r^2 + \frac{1}{4}\nabla_R^2 - u(\vec{R}) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - e\vec{E}\vec{R} - \frac{1}{8} r_\alpha r_\beta \frac{\partial^2 u}{\partial R_\alpha \partial R_\beta}\right]\right\}\delta(\vec{r}).$$

Пользуясь плавностью функции $u(\vec{R})$, можно приближенно «выпутать» операторные множители $e^{\frac{is}{4}\nabla_R^2}$ и $e^{is\nabla_r^2}$. Ограничиваясь второй производной от $u(\vec{R})$, получаем

$$G(\vec{r}, \vec{R}; \omega) = i\int_0^\infty ds \int d\vec{k} \exp\left\{-\eta s + is(\omega + c - W_k - u(\vec{R})) + 2\pi i\vec{k}\vec{r} - \right.$$

$$- ise\vec{E}\vec{R} + \frac{s^2}{4}\nabla_R^2 u - \frac{is^3}{12}(e\vec{E} + \nabla_R u)^2 - \frac{is}{6}(2\pi)^2 k_\alpha k_\beta \frac{\partial^2 u}{\partial R_\alpha \partial R_\beta} -$$

$$\left. - \frac{i\pi}{2} s^2 r_\alpha k_\beta \frac{\partial^2 u}{\partial R_\alpha \partial R_\beta} - \frac{is}{8} r_\alpha r_\beta \frac{\partial^2 u}{\partial R_\alpha \partial R_\beta} + \frac{is^5}{240} e^2 E^2 (\nabla_R^2 u)\right\}.$$

Отбрасывая члены, содержащие $\nabla_R u$, $\nabla^2_R u$, и включая член $-e\vec{E}\vec{R}$ в ω (учет отброшенных членов в нашем приближении не приводит к существенной добавке), находим

$$G(\vec{r}, \vec{R}; \omega) = i \int_0^\infty ds \int d\vec{k} \exp \Big\{ -\eta s + is(\omega + c - W_k - u(\vec{R})) - \frac{is^3}{12} e^2 E^2 + 2\pi i \vec{k}\vec{r} \Big\},$$

где $W_k = (2\pi\vec{k})^2$; $\int d\vec{k}$ означает тройной интеграл с бесконечными пределами.

Усредняя функцию Грина по всем хаотично расположенным атомам примеси и считая все значения координат каждого примесного атома равновероятными, получаем

$$\langle G(\vec{r}, \vec{R}; \omega) \rangle = i \int_0^\infty ds \int d\vec{k} \exp \Big\{ -\eta s + is(\omega - W_k + c) + \alpha(s) + 2\pi i \vec{k}\vec{r} - \frac{is^3}{12} e^2 E^2 \Big\},$$

где

$$\alpha(s) = n \int d\vec{r} \left\{ e^{-isV(\vec{r})} - 1 \right\}.$$

В силу условия нейтральности выбор $C = i\alpha'(0)$ остается в силе, как в [1]. Обозначая

$$\langle G(\vec{r}, \vec{R}; \omega) \rangle = \int d\vec{k} G(\vec{k}, \omega) \exp \{2\pi i \vec{k}\vec{r}\},$$

для $G(\vec{k}, \omega)$ получим выражение

$$G(\vec{k}, \omega) = i \int_0^\infty ds \exp \Big\{ -\eta s + is(\omega - W_k) + \alpha_r(s) - \frac{is^3}{12} e^2 E^2 \Big\},$$

где

$$\alpha_r(s) = n \int d\vec{r} \left\{ e^{-isV(\vec{r})} - 1 + isV(\vec{r}) \right\}. \qquad (5)$$

Плотность состояний $\rho(\omega)$ дается формулой

$$\rho(\omega) = -\frac{2}{\pi} \int d\vec{k} \, \mathrm{Im}\, G(\vec{k}, \omega), \qquad (6)$$

подставляя (5) в (6), получаем

$$\rho(\omega) = -\frac{2}{\pi} \int d\vec{k} \, \mathrm{Im}\, i \int_0^\infty ds \exp \Big\{ -\eta s + is(\omega - W_k) + \alpha_r(s) - \frac{is^3}{12} e^2 E^2 \Big). \qquad (7)$$

Основной вклад в интеграл по s в (7) дают малые значения s, поэтому можно $e^{-isV(\vec{r})}$ разложить в ряд. Ограничиваясь членом s^3, находим $\alpha_r(s) \approx \approx \nu s^2 + \frac{is^3}{6} n \int d\vec{r} V^3(\vec{r})$, где $\nu = -\frac{n}{2} \int d\vec{r} V^2(\vec{r}) > 0$.

