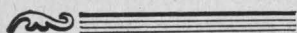
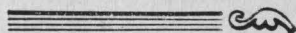


# Вестник МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА



№ 6 — 1966



УДК 539.143.2

Н. Н. КОЛЕСНИКОВ

## ЭНЕРГИИ ИЗОБАРНЫХ И ИЗОТОПИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДОВ И НОВАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ МАСС ЯДЕР

Устанавливается новая формула для масс ядер, которая уточняет известные в настоящее время свойства энергетической поверхности ядер.

Хорошо известно, что полуэмпирическая формула Бете-Вейцекера [1—3] слишком груба для практического вычисления масс индивидуальных ядер (ошибка нередко достигает 10 Мэв и более) и поэтому для улучшения согласия с экспериментом приходится вводить большое число локальных чисто эмпирических членов [4—5]. В результате формула теряет свою простоту и ясный физический смысл, а система ядер фактически разбивается на ряд областей, в каждой из которых справедлива своя формула.

С другой стороны, простая зависимость энергии изотопов (изотонов) одной и той же заполняющейся нейтронной (протонной) оболочки от  $N(Z)$  может быть получена из оболочечных представлений [6]. Наконец, об этом же свидетельствует эмпирический анализ энергий ядер [7, 8]. В настоящей работе детально исследуются свойства энергетической поверхности реальных ядер в областях между магическими числами. Полученная в конечном итоге формула для энергий ядер основывается на эмпирическом анализе энергий изобаров и изотопов.

### Энергии изобарных переходов

Регулярный характер зависимости энергий  $\beta$ -распада от  $A$  и  $Z$  в областях между магическими числами нейтронов и протонов была отмечена в ряде работ [7—9]. Так, энергии  $\beta^-$ -распада

$$E^-(A, Z) = E(A, Z) - E(A, Z + 1)$$

( $E(A, Z)$  — полная энергия ядра ( $A, Z$ ) изобаров ( $A = \text{const}$ ) одного и того же типа четности) линейно возрастают, а энергии  $\beta^+$ -распада  $E^+(A, Z) = E(A, Z) - E(A, Z - 1)$  линейно убывают с увеличением  $Z$  [9]\*. Это иллюстрируется рис. 1 на примере четно-нечетных ( $Z$ -чет,  $N$ -неч) ядер области  $136 \leq N \leq 144$ , где пунктирными линиями соедине-

\*  $E^\pm(A, Z)$  равно, очевидно,  $Q_\beta^\pm(A, Z) \mp 0,51 \text{ Мэв}$ ,

ны точки, соответствующие  $\beta^-$  (и аналогично  $\beta^+$ )-распаду изобарных ( $A = \text{const}$ ) ядер.

Как видно из рис. 1, линии  $\beta^+$ -распада, соответствующие различным массовым числам  $A$ , параллельны (с точностью до экспериментальных ошибок). Обозначим координаты точки пересечения линии  $\beta^-$ -распада фиксированного  $A$  с линией  $\beta^+$ -распада того же  $A$  через  $(Z^0, -D_{\text{чн}})$ . Как видно из рис. 1, при изменении массового числа  $A$  величина  $D_{\text{чн}}$  практически не меняется, а  $Z^0$  растет линейно и может быть выражено следующей формулой:

$$Z^0(A) = \eta A + \xi, \quad (1)$$

где  $\eta$  и  $\xi$  — константы. В соответствии со сказанным, энергии  $E_{\text{чн}}^\pm$  (четно-нечетных) ядер рассмотренной области могут быть с хорошей точностью вычислены по формуле

$$E_{\text{чн}}^\pm(A, Z) = -D_{\text{чн}} \pm \alpha_\pm (Z - Z^0(A)), \quad (2)$$

где  $\alpha_+$ ,  $\alpha_-$  и  $D_{\text{чн}}$  — константы.

Формулы (1) и (2) имеют общий характер. Они оказываются справедливыми не только для четно-нечетных (чн) ядер, но и для ядер других типов четности и для ядер других областей. Например, для четно-четных (чч)-ядер:

$$E_{\text{чч}}^\pm(A, Z) = -D_{\text{чч}} \pm \alpha_\pm (Z - Z^0(A)), \quad (3)$$

причем значения  $\alpha_+$ ,  $\alpha_-$  и  $Z^0(A)$  для чч-ядер не отличаются (в пределах экспериментальных ошибок) от соответствующих значений для чн-ядер [10]. Значения параметров  $\eta$ ,  $\xi$ ,  $\alpha_+$ ,  $\alpha_-$ ,  $D_{\text{чч}}$  и  $D_{\text{чн}}$  меняются скачкообразным образом при переходе от одной области к другой (см. табл. 1). Эмпирически построенная на рис. 2 линия  $Z^0(A)$  \* представляет совокупность отрезков прямых линий и испытывает разрывы при пересечении магических чисел нейтронов или протонов (20, 28, 50, 82, 126) и некоторых субмагических чисел ( $N=38, 56, 90$ ). Согласие (1) — (3) с экспериментом для области тяжелых ядер ( $Z > 82, N > 126$ ) иллюстрируется рис. 3, где построена зависимость  $E_{\text{чч}}^\pm + D_{\text{чч}}$  для четно-четных ядер, и  $E_{\text{чн}}^\pm + D_{\text{чн}}$  для четно-нечетных ядер, от  $Z - Z^0$  \*\*. Как видно из рис. 3, все экспериментальные точки ложатся на две пересекающиеся прямые, проведенные в соответствии с (2) и (3) (и значениями параметров, приведенными в табл. 1) с точностью  $\pm 0,25$  Мэв. Лишь в двух случаях отклонения достигают  $0,3 \div 0,4$  Мэв. Характерно отмеченное еще в [9] небольшое (но выходящее за пределы экспериментальных ошибок) отличие  $\alpha_+$  от  $\alpha_-$ .

