

$$M_{\frac{1}{2}} = \int_{\vec{g}} u_{\vec{g}}^{(-)*}(r) V(r) e^{i\vec{p}r} dr, \quad (8)$$

где  $\vec{p}$  и  $\vec{g}$  — импульсы относительного движения  $\alpha$ -частиц соответственно в начальном и конечном состоянии. Искаженная волновая функция  $u_{\vec{g}}$  (2) является решением уравнения Шредингера

$$\left[ \nabla^2 + g^2 - \frac{m}{\hbar^2} V(r) \right] u_{\vec{g}}(r) = 0. \quad (9)$$

В качестве потенциала  $V$  (2), входящего в (8) и (9), мы использовали феноменологический  $\alpha$ - $\alpha$  потенциал [8], который удовлетворительно описывает экспериментальные фазовые сдвиги  $\alpha$ - $\alpha$  упругого рассеяния. Легко заметить, что, за исключением радиуса ядра  $R$ , теория не оставляет свободного параметра реакции. С другой стороны,  $R$  влияет лишь на вероятность выхода реакции, но практически не меняет форму дифференциального сечения. Это нам позволит провести не только качественный, но и количественный анализ квазиупругих реакций. В данной работе мы не интересовались абсолютным значением дифференциального сечения, поэтому везде  $R = 1,5 A^{1/3}$  ф.

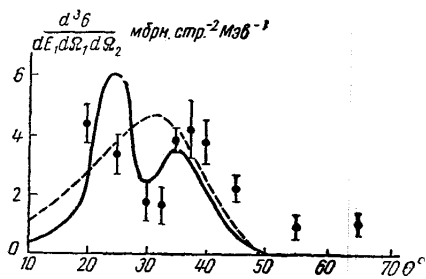


Рис. 3. Дифференциальное сечение реакции  $O^{16}(\alpha, 2\alpha)C^{12}(o.c.)$  при  $E_0 = 26$  Мэв,  $E_1 = 9,4$  Мэв.

При этом обе  $\alpha$ -частицы регистрировались под равными углами ( $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ ).

Результаты вычислений и их сравнение с экспериментальными данными показывают, что основная часть  $(\alpha, 2\alpha)$  реакции идет через квазиупругий процесс. Учет взаимодействия в конечном состоянии между  $\alpha$ -частицами существенно влияет на форму дифференциального сечения  $(\alpha, 2\alpha)$  реакции при низких и средних энергиях.

Автор благодарен В. В. Балашову за постановку задачи и постоянное внимание к работе, а также В. Л. Коротких за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Janabu T. et al. J. Phys. Soc. Japan, **20**, 1965.
2. Tamagaki R. Loryuairon Kenkyn, Mimeographed Circular in Japanese, **29**, 354, 1964.
3. Sakamoto J. Nucl. Phys., **66**, 531, 1965.
4. Niura J., Shimodaya J. Progr. Theor. Phys., **34**, 861, 1965.
5. Kudo J. J. Progr. Theor. Phys., **34**, 942, 1965.
6. Балашов В. В. и др. ЖЭТФ, **37**, 1358, 1959.
7. Шифф Л. И. Квантовая механика. М., Физматгиз, 1959.
8. Darrigulat P. et al. Phys. Rev., **137** B, 315, 1965.

Поступила в редакцию  
29. 6 1966 г.

НИИЯФ

УДК 530.145:539.12.01

### Р. М. АШЕРОВА, Ю. Ф. СМИРНОВ, В. Е. ТРОИЦКИЙ НЕКОТОРЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ КЛЕБША—ГОРДАНА ДЛЯ ГРУППЫ $SU_6$

В последнее время появилось большое количество работ, в которых обсуждаются различные физические процессы при низких энергиях с участием мезонов и барионов в рамках схемы  $SU_6$  (см., например, [1]). Анализ возможных процессов с участием

барнионов и барнионных резонансов, скалярных и векторных мезонов в модели  $SU_6$  существенно упрощается при использовании коэффициентов Клебша—Гордана (ККГ) для этой группы. В связи с этим мы предприняли расчет некоторых ККГ для группы  $SU_6$ . С физической точки зрения наибольший интерес представляет нахождение ККГ для разложения на неприводимые представления (НП) прямых произведений представлений  $35 \times 35$ ,  $56 \times 56$ ,  $35 \times 56$ ,  $56 \times 56^*$ . Некоторые из этих ККГ, а именно для произведения  $35 \times 56$ , вычислены в работе [2]. Мы получили таблицы ККГ для разложения прямых произведений НП  $35 \times 35$ ,  $56 \times 56$ ,  $56 \times 56$ , результаты расчета были доложены на VI Всесоюзной межвузовской конференции по теории элементарных частиц [3].