Для вычисления интеграла $I = \int d\vec{r} V^3(\vec{r})$ подставим $V(\vec{r}) = -\frac{e^2}{\varkappa} \cdot \frac{e^{-\frac{r}{r_0}}}{r}$ ($\varkappa$ — диэлектрическая проницаемость среды, r_0 — радиус экранирования). Поскольку в непосредственной окрестности примесного атома поле не имеет указанного вида, естественно нижний предела интеграла I брать не от нуля, а заменить величиной порядка постоянной решетки d. Тогда

$$I = \frac{4\pi e^6}{\varkappa^3} E_i\left(-\frac{3d}{r_0}\right),$$

где $E_i(x)$ — интегральная показательная функция.

Для вычисления плотности состояний глубоко в запрещенной зоне разложение по степеням V неприменимо. Этот случай требует специального рассмотрения. Следовательно, за исключением этих значений энергии ω, плотность состояний принимает вид

$$\rho(\omega) = \frac{2}{\pi} \int d\vec{k} Imi \int_0^\infty ds \exp\{is(\omega - W_k) - \nu s^2 - i\alpha s^3\}, \tag{8}$$

где

$$\alpha = \frac{e^2E^2}{12} - \frac{2\pi}{3} \frac{ne^6}{\varkappa^3} E_i\left(-\frac{3d}{r_0}\right). \tag{9}$$

Как видно из выражения (9), в плотности состояний фигурирует не истинное внешнее поле, а эффективное *:

$$\alpha = \frac{e^2E^2_{\text{эфф}}}{12}.$$

При этом

$$E_{\text{эфф}} = \left[E^2 - \frac{48\pi mne^4}{\hbar^2\varkappa^3} Ei\left(-\frac{3d}{r_0}\right)\right]^{1/2}.$$

Чтобы перейти к размерным величинам, необходимо в правую часть формулы (8) ввести множитель $(2m)^{3/2} \cdot \hbar^{-3}$. Соответственно первый член в правой части (9) имеет вид

$$\alpha_1 = \frac{e^2E^2}{12} \frac{\hbar^2}{2m}.$$

Причиной отличия $E_{\text{эфф}}$ от E является, очевидно, поле примеси. Однако эффективное поле заметно отличается от истинного лишь в слабых электрических полях и при больших концентрациях примесей.

Удобно по отдельности рассмотреть различные частные случаи.

§ 2. Случай сильного поля

Пусть

$$\frac{\nu}{\alpha^{2/3}} \ll 1, \tag{10}$$

т. е. характерная энергия электрона в электрическом поле достаточно велика по сравнению с энергией его в поле примеси.

В этом случае удобно сначала брать интеграл по s. В силу (10), экспоненту, содержащую s^2, можно разложить в ряд и ограничиться

* $E_{\text{эфф}}$ фигурирует лишь в плотности состояний и не имеет никакого отношения к явлениям переноса.

первым малым членом. Сделав подстановку $u^3=\alpha s^3$, приведем формулу (8) к виду

$$\rho(\omega)=\frac{2}{\pi\alpha^{1/3}}\int d\vec{k} Im\, i\left(1+\frac{\nu}{\alpha^{2/3}}\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}\right)\int_0^\infty du\, e^{-i\beta u-iu^3},$$

где

$$\beta=3\gamma=\frac{W_k-\omega}{\alpha^{1/3}}.$$

Заметим, что β зависит от $\vec{k}$, поэтому нельзя его вынести из-под знака интеграла по $\vec{k}$. Интегрируя правую часть по переменной u и вычисляя производную по β, получаем

$$\rho(\omega)=\frac{2}{\pi\sqrt{3}\,\alpha^{1/3}}\int d\vec{k}\left(1+\frac{\nu}{\alpha^{2/3}}\gamma\right)\gamma^{1/2}K_{1/3}(2\gamma^{3/2})\quad \text{при}\quad \gamma>0,$$

$$\rho(\omega)=\frac{2}{3\alpha^{1/3}}\int d\vec{k}\left(1-\frac{\nu}{\alpha^{2/3}}|\gamma|\right)|\gamma|^{1/2}\left(I_{-1/3}(2|\gamma|^{3/2})+I_{1/3}(2|\gamma|^{3/2})\right)$$