Рис. 4, где те же, что и на рис. 3, построения проведены для области легких ядер, а также аналогичные графики для других областей (см. [10]) показывают, что за очень редкими исключениями согласие остается в пределах тех же  $\pm 0,25$  Мэв.

\* Для нахождения значений  $Z^0$  на основании эмпирических данных строились графики, аналогичные рис. 1 (см. подробнее [9, 10]).

\*\* Экспериментальные данные по энергиям  $E^\pm$  были взяты из таблиц [11] и [12].

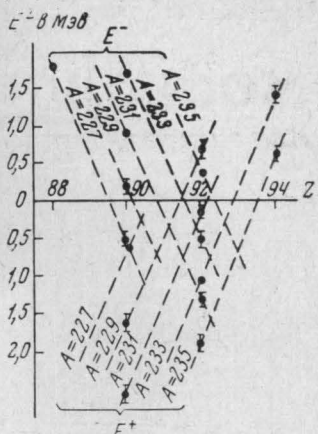


Рис. 1. Зависимость  $E^\pm$  от  $Z$  для изобаров области  $136 \leq N \leq 144$

Рассмотрим следствия, вытекающие из эмпирических формул (1)–(3). На основании (3) получаем уравнение

$$E_{\text{чч}}(A, Z+2) - E_{\text{чч}}(A, Z) = 2\alpha_+ + (\alpha_+ + \alpha_-)(Z - Z^0(A)). \quad (4)$$

Решением разностного уравнения (4) является [9]:

$$E_{\text{чч}}(A, Z) = E_{\text{чч}}^+(A) + k(Z - Z^*(A))^2, \quad (5)$$

где

$$k = \frac{1}{4}(\alpha_+ + \alpha_-), \quad Z^*(A) = Z^0(A) - \frac{\nu}{k}, \quad \nu = \frac{1}{4}(\alpha_+ - \alpha_-),$$

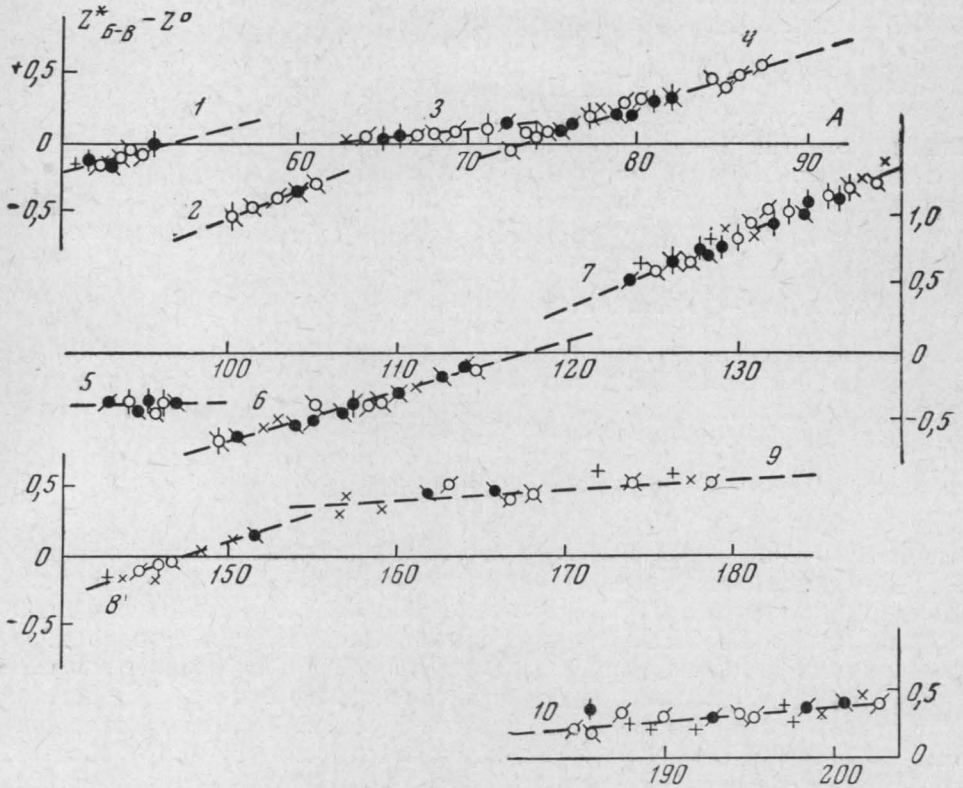


Рис. 2. Зависимость  $Z_{\text{Б-В}}^* - Z^0$  от  $A$  для  $205 > A > 45$ ,  $Z^0$  для  $A > 205$  см в [9, 10]. 1 —  $28 > Z > 20$ ,  $28 > N > 20$ ; 2 —  $28 > Z > 20$ ,  $38 > N > 28$ ; 3 —  $Z > 28$ ,  $38 > N > 28$ ; 4 —  $Z > 28$ ,  $50 > N > 38$ ; 5 —  $Z > 38$ ,  $56 > N > 50$ ; 6 —  $50 > Z > 38$ ,  $82 > N > 56$ ; 7 —  $Z > 50$ ,  $82 > N > 56$ ; 8 —  $90 > N > 82$ ; 9 —  $Z < 76$ ,  $126 > N > 90$ ; 10 —  $82 > Z > 76$ ,  $126 > N > 90$ . Данные взяты из таблиц [11, 12]. Условные обозначения: ● —  $Z$  — чет; ○ —  $Z$  — нечет; ● и Ф — значения  $Z^0$  найдены по энергиям  $\beta$ -распада изобаров (см. рис. 1); ○ и ● —  $Z^0$  найдено из анализа энергий  $\beta$ -распада изотопов ( $Z = \text{const}$ ); ○ и ● —  $Z^0$  найдено из анализа энергий  $\beta$ -распада изотопов ( $N = \text{const}$ ) (см. [10]), + и × — ненадежные данные

а  $E_{\text{чч}}^+(A)$  — произвольная функция от  $A$ , которая не может быть определена из анализа энергий изобаров.

