Becmhuk

## московского университета

№ 2-1967



УДК 621.372.853.2

## В. П. МОДЕНОВ, А. И. ОБРАЗЦОВ, Л. М. ПЛАТОНОВА

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ В КРУГЛОМ ВОЛНОВОДЕ С ФЕРРИТОВЫМ СТЕРЖНЕМ

Приводятся некоторые результаты расчета на электронно-вычислительной машине вращения плоскости поляризации и набега фазы в круглом волноводе с ферритовым стержнем и дается сопоставление их с экспериментальными данными. Используются два вычислительных метода. Первый основан на решении трансцендентного уравнения, второй сводит исходную электродинамическую задачу к решению краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Второй метод, примененный в данной работе к расчету фарадеевского вращателя, принципиально позволяет рассчитывать довольно сложные ферритовые устройства. Результаты счета находятся в хорошем качественном согласии с экспериментом.

Широкое техническое использование электромагнитных явлений в ферритах на СВЧ ставит задачу подробного исследования этих явлений и расчета основных закономерностей последних. Одно из наиболее важных применений находит эффект вращения плоскости поляризации в круглом волноводе с ферритовым стержнем (эффект Фарадея). Среди существующих методов расчета этого эффекта можно выделить следующие основные направления.

1. Простые приближенные методы, основанные на методе возмущений и пригодные для расчета малых ферритовых образцов, тонких вкладышей, слабо намагниченных ферритов и т. д. Большинство практически используемых конструкций далеко выходит за пределы возможностей методов этой группы, но там, где это возможно, их применение весьма выгодно ввиду простоты расчета.

2. Методы, связанные с решением трансцендентных уравнений, составленных на базе учета граничных условий.

3. Прямые методы расчета сложных волноводных устройств с ферритами. Обычно эти методы сводят электродинамическую задачу либо к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений, либо к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Решая систему в том или ином приближении, можно найти интересующие нас характеристики ферритового устройства. Методы этой группы отличаются большой общностью и принципиально позволяют рассчитывать любую конструкцию ферритового устройства. Сложность расчетов в данном случае требует применения электронно-вычислительных машин. В данной работе приводятся некоторые результаты расчета эффекта вращения плоскости поляризации и набега фазы методами второй и третьей групп и сопоставление расчетных данных с экспериментальными.

Вначале рассмотрим расчет, который относится ко второй группе методов. Рассчитываемая система представляет собой регулярный круглый волновод с коаксиально расположенным в нем стержнем из продольнонамагниченного ферритового материала (рис. 1). Необходимое для данного случая трансцендентное уравнение получено во многих работах [5, 6, 4]. В настоящей статье использован вариант, приведенный в работе [5], на основе которого были выведены расчетные формулы. В результате решения трансцендентного уравнения находим постоянные распространения поляризованных по кругу волн в волноводе с ферритом ( $\beta_{пев}$  и  $\beta_{прав}$ ), а также постоянную распространения  $\beta$  в волноводе с ненамагниченным ферритом. Угол поворота плоскости поляризации на длине *d* волны квази  $H_{11}$  вычисляется по формуле



Рис. I. Круглый волновод со стержнем из продольно намагниченного ферритового материала

$$\varphi = \frac{\beta_{\pi e_B} - \beta_{\pi p_{AB}}}{2} d, \qquad (1)$$

а начальный фазовый сдвиг на длине *d* по формуле

1

$$\Delta \varphi = \Delta \beta \, d, \qquad (2)$$



Рис. 2. Круглый волновод с продольно намагниченным ферритовым стержнем переменного поперечного сечения

где Δβ — изменение постоянной распространения. Расчет с помощью трансцендентного уравнения проведен в предположении отсутствия согласующих конусов и неограниченности длины ферритового стержня.

Рассмотрим расчет, который относится к третьей группе методов. На ЭВМ рассчитывалось устройство, изображенное на рис. 2 (фарадеевский вращатель). Устройство состоит из круглого волновода с помещенным вдоль его оси продольнонамагниченным стержнем из феррита с согласующими конусами. Применялся приближенный метод, изложенный в работе [1]. Коротко идея метода состоит в следующем. Решение краевой задачи для системы дифференциальных уравнений в частных производных сводим к решению краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. А именно, поперечные компоненты электромагнитного поля раскладываем в ряд по полной системе вектор-функций, задающих распределение поля незаполненного волновода:

$$\vec{E}_{t} = \sum_{m=1}^{\infty} A_{m}(z) \vec{E}_{mt}, \quad \vec{H}_{t} = \sum_{m=1}^{\infty} B_{m}(z) \vec{H}_{mt}.$$
 (3)

Приближенное решение ищем в виде конечных разложений

$$\vec{E}_{t}^{N} = \sum_{m=1}^{N} A_{m}^{N}(z) \, \vec{E}_{mt}, \quad \vec{H}_{t}^{N} = \sum_{m=1}^{N} B_{m}^{N}(z) \, \vec{H}_{mt}. \tag{4}$$

2 ВМУ, физика, астрономия, № 2

17

Для амплитудных коэффициентов разложения получаем краевую задачу для системы 8 *N*-го порядка

$$\frac{d}{dz} A_m^N = \sum_{n=1}^N b_{mn} B_n^N, \quad \frac{d}{dz} B_m^N = \sum_{n=1}^N a_{mn} A_n^N,$$

$$A_m^N(0) + B_m^N(0) = 2A\delta_{mm_0}, \quad A_m^N(d) - B_m^N(d) = 0, \quad (5)$$

$$(m = 1, 2, ..., N),$$

где A — амплитуда падающей волны номера  $m_0$ . Значения коэффициентов матриц  $a_{mn}$  и  $b_{mn}$  определяются свойствами феррита, его формой, длиной волны и размерами волновода. Продольные компоненты выражаются через поперечные. При численном решении задачи (5) на ЭВМ применялась методика, изложенная в работах [2] и [3]. Приближенные значения комплексных коэффициентов отражения и прохождения определяются по формулам

$$R_{m}^{N} = B_{m}^{N}(0) - A\delta_{mm_{0}}, \quad T_{m}^{N} = B_{m}^{N}(d).$$
(6)

В работе [1] дано обоснование сходимости приближенного решения к точному при  $N \rightarrow \infty$ .