$$\text{при}\ \gamma<0.$$

Здесь $I(x)$ — функция Бесселя, $K(x)$ — функция Макдональда. Введем обозначения: $x=2|\gamma|^{3/2}$; $y=2\gamma^{3/2}$; $x_0=2\left(\frac{\omega}{3\alpha^{1/3}}\right)^{3/2}$; $y_0=2\left(\frac{|\omega|}{3\alpha^{1/3}}\right)^{3/2}$. После преобразований плотность состояний принимает вид

$$\rho(\omega)=\frac{1}{2\sqrt{3}\pi^3}\int_0^\infty dy\sqrt{\omega+3\left(\frac{\alpha}{4}\right)^{1/3}y^{2/3}}\,K_{1/3}(y)\left(1+\frac{\nu y^{2/3}}{(2\alpha)^{2/3}}\right)+$$

$$+\frac{1}{6\pi^2}\int_0^{x_0} dx\sqrt{\omega-3\left(\frac{\alpha}{4}\right)^{1/3}x^{2/3}}\,\left(I_{-1/3}(x)+I_{1/3}(x)\right)\left(1-\frac{\nu x^{2/3}}{(2\alpha)^{2/3}}\right)$$

$$\text{при}\ \omega>0, \tag{11}$$

$$\rho(\omega)=\frac{1}{2\sqrt{3}\pi^3}\int_{y_0}^\infty dy\sqrt{\omega+3\left(\frac{\alpha}{4}\right)^{1/3}y^{2/3}}\,K_{1/3}(y)\left(1+\frac{\nu y^{2/3}}{(2\alpha)^{2/3}}\right)$$

$$\text{при}\ \omega<0. \tag{12}$$

Формулы (11) и (12) удается упростить в некоторых предельных случаях.

Пусть $\omega>0$ и $\omega\ll 3\left(\frac{\alpha}{4}\right)^{1/3}$; тогда формула (11) дает

$$\rho(\omega)=\frac{\alpha^{1/6}\Gamma\left(\frac{5}{6}\right)}{4\pi^2\sqrt{\pi}}\left(1+\frac{\omega}{\alpha^{1/3}}\cdot\frac{\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{6}\right)}+\frac{\nu}{\alpha^{2/3}}\cdot\frac{\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)}{6\sqrt{\pi}}\right). \tag{13}$$

Пусть $\omega>0$ и $\omega\gg 3\left(\frac{\alpha}{4}\right)^{1/3}$. При этом

$$\rho(\omega)=\frac{1}{2\pi^2}\sqrt{\omega}\left\{1+\frac{\alpha^{1/3}}{\omega}\left[\frac{\sqrt{3}\,\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{4\pi}-\frac{\sqrt{3}\,\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)}{24\sqrt{\pi}\cdot 2^{1/6}}\right]+\right.$$

$$+\frac{\nu}{\alpha^{2/3}}\left[\frac{\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)}{2\pi\sqrt{3}}+\frac{\Gamma\left(\frac{1}{6}\right)}{12\sqrt{3\pi}\,2^{1/6}}\right]+\frac{3^{1/4}}{2\sqrt{\pi}}\left(\frac{\omega}{\alpha^{1/3}}\right)^{1/4}\left(\frac{\nu}{\alpha^{2/3}}-\frac{\alpha^{1/3}}{\omega}\right)\times$$

$$\times\sin\left[2\left(\frac{\omega}{3\alpha^{1/3}}\right)^{3/2}-\frac{\pi}{4}\right)\Big\}. \qquad (14)$$

Из формулы (14) заключаем, что плотность состояний при очень больших положительных ω имеет в основном такой же вид, как и в идеальном полностью вырожденном электронном газе. Добавляется, однако, осциллирующий член (с коэффициентом, который всегда меньше единицы). Приближенная оценка периода осцилляций дает

$$\Delta\left(\frac{1}{E}\right)=\frac{3\pi e\hbar}{2\sqrt{2m\mu^3}}\approx\frac{em}{\pi n\hbar^2}.$$

Мы видим, что период осцилляций $\rho(\omega)$ как функция $\frac{1}{E}$ не зависит от напряженности электрического поля. Эти осцилляции, по-видимому, могут проявиться в некоторых тонких эффектах, например, в появлении осциллирующей добавки к плазменной частоте при явном учете электрического поля.

Пусть, наконец, $\omega<0,\ |\omega|\ll 3\left(\frac{\alpha}{4}\right)^{1/3}$.

Здесь оказывается справедливой прежняя формула (13).

Если положить $\nu=0$ (т. е. поле примеси не учитывать), получим плотность состояний в электрическом поле для нелегированного полупроводника. Для этого необходимо в формулах (13) и (14) подставить $\nu=0,\ \alpha=\alpha_1$.