Далее, поскольку

$$E_{\text{нн}}(A, Z) = E_{\text{чч}}(A, Z-1) - E_{\text{чч}}(A, Z-1),$$

то

$$E_{\text{нн}}(A, Z) = E_{\text{чч}}(A, Z) + \delta_{\text{чч}}^{\text{нн}}(Z), \quad (6)$$



где

$$\delta_{\text{чч}}^{\text{нн}}(Z) = D_{\text{чч}} - k + 2v(Z - Z^*) \quad (7)$$

(если в (7) пренебречь малым членом  $\frac{v^2}{k^2}$  по сравнению с 1),

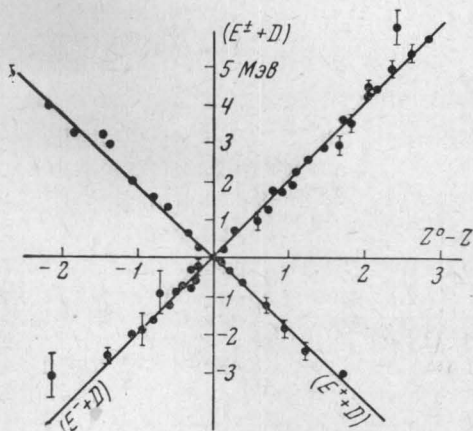
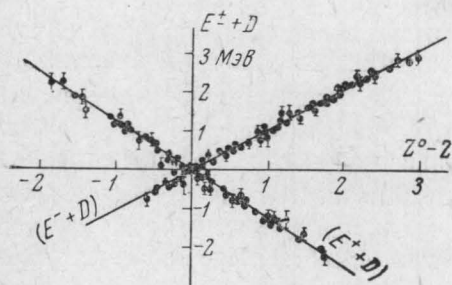


Рис. 3. Зависимость  $E^{\pm} + D$  от  $Z^0 - Z$ ,  $Z > 82$ ;  $N > 126$

Рис. 4. Зависимость  $E^{\pm} + D$  от  $Z^0 - Z$ ,  $38 > Z > 28$ ,  $50 > N > 38$

Совершенно аналогично, рассматривая изобары с нечетными  $A$ , получаем

$$E_{\text{чн}}(A, Z) = E_{\text{чн}}^*(A) + k(Z - Z^*(A))^2, \quad (8)$$

$$E_{\text{нч}}(A, Z) = E_{\text{чн}}(A, Z) + \delta_{\text{чн}}^{\text{нч}}(Z), \quad (9)$$

где

$$\delta_{\text{чн}}^{\text{нч}}(Z) = D_{\text{чн}} - k + 2v(Z - Z^*). \quad (10)$$

#### Энергии изобарных переходов

Обозначим через  $n(A, Z)$  энергию присоединения нейтрона к ядру  $(A, Z)$ . По определению:

$$n_{\text{чч}}(A, Z) = E_{\text{чч}}(A, Z) + E_n - E_{\text{чн}}(A + 1, Z), \quad (11)$$

где  $E_n$  — энергия свободного нейтрона. Отсюда на основании (5) и (8) [9].

$$n_{\text{чч}}(A, Z) = n_{\text{чч}}^*(A) + 2k\eta(Z - Z^*(A)), \quad (12)$$

где

$$n_{\text{чч}}^*(A) = E_{\text{чч}}^*(A) - E_{\text{чн}}^*(A + 1) + E_n - k\eta^2 \quad (13)$$

есть энергия присоединения нейтрона к фиктивному ядру с  $Z = Z^*(A)$ , лежащему на линии  $\beta$ -стабильности.

\* Заметим, что (6) и (9) можно также записать в виде

$$E_{\text{нн}}(A, Z) = E_{\text{чч}}^*(A) + \Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}} + k(Z - Z_{\text{нн}}^*(A))^2,$$

$$E_{\text{нч}}(A, Z) = E_{\text{чн}}^*(A) + \Delta_{\text{чн}}^{\text{нч}} + k(Z - Z_{\text{нч}}^*(A))^2,$$

где  $\Delta = \delta(Z^*)$ .

Сопоставление этих выражений с (5) и (8) показывает, что изобары в зависимости от их типа четности ложатся на четыре различных квадратичных параболы одинаковой кривизны  $k$ , смещенных друг по отношению к другу как в вертикальном направлении (различны  $E(A, Z^*)$ ), так и по горизонтали (не совпадают значения  $Z^*$ ).

Аналогично:

$$n_{\text{чн}}^*(A) = E_{\text{чн}}^*(A) - E_{\text{чч}}^*(A+1) + E_n - k\eta^2. \quad (14)$$

Из (11) и (13) следует, что

$$E_{\text{чч}}^*(A+2) - E_{\text{чч}}^*(A) = 2E_n - n_{\text{чч}}^*(A) - n_{\text{чн}}^*(A+1) - 2k\eta^2. \quad (15)$$

Зная эмпирическую зависимость  $n_{\text{чч}}^*$  и  $n_{\text{чн}}^*$  от  $A$ , можно, решив функциональное уравнение (15), определить  $E_{\text{чч}}^*(A)$ .

