Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1967

УДК 533.951

Ю. Н. ЛОБАНОВ, Э. С. ЛОНСКИЙ, Э. И. УРАЗАКОВ

О СИЛАХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ СО СГУСТКОМ ПЛАЗМЫ

Рассчитываются силы, действующие в свободном пространстве на плазменный сгусток сферической формы со стороны падающей на него плоской электромагнитной волны. Найдены зависимости энергии сгустка от времени ускорения и от пути, пройденного сгустком.

В статье [1] было получено выражение для силы взаимодействия плоской электромагнитной волны с покоящимся плазменным сгустком с учетом диссипации и резонансных эффектов. Рассмотрение было проведено для частот электромагнитных волн $\omega \gg \omega_0$ (ω_0 — собственная частота сгустка). В работах [2] и [3] даны формулы для силы радиационного давления на сгусток плазмы в области частот ω, далеких от собственной частоты плазмы, без учета переизлучения сгустка. В настоящей работе с единой точки зрения получены формулы для силы взаимодействия плоской электромагнитной волны с покоящимся и движущимся плазменными сгустками (в том числе и релятивистскими) во всем интервале частот, включая и собственную частоту сгустка, с учетом переизлучения сгустка и соударений в нем.

В качестве модели плазменного сгустка берется шар и предполагается, что за время взаимодействия с полем все его характеристики не меняются, плазма полностью ионизована (электроны и однозарядные ионы) и квазинейтральна, а радиус шара a достаточно мал по сравнению с длиной падающей на него электромагнитной волны. Последнее предположение позволяет проводить вычисления в дипольном приближении (возбуждение мультипольных моментов не учитывается).

Тогда сила, действующая на неподвижный сгусток и возникающая при рассеянии электромагнитной волны на нем, оказывается равной [3]

$$\vec{F}^{\circ}_{\text{расс}} = \frac{8\pi}{3} k^4 V^2 w \{ |\alpha|^2 + |\beta|^2 - \operatorname{Re} \alpha\beta^* \} \vec{n}, \tag{1}$$

а поглощающая сила с учетом переизлучения сгустка имеет вид

$$\vec{F}^{\circ}_{\text{погл}} = 4\pi k V w \left\{ \alpha'' + \beta'' - \frac{2}{3} k^3 |\alpha|^2 V \right\} \vec{n}, \tag{2}$$

где $k = \frac{\omega}{c}$, V — объем сгустка, w — плотность потока импульса, равная в плоской электромагнитной волне плотности энергии, $\vec{n}$ — единичный вектор направления падающей волны, α и β — электрическая и магнитная поляризуемости плазмы соответственно, а α'' и β'' — их мнимые части.

Рассмотрим немагнитную плазму, для которой магнитная проницаемость $\mu=1$. Это означает, что магнитный дипольный момент можно не учитывать во всем интервале частот, за исключением области, где $\omega \ll \omega_{пл}\left(\omega_{пл}=\sqrt{\frac{4\pi ne^2}{m}}\right)$, где n — плотность электронов в сгустке, m — масса электрона; глубина проникновения поля в сгусток мала по сравнению с его размерами. В последней области магнитный момент сравним с электрическим, а поглощение в основном является магнитным, и из (1) и (2) при соответствующем выборе α и β получаются выражения для сил, приведенные в [2].

Электрический дипольный момент $\vec{p}$ при $\omega \gg \omega_{пл}$ получается из уравнения

$$\ddot{\vec{p}}+\omega_0^2\vec{p}-\frac{\gamma_0}{\omega_0^2}\dddot{\vec{p}}+\nu\dot{\vec{p}}=\frac{ne^2}{m}\vec{E}(\vec{r})\,e^{-i\omega t}, \tag{3}$$

в котором учитываются переизлучение сгустка и столкновения (ν — «эффективная» частота столкновений). Входящие в уравнение (3) величины ω_0 и γ_0 есть соответственно собственная частота колебаний шара и постоянная радиационного затухания:

$$\omega_0^2=\frac{1}{3}\omega_{пл}^2,\quad \gamma_0=\frac{2}{3}\omega_0(k_0a)^3,\ \text{где}\ k_0=\frac{\omega_0}{c}.$$

Из (1), (2) и (3) получаем следующие выражения для сил, действующих на сгусток плазмы:

$$\vec{F}^{\circ}_{расс}=3kVw\frac{\gamma\omega\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+(\gamma+\nu)^2\omega^2}\vec{n}, \tag{4}$$

$$\vec{F}^{\circ}_{погл}=3kVw\frac{\nu\omega\omega_0^2}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+(\gamma+\nu)^2\omega^2}\vec{n}, \tag{5}$$

где $\gamma=\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\gamma_0$.