Для полноты получим формулу для плотности состояний глубоко в запрещенной зоне в нелегированном полупроводнике. Согласно (12), пользуясь асимптотическим представлением для $K_{1/3}$ и разлагая корень в ряд, получаем известный результат [2, 3]:

$$\rho(\omega)=\frac{1}{8\pi^2\sqrt{\pi}}\left(\frac{3\alpha_1}{|\omega|}\right)^{1/4}\exp\left\{-2\left(\frac{|\omega|}{3\alpha_1^{1/3}}\right)^{3/2}\right\}.$$

§ 3. Случай слабого поля

Пусть теперь

$$\frac{\alpha}{\nu^{3/2}}\ll 1. \qquad (15)$$

В этом случае в формуле (9) удобно сделать подстановку $\nu s^2=u^2$ и брать интеграл сначала по $\vec{k}$. Используя известное равенство

$$\lim_{\eta\to+0}\frac{1}{s\pm i\eta}=P\frac{1}{s}\mp i\pi\delta(s),$$

где P — означает главную часть, находим для плотности состояний

$$\rho(\omega)=\frac{\nu^{1/4}}{4\pi^{5/2}}\,Im\,e^{-\frac{i\pi}{4}}\,p\cdot f\cdot\int_{u_0}^{\infty}du\,u^{-\frac{3}{2}}\exp\left\{i\frac{\omega}{\nu^{1/2}}u-u^2-i\frac{\alpha}{\nu^{3/2}}u^2\right\} \qquad (16)$$

(символ $p\cdot f\cdot$ означает конечную (при $u_0\to 0$) часть стоящего справа интеграла).

Согласно условию (15), последнюю экспоненту в (16) можно разложить в ряд и ограничиться первым членом по $\frac{\alpha}{\nu^{3/2}}$.

Далее, переходя к новым переменным $u = t^2$ и вводя обозначения $q = \frac{\omega}{\nu^{1/2}}$, приведем выражение (16) к виду

$$\rho(\omega) = \frac{\nu^{1/4}}{\pi^{5/2}} Im e^{i\frac{\pi}{4}} \left(q + 2\frac{\partial}{\partial q} + \frac{3\alpha}{\nu^{3/2}} \frac{\partial^2}{\partial q^2}\right)\left(1 + \frac{\alpha}{\nu^{3/2}} \frac{\partial^3}{\partial q^3}\right) \int_0^\infty e^{-t^4 + iqt^2} dt. \tag{17}$$

Интеграл в (17) равен

$$\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{q}{2}}\left[I_{-\frac{1}{4}}\left(\frac{q^2}{8}\right) + iI_{\frac{1}{4}}\left(\frac{q^2}{8}\right)\right] e^{-\frac{q^2}{8}} \quad \text{при } q > 0,$$

$$\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{|q|}{2}}\left[I_{-\frac{1}{4}}\left(\frac{q^2}{8}\right) + iI_{\frac{1}{4}}\left(\frac{q^2}{8}\right)\right] e^{-\frac{q^2}{8}} \quad \text{при } q < 0,$$

где $I_n(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента.

Рассмотрим сначала случай $\omega > 0$ $(q > 0)$. При $\frac{q^2}{8} \ll 1$, для плотности состояний вблизи дня зоны проводимости находим

$$\rho(\omega) = \frac{\nu^{1/4}\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}{2\sqrt{2\pi}\pi^2}\left(1 + \frac{\omega\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)}{\nu^{1/2} 4\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)} - \frac{\alpha}{\nu^{3/2}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)}{16\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}\right). \tag{18}$$

Видно, что учет электрического поля при условии (15) дает малый отрицательный вклад. Это уменьшение $\rho(\omega)$ есть результат того, что глубоко в запрещенной зоне при наличии внешнего электрического поля плотность состояний, вообще говоря, отлична от нуля, а полное число состояний должно быть постоянным.

Пусть теперь по-прежнему $\omega > 0$, но $\frac{q^2}{8} \gg 1$. Тогда

$$\rho(\omega) = \frac{1}{2\pi^2}\sqrt{\omega}\left(1 - \frac{\nu}{4\omega^2} - \frac{15}{4} \cdot \frac{\nu^2}{\omega^4} + \frac{3}{8}\frac{\alpha}{\omega^3}\right).$$

Отметим, что α/ω^3 есть результат второго порядка малости. Таким образом, при условии (15) $\rho(\omega)$ не отличается от соответствующего выражения работы [1], которое получено в отсутствие внешнего поля. Как показано в [1], в сильно легированном полупроводнике $\frac{\mu^2}{8\nu} \gg 1$, где μ — уровень Ферми, отсчитываемый от дна зоны проводимости. Поэтому учет внешнего поля в этом случае не дает почти никакого изменения в плотности состояний вблизи уровня Ферми. Разумеется, поправка за счет поля примеси остается.