Для нахождения эмпирической зависимости  $n_{\text{чч}}^*$  от  $A$  воспользуемся формулой (12), из которой, зная экспериментальное значение энергии присоединения нейтрона к ядру ( $A_n, Z_n$ ), можно определить  $n_{\text{чч}}^*(A)$ . При этом значения  $n_{\text{чч}}^*(A)$ , найденные на основании экспериментальных значений  $n_{\text{чч}}^*(A, Z)$  для ядер одной четности и фиксированного  $A$ , должны совпадать. Аналогичное относится и к  $n_{\text{чн}}^*(A)$ . Справедливость этих утверждений, а также характер зависимости  $n_{\text{чч}}^*$  и  $n_{\text{чн}}^*$  от  $A$  иллюстрируется на примере рис. 5 и 6 для областей тяжелых и легких ядер\*. Как видно из рисунков, значения  $n_{\text{чч}}^*$  (и аналогично  $n_{\text{чн}}^*$ ), найденные на основе различных данных, совпадают для одних и тех же  $A$ , как того и следовало ожидать. Существенно, что в пределах области заполнения одной и той же подоболочки  $n_{\text{чч}}^*$  (и  $n_{\text{чн}}^*$ ) оказываются независимыми от  $A$  (см. рис. 5 и 6)\*\*. То же самое оказывается справедливым и для других областей, не показанных на рисунках (средние значения  $n_{\text{чч}}^*$  и  $n_{\text{чн}}^*$  для всех областей приведены в табл. 2). Единственное исключение составляет область  $136 > N \geq 126$ , где наблюдается линейный рост  $n_{\text{чн}}^*$  и  $n_{\text{чч}}^*$ . Исключая последний случай, можно для области заполнения любой нейтронной подоболочки переписать (11) в виде

$$E_{\text{чч}}^*(A+2) - E_{\text{чч}}^*(A) = 2(E_n - a), \quad (16)$$

где  $a = k\eta^2 + \frac{1}{2}(n_{\text{чч}}^* + n_{\text{чн}}^*)$  есть константа.

Решением разностного уравнения (16) является

$$E_{\text{чч}}^*(A) = E_0 + (E_n - a)(A - A_0), \quad (17)$$

где  $E_0$  — значение  $E_{\text{чч}}^*(A)$  при  $A$ , равном произвольно выбранному числу  $A_0$ . Далее, учитывая (13), находим

$$E_{\text{чн}}^*(A) = E_{\text{чч}}^*(A) + \delta_{\text{чч}}^{\text{чн}}, \quad \text{где } \delta_{\text{чч}}^{\text{чн}} = \frac{1}{2}(n_{\text{чн}}^* - n_{\text{чч}}^*).$$

Окончательно формулу для энергии ядер всех типов четности можно записать в следующей простой форме:

$$E(A, Z) = E_0 + (E_n - a)(A - A_0) + k(Z - Z^*(A))^2 + \delta(A, Z), \quad (18)$$

\* Отметим существенное отличие ядерных оболочек от атомных, ясно обнаруживающееся на рис. 5 и 6. В отличие от атомных оболочек, замыкание ядерной оболочки не приводит к дополнительному выигрышу энергии. Энергия присоединения нейтрона с магическим номером  $N_m$  не выше энергии присоединения предыдущих нейтронов. Кроме того, не наблюдается и понижения энергии присоединения  $N_m+1$ -го нейтрона по сравнению с последующими нейтронами (см. рис. 5 и 6).

\*\* Значения  $n(A, Z)$ , необходимые для вычисления  $n_{\text{чч}}^*$  и  $n_{\text{чн}}^*$ , брались из таблиц экспериментальных масс ядер [11].

где

$$\delta(A, Z) = \begin{cases} 0 & \text{для ядер с } Z \text{ чет. } N \text{ чет.} \\ \Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}} & \text{для ядер с } Z \text{ чет. } N \text{ неч.} \\ \Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}} + 2\nu(Z - Z^*) & \text{для ядер с } Z \text{ неч. } N \text{ неч.} \\ \Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}} + 2\nu(Z - Z^*) & \text{для ядер с } Z \text{ неч. } N \text{ чет.} \end{cases} \quad (19)$$

$$Z^*(A) = \eta A + \varepsilon, \quad (20)$$

$$\Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}} = \Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}} + \Delta_{\text{чн}}^{\text{нч}}, \quad \xi_1 = \xi - \frac{\nu}{k}.$$

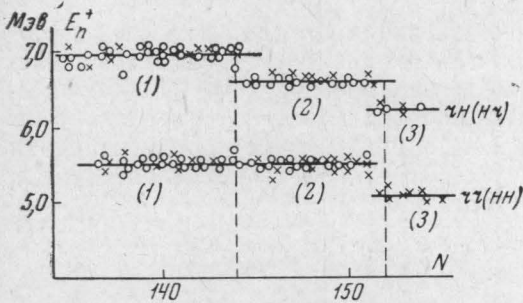


Рис. 5. Зависимость  $E_n^*$  от  $N$  ( $N > 136$ ). (1) —  $144 > N > 136$ ; (2) —  $152 > N > 144$ ; (3) —  $N > 152$ . Экспериментальные данные взяты из таблиц [11]

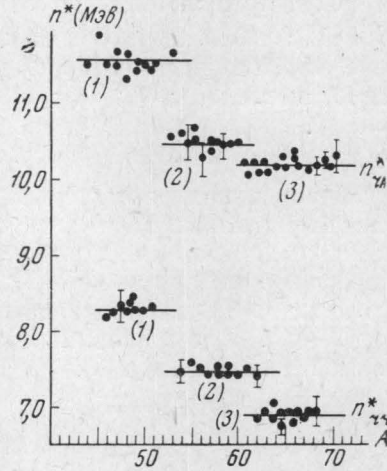


Рис. 6. Зависимость  $n_{\text{чн}}^*$  и  $n_{\text{чч}}^*$  от  $A$  для ядер с  $72 > A > 40$ . (1) —  $28 > Z > 20$ ,  $28 > N > 20$ ; (2) —  $28 > Z > 20$ ,  $38 > N > 28$ ; (3) —  $38 > Z > 28$ ;  $38 > Z > 28$ . Экспериментальные данные взяты из таблиц [11]

Численные значения всех параметров для различных областей ядер приведены в табл. 1 и 2.