При отсутствии соударений ($\nu=0$) $\vec{F}^{0}_{расс}$ из (4) совпадает с силой из работы [1].

При $\omega \gg \omega_0$ из (4) и (5) следуют выражения для $F^0_{расс}$ и $F^0_{погл}$, совпадающие с полученными в [2].

При $\omega=\omega_0$, $\gamma_0 \gg \nu$ получаем для полной силы F^0 выражение

$$F^0=\frac{9}{2}\frac{w}{r_0n},$$

где $r_0=\frac{e^2}{mc^2}$.

При $\omega \gg \omega_0$, $\gamma_0 \gg \nu$, $F^0=\frac{8\pi}{3}r_0^2n^2V^2w$,

т. е. сила пропорциональна квадрату полного числа частиц, находящихся в сгустке, что соответствует предложенному В. И. Векслером [4] когерентному способу ускорения сгустков плазмы. Однако, несмотря на то, что резонансная сила убывает с ростом n, а когерентная сила растет пропорционально квадрату плотности электронов (при постоянном a), резонансная сила всегда значительно больше когерентной, так как плотность электронов не может расти безгранично, а ограничена условием $k_0a \ll 1$; фактор же k_0a характеризует как раз отношение резонансной силы к когерентной:

$$\frac{F^{\circ}_{\omega=\omega_0}}{F^{\circ}_{\omega\gg\omega_0}} \sim \frac{1}{(k_0a)^6} \gg 1.$$

Следует отметить, что и для других характеристик сгустка плазмы резонансная сила больше силы при $\omega \gg \omega_0$:

$$\text{при} \quad \gamma_0 \ll \nu \ll \gamma \quad \frac{F^{\circ}_{\omega=\omega_0}}{F^{0}_{\omega\gg\omega_0}} = \frac{\gamma}{\nu} + \frac{\omega^2}{\gamma\nu} \gg 1,$$

$$\text{при} \quad \nu \gg \gamma \quad \frac{F^{\circ}_{\omega=\omega_0}}{F^{\circ}_{\omega\gg\omega_0}} \sim 1 + \frac{\omega^2}{\nu^2} > 1,$$

а при $\omega \gg \nu$ это отношение значительно больше единицы.

Выше была вычислена сила, действующая на неподвижный сгусток плазмы сферической формы, находящийся в свободном пространстве, со стороны падающей на него плоской монохроматической электромагнитной волны.

Пользуясь преобразованиями Лоренца для поля и формулами Допплер-эффекта, можно определить силу, действующую на движущийся со скоростью v сгусток:

$$\vec{F} = 3kVw\omega_0^2 \frac{u^4\omega(\gamma u^2 + \nu)}{(\omega^2u^2 - \omega_0^2)^2 + (\gamma u^2 + \nu)^2 u^2\omega^2} \vec{n}, \tag{6}$$

где $u = (1-\beta)^{\frac{1}{2}} (1+\beta)^{-\frac{1}{2}}$. *

Зная силу, действующую на плазму, находим неявную зависимость энергии (скорости) сгустка от пройденного им пути x:

$$x = -\frac{E_0}{6kVw\omega\omega_0^2}\left\{\gamma\omega^2(1-u) + \frac{u-1}{u}\left[\omega^2(\gamma-\nu) + \frac{1}{\nu}\omega^2(\omega^2+2\omega_0^2) + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{\gamma}{\nu^2}\omega_0^2(\omega_0^2+2\omega^2) + \frac{\gamma^2}{\nu^3}\omega_0^4\right] - \frac{1}{3}\frac{u^3-1}{u^3}\left[\frac{1}{\nu}\omega_0^2(\omega_0^2+2\omega^2) + \frac{\gamma}{\nu}\omega_0^4 - \nu\omega^2\right] +$$

$$\left. + \frac{1}{5}\frac{u^5-1}{u^5}\frac{1}{\nu}\omega_0^4 + \frac{1}{\sqrt{\gamma\nu}}\left(1+\frac{\gamma}{\nu}\right)\left(\omega^2+\omega_0^2\frac{\gamma}{\nu}\right)^2 \operatorname{arctg}\frac{\gamma^{\frac{1}{2}}(1-u)}{\nu^{\frac{1}{2}}\left(1+\frac{\gamma}{\nu}u\right)}\right\}, \tag{7}$$

где E_0 — энергия покоящегося сгустка.