Однако после того как расчеты были закончены, появилась статья [4], где отличным от использованного нами методом были вычислены ККГ для произведений НП  $35 \times 36$  и  $56 \times 56^*$ . Ввиду этого мы приведем в данной работе только таблицы ККГ для прямого произведения НП  $56 \times 56$  и кратко опишем метод расчета. Базисные функции неприводимых представлений группы  $SU_6$  будем обозначать следующим образом:

$$|[f](\lambda\mu) YTT_z S S_z p(x)\rangle. \quad (1)$$

Здесь  $[f]$ ,  $(\lambda\mu)$  — символы НП группы  $U_6$  и  $SU_3$  соответственно,  $Y$  — гиперзаряд,  $T$ ,  $S$  — изоспин и спин состояния,  $T_z$ ,  $S_z$  — их проекции;  $p$  — дополнительное квантовое число, которое вводится, когда в НП имеется несколько независимых базисных функций с одинаковыми характеристиками  $(\lambda\mu)S$ ;  $x$  — координаты частицы, описываемой волновой функцией (1). Коэффициенты ККГ позволяют построить волновые функции системы двух частиц из одночастичных волновых функций. Они определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} |[f]_e(\lambda\mu) YTT_z S S_z p(x_1, x_2)\rangle &= \sum (S_1 S_{z_1} S_2 S_{z_2} | S S_z) \times \\ &\times (T_1 T_{z_1} T_2 T_{z_2} | T T_z) \begin{pmatrix} (\lambda_1 \mu_1) (\lambda_2 \mu_2) & (\lambda \mu) \\ Y_1 T_1 & Y_2 T_2 & Y T \end{pmatrix} \langle [f_1](\lambda_1 \mu_1) S_{1p} [f_2](\lambda_2 \mu_2) S_{2p_2} : \\ &: (\lambda \mu)_\gamma |[f]_e(\lambda \mu) S_p \rangle |[f_1](\lambda_1 \mu_1) Y_1 T_1 S_{z_1 p}(x_1) \rangle |[f_2](\lambda_2 \mu_2) Y_2 T_2 S_{z_2 p_2}(x_2) \rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

Индекс  $e$  необходимо вводить в том случае, когда в разложении прямого произведения  $[f_1] \times [f_2]$  на НП несколько раз содержится  $[f]$ , индекс  $\gamma$  вводится для нумерации одинаковых  $(\lambda\mu)$  в произведении  $(\lambda_1 \mu_1) (\lambda_2 \mu_2)$ , он совпадает с индексом  $\gamma$  в формуле (10,5) работы де Сварта [5]. Первые два множителя в правой части (2) представляют собой ККГ для групп  $(SU_2)_S$  и  $(SU_2)_T$ . Третий множитель  $\begin{pmatrix} (\lambda_1 \mu_1) (\lambda_2 \mu_2) & (\lambda \mu) \\ Y_1 T_1 & Y_2 T_2 & Y T \end{pmatrix}$  — изоскалярный фактор группы  $SU_3$ . (Фазы выбраны нами в согласии с таблицами де Сварта [5].) Четвертый множитель, так называемый унитарно-скалярный фактор, является единственной неизвестной величиной в правой части (2), подлежащей вычислению. Для унитарно-скалярных факторов справедливо следующее соотношение ортонормированности:

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{(\lambda_1 \mu_1) S_{1p_1} \\ (\lambda_2 \mu_2) S_{2p_2}}} \langle [f_1](\lambda_1 \mu_1) S_{1p_1} [f_2](\lambda_2 \mu_2) S_{2p_2} : (\lambda \mu)_\gamma |[f]_e(\lambda \mu) S_p \rangle [f_1](\lambda_1 \mu_1) S_{1p_1} [f_2](\lambda_2 \mu_2) S_{2p_2} : \\ : (\lambda \mu)_\gamma |[f]_e(\lambda \mu) S_{p'} \rangle = \delta_{[f][f']} \delta_{e e'} \delta_{p p'}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для вычисления ККГ воспользуемся методом рекуррентных соотношений [7]. Эти рекуррентные соотношения можно получить, если подействовать на правую и левую части формулы (2) инфинитезимальными операторами группы  $SU_6$ , повышающими или понижающими веса базисных функций НП этой группы. А именно следует использовать операторы

$$I_{(11)gf}^{[21111]} = I_{(11)gf}^{[21111]} + I_{(11)gf}^{[21111]}(x_2) \quad (4)$$