В области а)  $130 > N \geq 126$  в соответствии с табл. 2

$$\begin{cases} n_{\text{чч}}^*(A) = n_{\text{чч}}^0 \\ n_{\text{чн}}^*(A) = n_{\text{чн}}^0 + 4b(A - A_0), \end{cases}$$

а в области б)  $136 > N > 130$ :

$$\begin{cases} n_{\text{чч}}^*(A) = n_{\text{чч}}^0 + 4b(A - A_0) \\ n_{\text{чн}}^*(A) = n_{\text{чн}}^0 \end{cases},$$

где  $n_{\text{чч}}^0$ ,  $n_{\text{чн}}^0$ ,  $b$  — константы в пределах каждой из указанных областей. Повторя рассуждения, приведшие к выводу (18), получаем

$$E(A, Z) = E_0 + (E_n - a)(A - A_0) + b(A - A_0)^2 + k(Z - Z^*(A))^2 + \delta(A, Z),$$

где

$$\delta(A, Z) = \begin{cases} 0 & \text{для чч-ядер} \\ \Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}} + 2\nu(Z - Z^*(A)) & \text{для нн-ядер} \\ \Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}} \pm 2b(A - A_0) & \text{для чн-ядер} \\ \Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}} + 2\nu(Z - Z^*(A)) \pm & \text{для нч-ядер} \\ 2b(A - A_0) & \end{cases}$$

$$a = k\eta^2 + \frac{n_{\text{чч}}^0 + n_{\text{чн}}^0}{2} + (1 \mp 1)b.$$

Верхний знак соответствует случаю а), а нижний случаю б).

Общее число параметров в формуле (18) — восемь ( $a$ ;  $k$ ;  $\eta$ ;  $\xi_1$ ,  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}}$ ;  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}}$ ;  $E_0$ ) при  $\nu = 0$  и на один больше при  $\nu \neq 0$ . Число параметров, определяющих энергии  $\beta$ -распада ядер всех типов четности (см. (1) — (3)), равно шести ( $\alpha_+$ ;  $\alpha_-$ ;  $D_{\text{чч}}$ ;  $D_{\text{чн}}$ ;  $\eta$ ;  $\xi$ ) при  $\nu \neq 0$  и пяти при  $\nu = 0$  ( $\alpha_+ = \alpha_-$ )\*.

### Обсуждение результатов

Полученная формула для полной энергии ядра (18) в каждой из областей, образованной магическими и некоторыми субмагическими числами (см. табл. 1 и 2), имеет весьма простую структуру. Геометрически в координатах  $A$  и  $Z - Z^*$  поверхность  $E(A; Z - Z^*)$  представляет, согласно (18), параболический цилиндр, повернутый по отношению к оси  $Z - Z^*$ . Для сравнения с формулой Б.—В. (Бете—Вейцекера) для полной энергии ядра [1]:

$$E^{\text{Б.—В.}}(A, Z) = (E_n - \alpha_1)A - (E_n - E_p)Z + \alpha_2 A^{2/3} + \alpha_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \alpha_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta(A), \quad (21)$$

где поправка на четность [3]:

$$\delta(A) + \begin{cases} -\alpha_5 A^{-3/4} & \text{для чч-ядер} \\ 0 & \text{для чн и нч-ядер} \\ +\alpha_5 A^{-3/4} & \text{для нн-ядер} \end{cases} \quad (22)$$

( $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ ,  $\alpha_5$  — константы,  $E_p$  — энергия свободного протона), заметим, что (21) можно для небольших областей вблизи  $A = A_0$  записать в форме, аналогичной (18):

\* Энергии присоединения нейтронов к ядрам всех типов четности определяются шестью параметрами ( $n_{\text{чч}}^*$ ;  $n_{\text{чн}}^*$ ;  $k$ ;  $\eta$ ;  $\xi$ ;  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}} - \Delta_{\text{нч}}^{\text{нн}}$ ) при  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}} \neq \Delta_{\text{нч}}^{\text{нн}}$  и пятью параметрами при  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}} = \Delta_{\text{нч}}^{\text{нн}}$ . Для практического вычисления энергий  $\beta$ -распада проще вместо (18) использовать непосредственно (1) — (3), а для вычисления энергий присоединения нейтронов пользоваться формулой (12) в случае чч-ядер и аналогичной формулой для чн-ядер:

$$n_{\text{чн}}(A, Z) = n_{\text{чн}}^* + 2k\eta(Z - Z^*(A)).$$

Энергии присоединения нейтронов к нч- и нн-ядрам определяются формулами

$$n_{\text{нч}}(A, Z) = n_{\text{чч}}(A, Z) + (\Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}} - \Delta_{\text{нч}}^{\text{нн}}),$$

$$n_{\text{нн}}(A, Z) = n_{\text{чн}}(A, Z) - (\Delta_{\text{чн}}^{\text{нн}} - \Delta_{\text{нч}}^{\text{нн}}),$$

где

$$\Delta_{\text{нч}}^{\text{нн}} = \Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}} - \Delta_{\text{нч}}^{\text{нч}}.$$



Значения параметров  $D$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$ ,  $\xi$  для различных областей