При когерентном ускорении (А), т. е. когда $\omega_0^2 \ll u^2\omega^2$, $\nu \ll u^2\gamma$, и при резонансном ускорении $(\omega^2u^2 - \omega_0^2)^2 \ll (\gamma u^2 + \nu)^2u^2\omega^2$ с $\gamma \ll \nu$ (Б) сила, действующая на сгусток плазмы, пропорциональна u^2, т. е. $F = F^0u^2$, где

* При $\omega \gg \omega_0$ выражение для силы, полученное из (6), совпадает с результатами работы [5].

F^0 — сила, действующая на неподвижный сгусток при тех же условиях и имеющая вид:

$$F^0 = 3\frac{Vw}{c}\gamma_0 \text{ для когерентного ускорения (А),} \qquad (8)$$

$$F^0 = 3\frac{Vw}{c}\frac{\omega_0^2}{\nu} \text{ для резонансного ускорения плазмы с } \gamma \ll \nu \text{ (Б).} \qquad (9)$$

В этих случаях неявная зависимость энергии сгустка от пройденного пути дается выражением

$$x = \frac{1}{2}\frac{E_0}{F^0}\left\{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}(\epsilon + \sqrt{\epsilon^2 - 1})^3 - \epsilon - \sqrt{\epsilon^2 - 1}\right\},$$

где $\epsilon = \frac{E}{E_0}$ (E — полная энергия плазмы), что для сверхрелятивистских сгустков ($\epsilon \gg 1$) переходит в

$$E = E_0^{\frac{2}{3}}\left(\frac{3F^0}{4}\right)^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{3}}.$$

При резонансном ускорении сгустков плазмы с $\nu \ll u^2\gamma$ (В) и при ускорении их с $\gamma \ll \nu$, $\nu^2 \ll \omega^2 u^2$, $\omega_0^2 \ll \omega^2 u^2$ (Г) сила, действующая на движущийся сгусток, не зависит от скорости, т. е.

$$F = F^0,$$

где $F^0 = 3\frac{Vw}{c}\frac{\omega_0^2}{\gamma}$ для случая (В) и (10)

$$F^0 = 3\frac{Vw}{c}\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\gamma \text{ для случая (Г).} \qquad (11)$$

Это объясняется тем, что сила F' в сопровождающей плазму системе координат пропорциональна множителю $\frac{w'}{\omega'^2}$, который является инвариантом по отношению к преобразованиям Лоренца (w' и ω' — плотность энергии волны и ее частота в сопровождающей сгусток системе координат). Поэтому энергия сгустка растет с расстоянием по линейному закону

$$E = E_0 + F^0 x.$$

При нерелятивистских скоростях плазмы ($v \ll c$) скорость ее зависит во всех четырех рассмотренных случаях (А)—(Г) от пройденного пути по одному и тому же закону

$$v = c\left(\frac{2F^0}{E_0}\right)^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}},$$

причем F^0 определяется формулами (8)—(11) для случаев (А)—(Г) соответственно.

Неявная зависимость энергии сгустка от времени дается выражением

$$t = \frac{E_0}{6Vw\omega^2\omega_0^2}\left\{\left(1 - \frac{\gamma}{\nu}\right)\left(\omega^2 + \omega_0^2\frac{\gamma}{\nu}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{\gamma\nu}} \operatorname{arctg}\frac{\gamma^{\frac{1}{2}}(1-u)}{\nu^{\frac{1}{2}}\left(1 + \frac{\gamma}{\nu}u\right)} + \right.$$

$$+\gamma\omega^2(1-u)-\frac{1-u}{u}\Big[-\omega^2(\gamma+\nu)+\frac{1}{\nu}\omega^2(2\omega_0^2-\omega^2)+$$

$$+\frac{\gamma}{\nu^2}\omega_0^2(\omega_0^2-2\omega^2)-\frac{\gamma^2}{\nu^3}\omega_0^4\Big]+\frac{1}{3}\frac{1-u^3}{u^3}\Big[\frac{1}{\nu}\omega_0^2(\omega_0^2-2\omega^2)-$$

$$-\frac{\gamma}{\nu^2}\omega_0^4+\nu\omega^2\Big]+\frac{1}{5}\frac{1-u^5}{u^5}\frac{1}{\nu}\omega_0^4\Big\},\qquad(12)$$