(т. е. операторы, аналогичные по своим тензорным свойствам векторным мезонам [7]), поскольку только они перепутывают базисные функции с разными характеристиками  $(\lambda\mu)S$  и  $(\lambda'\mu')S'$ , где

$$(\lambda'\mu) \in (\lambda\mu) \times (11), \quad |S - 1| \leq S' \leq S + 1. \quad (5)$$

Таблица коэффициентов Клебша—Гордана для разложения  $[3] \times [3] (56 \times 56)$

$(\lambda_1 \mu_1) S_1 (\lambda_2 \mu_2) S_2$		$(11) \frac{1}{2} \times (11) \frac{1}{2} \gamma$	$(11) \frac{1}{2} \times (30) \frac{3}{2}$	$(30) \frac{3}{2} \times (11) \frac{1}{2}$	$(30) \frac{3}{2} \times 30 \frac{3}{2}$
$[f](\lambda, \mu) S$					
[6]	(60)3				1
	(41)2		$\sqrt{2}/5$	$\sqrt{2}/5$	$1/\sqrt{5}$
	(22)1	$2/3$	$\sqrt{2}/3$	$\sqrt{2}/3$	$1/3$
	(03)0	$2/\sqrt{5}$			$1/\sqrt{5}$
[42]	(60)1				1
	(41)0				1
	(41)1		$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	
	(41)2		$1/\sqrt{10}$	$1/10$	$-2/\sqrt{5}$
	(22)1 <sub>1</sub>		$1/\sqrt{10}$	$1/10$	$-2/\sqrt{5}$
	(22)1 <sub>1</sub>	$\sqrt{5}/3$	$-2\sqrt{2}/3\sqrt{5}$	$-1/\sqrt{2}/3\sqrt{5}$	$-2/3\sqrt{5}$
	(22)2		$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	
	(30)0	1			
	(30)1		$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	
	(30)2		$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$-2/\sqrt{5}$
	(03)0	$1/\sqrt{5}$			1
	(03)2				
	(11)0	1 $\gamma=2$			
	(11)2		$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	
	(11)1 <sub>1</sub>	1 $\gamma=1$	0	0	
	(11)1 <sub>2</sub>	0	$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	
(00)1	1				
[51]	(60)2				1
	(41)1		$\sqrt{5}/3\sqrt{2}$	$\sqrt{5}/3\sqrt{2}$	$2/3$
	(41)2		$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	
	(41)3				1
	(22)0	$2/3$			$\sqrt{5}/3$
	(22)1		$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	
	(22)2		$\sqrt{5}/3\sqrt{2}$	$\sqrt{5}/3\sqrt{2}$	$2/3$
	(30)1	$2\sqrt{2}/3$	$-1/3\sqrt{2}$	$1/3\sqrt{2}$	
	(30)2		$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$5/3$
	(03)1	$2/3$			
	(11)0	1 $\gamma=1$			
(11)1	$\sqrt{5}/3$ $\gamma=2$	$-\sqrt{2}/3$	$-\sqrt{2}/3$		
[33]	(60)0				1
	(41)1		$\sqrt{2}/3$	$\sqrt{2}/3$	$-\sqrt{5}/3$
	(22)0	$\sqrt{5}/3$			$-2/3$
	(22)2		$\sqrt{2}/3$	$\sqrt{2}/3$	$-\sqrt{5}/3$
	(30)1	$1/3$	$2/3$	$-2/3$	
	(03)1	$\sqrt{5}/3$			
	(03)3				$-2/3$
	(11)1	$2/3$ $\gamma=2$	$-\sqrt{5}/3\sqrt{2}$	$-\sqrt{5}/3\sqrt{2}$	1
	(11)2		$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$	
	(00)0	1			