Область	$D_{чч}$	$D_{чн}$	$\alpha_+$	$\alpha_-$	$\eta$	$\xi$	$k = \frac{1}{4}(\alpha_+ + \alpha_-)$	$\nu = \frac{1}{4}(\alpha_+ - \alpha_-)$	По формуле Б-В*			$A_0 \pm \Delta A$
									$k$	$\eta$	$\xi$	
$28 > N > 20; 28 > Z > 20$ . . . . .	4,2	1,3	2,6	2,5	0,4	3	1,28	0,025	$2,18 \pm 0,22$	0,434	1,3	$48 \pm 5$
$38 > N > 28; Z < 28$ . . . . .	4,5	1,7	3,0	2,9	0,4	3,6	1,5	0,025	$1,84 \pm 0,22$	0,426	1,7	$57 \pm 7$
$Z > 28; 38 > N > 28$ . . . . .	4,0	0,9	2,5	2,5	0,429	1,4	1,25	0	$1,64 \pm 0,18$	0,420	2,1	$65 \pm 8$
$50 > N > 38; 38 > Z > 28$ . . . . .	3,7	0,9	1,95	1,95	0,368	5,9	0,97	0	$1,35 \pm 0,18$	0,408	2,9	$80 \pm 12$
$50 > Z > 38; 56 > N > 50$ . . . . .	3,25	1,0	1,6	1,6	0,4	4,0	0,8	0	$1,13 \pm 0,06$	0,397	4,0	$97 \pm 5$
$82 > N > 56; 50 > Z > 38$ . . . . .	3,25	1,0	1,6	1,6	0,368	7,32	0,8	0	$1,03 \pm 0,08$	0,391	4,6	$108 \pm 10$
$82 > Z > 50; 50 < N < 82$ . . . . .	2,75	0,7	1,25	1,3	0,333	11,0	0,64	-0,012	$0,87 \pm 0,09$	0,379	5,9	$130 \pm 15$
$90 > N > 82$ . . . . .	2,9	0,9	1,15	1,3	0,333	12,67	0,61	-0,04	$0,79 \pm 0,04$	0,372	7,0	$145 \pm 10$
$Z \leq 76; N > 90$ . . . . .	2,35	0,8	1,45	1,55	0,361	8,22	0,75	-0,025	$0,68 \pm 0,07$	0,361	8,6	$170 \pm 20$
$82 > Z > 76; N < 126$ . . . . .	2,35	0,8	1,45	1,45	0,318	16,7	0,75	-0,025	$0,60 \pm 0,03$	0,351	10,5	$195 \pm 10$
$Z > 82; N > 126$ . . . . .	1,95	0,75	1,22	1,04	0,356	9,2	0,56	+0,045	$0,528 \pm 0,07$	0,339	13,1	$230 \pm 25$

\* Значения  $\eta$  и  $\xi$  подсчитаны по формуле Бете — Вейцекера для среднего массового числа  $A = A_0$ . Указаны границы области  $\Delta A$  (по отношению к  $A_0$ ) и даны значения  $k \pm \Delta k$ , соответствующие  $A_0 \pm \Delta A$ .

Экспериментальные значения  $E^\pm$  (необходимые для вычисления параметров  $D_{чч}$ ,  $D_{чн}$ ,  $\alpha_\pm$ ,  $\eta$  и  $\xi$ ,  $k$  и  $\nu$ ) брались из таблиц [11].



Значения параметров  $n_{\text{чч}}^*$ ,  $n_{\text{чн}}^*$ ,  $a$ ,  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{чн}}$ ,  $\Delta_{\text{чн}}^{\text{нч}}$ ,  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}}$ ,  $\Delta_{\text{нч}}^{\text{нч}}$  в Мэв

Область	$n_{\text{чч}}^*$	$n_{\text{чн}}^*$	$a$	$\Delta_{\text{чч}}^{\text{чн}}$	$\Delta_{\text{чн}}^{\text{нч}}$	$\Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}}$	$\Delta_{\text{нч}}^{\text{нч}}$	По формуле Б. — В.			$A_0 \pm \Delta A$
								$n_{\text{чч}}^*$	$\Delta_{\text{нч}}^{\text{нч}} = \Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}} = 1/2 \Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}}$	$a$	
28 > N > 20; 28 > Z > 20	8,25	11,6	10,13	1,72	0	2,92	1,2	7,7	1,87 ± 0,15	9,6	48 ± 5
38 > N > 28; Z ≤ 28	7,50	10,6	9,3	1,55	0,2	3,0	1,25	7,75	1,64 ± 0,16	9,4	57 ± 7
Z > 28; 28 < N < 40	6,8	10,2	8,73	1,7	-0,3	2,75	1,35	7,75	1,48 ± 0,15	2,25	65 ± 8
Z ≥ 30; 46 > N > 38	7,35	10,65	9,13	1,65	-0,07	2,73	1,17	7,6	1,27 ± 0,15	8,9	80 ± 12
Z ≥ 30; 50 > N ≥ 46	8,0	10,9	9,58	1,45	-0,07	2,73	1,37	—	—	—	—
50 > Z > 38; 50 < N < 56	7,20	9,25	8,36	1,03	+0,25	2,40	1,12	7,4	1,1 ± 0,05	8,5	97 ± 5
50 > Z > 38; 82 > N > 56	6,9	9,6	8,36	1,35	0,10	2,50	1,05	7,3	1,02 ± 0,07	8,3	108 ± 10
Z > 50; 50 < N < 76	6,9	9,25	8,15	1,17	0	2,30	1,13	7,0	0,89 ± 0,08	7,9	130 ± 15
Z > 50; 82 > N > 76	6,9 ± 0,25	9,1 ± 0,25	8,1 ± 0,25	1,1 ± 0,55	0	2,30	1,20 ± 0,5				
92 > N > 82	6,0 ± 0,15	8,0 ± 0,15	7,1 ± 0,15	1,0 ± 0,30	0,4	2,30	1,0 ± 0,35	6,8	0,82 ± 0,05	7,6	145 ± 10
100 > N > 92;	6,5 ± 0,25	8,0 ± 0,25	7,35 ± 0,25	0,75 ± 0,50	0,1	1,60	0,75 ± 0,50	6,35	0,73 ± 0,07	7,1	170 ± 20
108 > N > 100;	6,5 ± 0,25	7,6 ± 0,25	7,15 ± 0,25	0,55 ± 0,50	0,1	1,60	0,95 ± 0,50				
114 > N > 108; Z ≤ 76	6,1 ± 0,25	7,6 ± 0,25	6,95 ± 0,25	0,75 ± 0,50	0,1	1,60	0,75 ± 0,50				
124 > N > 114; 82 ≥ Z > 76	6,5	8,0	7,33	0,75	0,1	1,60	0,75	6,25	0,65 ± 0,03	6,7	195 ± 10
130 > N > 126; Z > 82	4,5	5,5 + 2f**	5,07	0,5 + f*	0,20	1,40	0,70 - f*				
136 > N > 130	4,4 + 2g***	6,8	5,67	1,2 - g***	0,20	1,40	0,035(Z-Z*)	5,8	0,58 ± 0,05	6,4	230 ± 25
144 > N > 136	5,45	6,9	6,2	0,7	0,20	1,40	0,5				
152 > N > 144	5,5	6,5	6,07	0,5	0,20	1,40	0,7				
N > 152	5,15	6,1	5,7	0,5	0,20	1,40	0,7				