которое при резонансном ускорении сгустков с $\gamma \ll \nu$ и когерентном ускорении переходит в

$$t=\frac{E_0}{6cF^0}\frac{(1-u)(1+u+4u^2)}{u^3},$$

а при ускорении плазмы с $\gamma \ll \nu$, $\nu^2 \ll \omega^2 u^2$, $\omega_0^2 \ll \omega^2 u^2$ и резонансном ускорении с $\nu \ll u^2\gamma$—b

$$t=\frac{E_0}{2cF^0}\frac{1-u^2}{u}.$$

Для сверхрелятивистских плазменных сгустков ($\varepsilon \ll 1$) энергия зависит от времени в случаях (А) и (Б) по закону

$$E=\left(\frac{3cF^0E_0^2}{4}\right)^{\frac{1}{3}}t^{\frac{1}{3}},$$

а в случаях (В) и (Г) по закону

$$E=cF^0t.$$

Если плазма движется с нерелятивистской скоростью, то ее скорость зависит от времени ускорения, одинакового для всех четырех случаев (А)—(Г):

$$v=\frac{c^2F^0}{E_0}t,$$

причем F^0 дается выражениями (8)—(11) для случаев (А)—(Г) соответственно.

Из формул (8)—(11) следует, что для конкретных сгустков плазмы при $v \ll c$ существует такая критическая плотность $n_{кр}$.

1. При ускорении плазмы частотой $\omega \approx \omega_0$, если $n \gg n_{кр}$, движение происходит главным образом за счет рассеяния электромагнитной энергии сгустком; если же $n \ll n_{кр}$, сгусток ускоряется за счет энергии, поглощенной им от радиации.

2. При ускорении плазмы частотой $\omega \gg \omega_0$, если $n \gg n_{кр}$, ускорение сгустка осуществляется за счет поглощения сгустком энергии волны, а если $n \ll n_{кр}$, сгусток движется под действием сил, обусловленных рассеянием электромагнитных волн на нем. Например, для сгустка плазмы с характерными размерами $a \sim 1$ *см* при $T_e = 10^5\,°C$, $n_{кр} \approx 10^7$ *см*$^{-3}$. С ростом его размеров критическая плотность убывает.

Если плазма начинает ускоряться при частоте $\omega = 1{,}01\,\omega_0$, то по мере того, как она будет набирать скорость, частота падающей на нее электромагнитной волны будет уменьшаться в системе, где сгусток покоится, и когда частота достигнет значения $\omega = \omega_0$, плазма будет двигаться со скоростью $v = 0{,}01\,c$. При дальнейшем ускорении сгустка частота действующей на него волны станет меньше ω_0 и продолжает уменьшаться. Так как сила, действующая на неподвижный сгусток плазмы, имеет резко выраженный максимум (резонанс) при частоте $\omega=\omega_0$, то из изложенного следует, что наиболее выгодно ускорять сгусток при частоте ω, немного большей частоты ω_0, так, чтобы по мере ускорения сила, действующая на него в собственной системе координат, достигла резонансного значения и дальше начала убывать. Выбор начальной частоты зависит от того, до какой скорости необходимо ускорить плазму. Например, если нужно, чтобы сгусток плазмы приобрел скорость $v=0{,}02\,c$, то наиболее выгодно облучать его волной с частотой $\omega_{нач}=1{,}01\,\omega_0$. Когда сгусток приобретет скорость $v=0{,}02\,c$, то на него будет действовать волна с частотой $\omega_{кон}=0{,}99\,\omega_0$ в системе, где он покоится. Это означает, что во время ускорения частота менялась от 1,01 до 0,99 ω_0, а на этом участке средняя сила, действующая на сгусток, максимальна, так как она имеет резонанс при $\omega=\omega_0$. Это значит, что в интервале частот, охватывающем собственную частоту сгустка, искомая скорость достигается на минимальном пути или, что то же самое, в кратчайшее время.

В заключение авторы приносят глубокую благодарность проф. А. А. Власову за дискуссии и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аскарьян Г. А. ЖЭТФ, **36**, 619, 1959.
2. Векслер В. И., Геккер И. Р., Гольц Э. Л. и др. Доклад на Международной конференции по ускорителям. Дубна, 1963.
3. Левин М. Л., Муратов Р. З. Отчет № 637. РАИ АН СССР, 1963.
4. Векслер В. И. «Атомная энергия», **2**, 427, 1957.
5. Левин М. Л., Муратов Р. З. Отчет № 705. РАИ АН СССР, 1964.

Поступила в редакцию
10. 10 1965 г.

НИИЯФ