При этом получаются следующие рекуррентные соотношения для унитарно-скалярных факторов:

$$\begin{aligned}
 & \langle [f_1] (\lambda_1 \mu_1) S_1' [f_2] (\lambda_2 \mu_2) S_2' : (\lambda' \mu')_{\gamma'} \langle [f]_{\epsilon'} (\lambda' \mu') S' \rangle = \\
 & = \frac{1}{N} \sum \langle [f_1] (\lambda_1 \mu_1) S_1 [f_2] (\lambda_2 \mu_2) S_2 : (\lambda \mu)_{\gamma} \langle [f]_{\epsilon} (\lambda \mu) S \rangle \\
 & > \left( \begin{array}{c} (\lambda_1 \mu_1) (\lambda_2 \mu_2) \\ Y_1 T_1 \quad Y_2 T_2 \end{array} \middle| Y T \right) \left( \begin{array}{c} (\lambda_1 \mu_1) (\lambda_2 \mu_2) \\ Y_1' T_1' \quad Y_2' T_2' \end{array} \middle| Y' T' \right) \times \\
 & \times \langle [f_1] \langle [f] (\lambda_1 \mu_1) S_1' [f_2] (\lambda_2 \mu_2) S_2' : Y' T' S' \rangle \parallel I_{(11) \epsilon f_1}^{[21111]}(x_1) + I_{(11) \epsilon f_1}^{[21111]}(x_2) \parallel \times \\
 & \times (\lambda_1 \mu_1) S_1 [f_2] (\lambda_2 \mu_2) S_2 : Y T S \rangle. \tag{5}
 \end{aligned}$$

Квантовые числа  $(\lambda \mu) S$ ,  $Y T$ ,  $Y' T'$ ,  $yt$  являются фиксированными (выбираются произвольно), а по индексам  $(\lambda_1 \mu_1) S_1 \times (\lambda_2 \mu_2) S_2$ ,  $Y_1 T_1$ ,  $Y_2 T_2$ ,  $\gamma$  производится суммирование. Матричные элементы в правой части (6) легко вычисляются с помощью алгебры тензорных операторов. Для нахождения нормировки  $N$  следует воспользоваться соотношением ортонормированности (3). Соотношение (6) позволяет найти состояния  $[f] (\lambda' \mu') S'$ , если известны ККГ для некоторого состояния  $[f] (\lambda \mu) S$ . Среди ККГ разложения произведения  $[f_1] \times [f_2]$  на НП  $[f]$  всегда есть по крайней мере один по определению равный единице (это имеет место для такого  $[f]$ , которое содержит базисную функцию с весом, равным сумме старших весов функций  $[f_1]$  и  $[f_2]$ ). Кроме того, проведенные нами конкретные вычисления показывают, что при учете правил отбора (5) многие другие ККГ для определенных  $[f] (\lambda \mu) S$  также оказываются равными единице. Поэтому, взяв такой единичный ККГ за исходный, можно получить с помощью соотношений (6) и (3) все остальные ККГ.

Проверка полученных ККГ была осуществлена путем сравнения средних значений квадратичного оператора Казимира группы  $U_6$ , вычисленных при использовании явного вида (2) функций НП  $[f]$  с собственными значениями этого оператора для НП  $[f]$ , найденными из общих формул.

В заключение авторы приносят благодарность В. Г. Неудачину за интерес к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Биленький С. М. и др. «Ядерная физика», 2, 762, 1965; Z u s u k i M. Nuovo sim. 38, 368, 1965; Копума М., Remiddi E. Phys. Rev. Letts., 14, 1082, 1965.
2. Carter J. G., Meshkow S. Phys. Rev. Letts., 14, 523, 1965.
3. Ашерова Р. М., Смирнов Ю. Ф. Тезисы докладов VI Всесоюзной конференции по теории элементарных частиц. Ужгород, 1965.
4. Cook C. L., Murtaza G. Nuovo sim., 39, 531, 1965.
5. Swart J. J. Rev. Modd. Phys., 35, 916, 1963.
6. Кондон Е. И., Шортли Г. Н. Теория атомных спектров. М., ИЛ, 1949; R a s a h G. Group theory and spectroscopy, preprint CERN, 61—8, 1951.
7. Ашерова Р. М., Смирнов Ю. Ф., Юдин Н. П. «Ядерная физика», 2, вып. 6, 1965.

Поступила в редакцию  
20. 6 1966 г.

НИИЯФ

УДК 533.9

В. В. ЛОГВИНОВ

### О РЕЛАКСАЦИИ В КУЛОНОВСКОЙ КВАЗИРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ

В сообщении единым методом рассмотрена релаксация направленных скоростей и температур за счет кулоновских столкновений в квазиравновесной плазме, т. е. в плазме, все компоненты которой имеют максвелловские распределения частиц по ско-