Указано среднее значение массового числа  $A_0$  в каждой области, а также границы области  $\Delta A$  (по отношению к середине области). Даны подсчитанные по формуле Бете—Вейцекера соответствующие значения  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}}$ . Остальные значения, подсчитанные по формуле Бете—Вейцекера, даны для  $A = A_0 \cdot E^{\pm}$  и  $n$ , использованные для вычислений, брались из таблиц [11] и отчасти из [12].

\*  $f = 0,05$  ( $Z - Z^*$ ); \*\*  $g = 0,035$  ( $Z - Z^*$ ).

$$E^{B.-B.}(A, Z) = E_0 + (E_n - a)(A - A_0) + k(A)(Z - Z(A))^2 + \delta(A), \quad (23)$$

причем, аналогично (20)\*:

$$Z^*(A) = hA + \xi_1. \quad (24)$$

В отличие от (18), кривизна изобарных парабол  $k$ , а также поправка на четность  $\delta$  убывают с увеличением массового числа:

$$k(A) = k(A_0) \{1 - \kappa(A - A_0)\}, \quad (25)$$

$$\delta(A) = \delta(A_0) \{1 - \gamma(A - A_0)\}, \quad (26)$$

где

$$k(A_0) = \frac{4\alpha_4}{A_0} + \alpha_3 A_0^{-1/3},$$

$$\kappa = \frac{1}{3A_0} \frac{(3\alpha_4 + \alpha_3 A_0^{2/3})}{(\alpha_4 + \alpha_3 A_0^{2/3})}; \quad \gamma = \frac{3}{4A_0}.$$

Численные значения параметров  $\eta$ ;  $\xi_1$ ;  $k$ ;  $n_{\text{чч}}^*$ ;  $a$ ;  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}}$ , вычисленных на основе формулы Б.—В. (в предположении, что [1]  $\alpha_1 = 15,75 \text{ Мэв}$ ,  $\alpha_2 = 17,8 \text{ Мэв}$ ,  $\alpha_3 = 0,71 \text{ Мэв}$ ,  $\alpha_4 = 23,7 \text{ Мэв}$ ,  $\alpha_5 = 34 \text{ Мэв}$ ), сравниваются в табл. 1 и 2 с соответствующими величинами, найденными в данной работе. Экспериментально в пределах одной и той же области не наблюдается сколько-нибудь заметной зависимости  $k$  и  $\eta$  от  $A$ , как это предсказано в (25). Это означает, что эмпирически отношение  $\frac{\alpha_3}{A^{1/3}}$

оказывается почти независимым от  $A$  в пределах одной и той же области, а поэтому почти не меняются кулоновские радиусы ядер. Напротив, при переходе от одной области ядер к другой  $k$  и  $\eta$  изменяются скачкообразно, а поэтому должны скачкообразно меняться и эффективные размеры ядер.

Как видно из табл. 1 и 2, численные значения параметров  $\eta$ ;  $\xi_1$ ;  $k$ ;  $a$ ;  $n_{\text{чч}}^*$ ;  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}}$  согласуются с предсказаниями формулы Б.—В. лишь в среднем, причем формула Б.—В. предсказывает несколько более быстрое убывание с массовым числом величины  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нн}}$  и особенно  $k$  и несколько более слабое убывание  $n_{\text{чч}}^*$ , чем это имеет место в действительности.

Формула Б.—В. не учитывает различия в энергиях нч- и чн-ядер. В действительности же, как это уже отмечалось ранее (см. [7—9]), а также ясно обнаруживается в табл. 1, в большинстве областей ядер  $\Delta_{\text{чч}}^{\text{нч}} \neq 0$ . Кроме того, вопреки (22), во многих случаях (см. табл. 2)