Наконец, в случае $\omega < 0$, $\frac{q^2}{8} \ll 1$ результат совпадает с (18).

§ 4. Плотность состояний глубоко в запрещенной зоне

Как было сказано выше, глубоко в запрещенной зоне формула (8) неприменима. Для вычисления $\rho(\omega)$ при $\omega < 0$, когда $|\omega|$ намного больше как по отношению к характерной энергии электрона во внешнем поле, так и по отношению к характерной энергии в поле примеси, рассмотрим модельный пример [1].

$$V(r) = \pm g\theta(r_c - r), \tag{19}$$

где r_c — «радиус ямы»; обозначим $v_0 = \frac{4\pi}{3} r_c^3$. Верхний знак в (19) соответствует отталкиванию, нижний — притяжению.

Пользуясь формулой (7) и учитывая (5), (19), получаем

$$\rho(\omega) = \frac{2}{\pi} e^{-nv_0} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(nv_0)\,l}{l!}\, Imi \int dk \int_0^{\infty} ds \exp\{is(\omega \pm nv_0 g \mp lg - W_k) - i\alpha_1 s^3\}.$$

Пусть, в частности

$$-|\omega| \pm nv_0 g \mp lg < 0, \quad |\omega| \mp nv_0 g \pm lg \gg 3\left(\frac{\alpha_1}{4}\right)^{1/3}. \tag{20}$$

Тогда, подобно § 2,

$$\rho(\omega) = \frac{e^{-nv_0}}{8\pi^2\sqrt{\pi}} \sum_{l\geqslant 0} \frac{(nv_0)^l}{l!} \left(\frac{3\alpha_1}{|\omega| \mp nv_0 g \pm lg}\right)^{\frac{1}{4}} \times$$
$$\times \exp\left\{-2\left(\frac{|\omega| \mp nv_0 g \pm lg}{3\alpha_1^{1/3}}\right)^{3/2}\right\}. \tag{21}$$

Здесь в случае притяжения (нижний знак) целое число l ограничено некоторым l_m, при котором выполняется еще правое неравенство (20), а для отталкивания l принимает любое целое значение. Полученное выражение (21) является общим для не слишком слабого электрического поля, ибо оно дает вид плотности состояний как в случае $\alpha_1^{1/3} \gg g$ (сильное поле), так и в случае $\alpha_1^{1/3} \sim g$ (промежуточное поле). Последний на реальном примере рассмотреть не удалось: интеграл в формуле (8) аналитически в общем случае не берется. Однако выражение (21) в виде суммы весьма сложно, ограничение первыми несколькими членами в сумме по l недопустимо. Это связано с тем, что при увеличении l соответствующие члены убывают медленно при $nv_0 > 1$, хотя ряд сходится.

В случае слабого электрического поля ($\alpha_1^{1/3} \ll g$) вид плотности состояний глубоко в запрещенной зоне в основном определяется полем примеси: вклад внешнего поля оказывается незначительным.

Определим критическое поле E_0 согласно условию $\nu^{3/2} = \alpha_1(E_0)$, тогда при концентрации примеси $n \sim 10^{19}$ $см^{-3}$ (в Ge) $E_0 \sim 3 \cdot 10^5$ $в/см$ (поле в кристалле).

Практически обычно выполняется условие слабого поля $E^2 \ll E_0^2$. Исключение могут составить p—n-переходы в туннельных диодах. Кроме того, в кристалле всегда имеются внутренние структурные нарушения, например дислокации. Поле, создаваемое дислокациями, сравнительно слабо зависит от координат и может быть сильным. В таких случаях плотность состояний сильно легированного полупроводника меняется радикально.

В заключение выражаю благодарность В. Л. Бонч-Бруевичу за постоянное внимание и большую помощь в работе.

Хочется искренне поблагодарить А. Г. Миронова за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бонч-Бруевич В. Л. «Физика твердого тела», 4, 10, 2660, 1962.
2. Келдыш Л. В. ЖЭТФ, 34, 1138, 1958.
3. Келдыш Л. В., Вавилов В. С., Брицын К. И. Труды 2 международной конференции по полупроводникам. Прага, 1961, стр. 824.

Поступила в редакцию
5. 6 1965 г.

Кафедра
полупроводников