\* Константы  $a$ ;  $\eta$ ;  $\xi_1$ ;  $E_0$  связаны с  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$  соотношениями

$$a = \alpha_1 - \alpha_4 - \frac{2}{3} \alpha_2 A^{-1/3} + 2\alpha_4 \eta \left(1 - \frac{E_n - E_p}{4\alpha_4}\right);$$

$$\eta = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{E_n - E_p}{4\alpha_4}\right) \left(1 + \frac{\alpha_3}{4\alpha_4} A_0^{2/3}\right)^{-1} \left\{1 - \frac{2}{3} \left(1 + \frac{4\alpha_4}{\alpha_3} A_0^{-2/3}\right)^{-1}\right\};$$

$$\xi = \eta A_0 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{E_n - E_p}{4\alpha_4}\right) \left(1 + \frac{\alpha_3}{4\alpha_4} A_0^{2/3}\right)^{-1};$$

$$\frac{E_0}{A_0} = E_n - \alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_2 A_0^{-1/3} - 2\alpha_4 \left(1 + \frac{E_n - E_p}{4\alpha_4}\right) \frac{Z^*(A_0)}{A_0}.$$

$\Delta_{нч}^{нн} \neq \Delta_{чч}^{нн}$ , а это означает, что изобарные параболы  $нч$ - и  $нч$ -ядер не лежат посредине между изобарными кривыми  $нн$ - и  $чч$ -ядер. Наконец, в (22) не предполагается зависимость  $\delta$  от величины  $Z$ . Между тем в ряде областей (см. табл. 1 и 2) изобарные параболы  $нч$  и  $нч$ -ядер смещены в направлении оси  $Z$ . Это, на первый взгляд, незначительное смещение (см. табл. 1 и 2) приводит к ощутимому эффекту. Так, у тяжелых ядер ( $Z > 82, N > 126$ ), где это смещение достигает 0,1, оно приводит к уменьшению на  $\approx 0,4$  Мэв поправки на четность  $\delta_{чч}^{нн}$  у самых тяжелых изотопов урана по сравнению с его самыми легкими изотопами. Благодаря этой же причине  $\delta_{чч}^{нн} = E_{нч}(A, Z) - E_{чч}(A, Z) = D_{чч} - k + 2\nu(Z - Z^*)$  может иметь в зависимости от  $Z - Z^*$  не только различную величину, но даже менять знак.

Этот эффект не учитывается ни в одной из предлагавшихся до сих пор формул для энергий ядер, в том числе и в формуле Леви [13, 14], структура которой сходна с (18). Кроме того, из анализа энергий изобарных переходов очевидно, что согласие с экспериментом (т. е. с эмпирическими значениями  $n^*$ ) не будет достигнуто, если не будут выделены области, указанные в табл. 2.

Формула (18) неплохо согласуется с теоретическими выводами Талми и др. [6] о квадратичной зависимости энергий изотопов ( $Z = \text{const}$ ) от массового числа  $A$  в пределах заполнения одной и той же нейтронной оболочки. Следует, однако, подчеркнуть, что формула (18) пригодна не только в областях сферически-симметричных, но и деформированных ядер, тогда как вывод Талми основывался на предположении о независимости энергии одночастичных нуклонных уровней от проекции момента (а также и от массового числа).

Полученные результаты можно интерпретировать с точки зрения заполнения одночастичных уровней в схеме Нильсона с дополнительным спариванием. Для объяснения справедливости формул (1) — (3) необходимо допустить, что в пределах одной и той же области одинаковы расстояния между нейтронными уровнями  $\Delta_n$  и аналогично одинаковы расстояния между соседними протонными уровнями  $\Delta_p$ , а также что относительное расположение уровней не меняется при переходе от ядра к ядру. Тогда численно для тяжелых ядер ( $N > 136$ )  $\Delta_n$  и  $\Delta_p$  оказываются соответственно равными 0,75 и 1,35 Мэв. Энергия дополнительного спаривания нейтронов, находящихся на одном и том же уровне, приводит к эффективному понижению уровня на  $\approx 0,8$  Мэв, а энергия спаривания протонов оказывается равной

$$0,65 + 0,2(Z - Z^*) \text{ Мэв.}$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Green A. E. Nucl. Phys., N.Y., 1955.
2. Бете Г., Бечер Ф. Физика ядра, 1, ДНТВУ, 1938; Von Weizsäcker C. F. Zs. f. Phys., 96, 431, 1935.
3. Bohr N., Wheeler J. Phys. Rev., 56, 426, 1939.
4. S. Green A. E. Rev. Mod. Phys., 30, 1958; Phys. Rev. 95, 1006, 1958; Green A., Edwards D. Phys. Rev., 91, 46, 1953; Wilets B. Rev. Mod. Phys., 30, 142, 1958.
5. Warstra A. H. Physica, 18, 2, 1952; Kumar K., Preston M. Canad. J. Phys., 33, 298, 1955; Cameron A. G. W. Canad. J. Phys., 35, 1021, 1957.
6. Talmi I., Thieberger R. Phys. Rev., 103, 718, 1956; Talmi I. Rev. Mod. Phys., 34, 704, 1962.
7. Giueckauf F. Proc. Phys. Soc., 61, 25, 1948; Suess H. Phys. Rev., 81, 1071, 1951; C. Coryell. Ann. Rev. Nucl. Sci., 2, 305, 1953; Way K., Wood M. Phys. Rev., 94, 120, 1954.

8. Желепов Б. С., Драницына Г. Ф. Систематика энергии бета-распада. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1960.
9. Колесников Н. Н. ЖЭТФ, **30**, 889, 1956.
10. Колесников Н. Н., Крылова А. П. «Изв. вузов», № 2, 31, 1966.
11. König L. A., Mattauoh J. H. E., Wapstra A. H. Nucl. Phys., **31**, 18, 1962.
12. Unik J., Day P., Vanderbosch S. Nucl. Phys., **36**, 284, 1962; Vanderbosch S. E., Day P. Nucl. Phys., **30**, 177, 1962.
13. Levy H. B. Phys. Rev., **106**, 1265, 1957.
14. Zeldes N. Nucl. Phys., **7**, 27, 1958.

Поступила в редакцию  
28. 6 1965 г.

Кафедра  
теоретической физики

---