Рассматривался случай распространения волны типа H<sub>11</sub> правой (+) и левой (--) круговой поляризации. По известным действительным и мнимым частям комплексных коэффициентов прохождения можно вычислить угол поворота плоскости поляризации на выходе устройства

$$\varphi = \frac{\varphi^- - \varphi^+}{2},\tag{7}$$

где

$$\varphi^{\pm} = \operatorname{arctg} \frac{ImT_{1}^{\pm}}{\operatorname{Re}T_{1}^{\pm}}.$$
(8)

Расчеты эффекта вращения плоскости поляризации производились на основании измеренных значений компонентов тензора магнитной проницаемости феррита  $\mu$  на частоте 9500 *мгц*. Измерения были выполнены по резонаторному методу, описанному в [7], на тех же самых образцах, на которых определялся угол поворота плоскости поляризации (для измерения составляющих тензора  $\mu$  ферритовые стержни после измерения  $\phi$  перетачивались до диаметра 1 *мм*).

Измерения характеристик ферритовых вкладышей ( $\varphi$ ,  $\Delta \varphi$ , КСВ) проводились по общепринятой методике при строго фиксированных частотах и уровнях СВЧ мощности. Эффект вращения плоскости поляризации наблюдался при помощи поляриметра (измерителя эллиптичности). Основное внимание при проведении измерений было обращено на согласование ферритового вкладыша с волноводом. Все представленные ниже экспериментальные данные получены при согласовании вкладыша с волноводом с КСВ 1,07. В целях улучшения согласования были изготовлены специальные переходные вкладыши (согласующие конуса) с диэлектрической проницаемостью, близкой к проницаемости феррита ( $\varepsilon$ =9). Согласующие конуса прикреплялись к торцам вкладышей. Их протяженность вдоль направления распространения составляла от 1,5 до 2,5 длин волн в волноводе. Толщина (диаметр) согласующих вкладышей изменялась в процессе исследования в соответствии с размерами ферритовых вкладышей. Характеристики вкладышей

определялись как разность результатов: измерений результирующих параметров (фазовый сдвиг) волноводного отрезка с ферритовым вкладышем и с согласующими конусами и измерений этих параметров с секцией, содержащей только одни конуса. Возможность ошибки измерений вследствие неоднозначности определения величины фазовой постоянной исключалась при помощи дополнительной информации от повторных измерений с измененной длиной (сечением) вкладыша. По-



Рис. 3. Зависимость начального фазового набега от заполнения волновода для различных марок феррита. MM-18: 1 — эксперимент, 2 — расчет; H-3: 3 — эксперимент, 4 — расчет



Рис. 4. Зависимость угла вращения плоскости поляризации от магнитного поля: 1 — эксперимент, 2 — расчет; ММ-18; 2b=0.5 см

грешность определения величины фазового набега составляла в среднем 3—5%.

Измерялся и рассчитывался фазовый сдвиг, возникавший при установлении коаксиально в волноводе ненамагниченного круглого ферритового стержня (рис. 3), и эффект вращения плоскости поляризации в зависимости от величины подмагничивающего поля (см. рис. 4, 5).

На рис. 3 и 4 приведены результаты эксперимента и счета, основанного на решении трансцендентного уравнения. Измерения и расчет проводились со стержнями различных диаметров и длиной 110 *мм* из магний-марганцевого феррита марки MM-18 и никель-кобальтового феррита H-3. Компоненты тензора магнитной проницаемости:

$$\overrightarrow{\mu} = \left\| \begin{array}{ccc} \mu & -i\alpha & 0 \\ i\alpha & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{array} \right|,$$

которые использовались при расчете, приведены в таблице.

H-3	e=13,2			MM-18	ε <b>≕</b> 10,35		
Н, эрст	μ	α	μ <sub>z</sub>	Н, эрст	μ	α	μ <sub>z</sub>
0 10 20 50 100	0,47 0,57 0,65 0,77 0,88	0,18 0,32 0,62 0,7 <b>6</b>	0,47 0,63 0,72 0,90 1,00	0 10 20 40 60	0,67 0,88 0,93 0,98 1,00	0,28 0,35 0,45 0,50	0,67 0,78 0,87 0,94 0,96

Из сопоставления расчетных и измеренных характеристик для ненамагниченного вкладыша (рис. 3) следует, что эти данные (как качественно, так и количественно) относительно неплохо согласуются. Наибольшее расхождение (до 30%) имеет место для феррита Н-3 при большом диаметре образца. Следует отметить довольно четкую тенденцию сближения данных измерений и расчета по мере уменьшения показателя потерь материала (у феррита Н-3 потери больше, чем на порядок) и диаметра стержня. Поскольку потери в расчете не учитывались, это обстоятельство могло бы быть учтено, как одна из возможных причин расхождения.

Из сравнения данных измерения и расчета угла вращения (рис. 4) следует, что по мере возрастания подмагничивающего поля (т. е. по



Рис. 5. Зависимость угла поворота плоскости поляризации от подмагничивающего поля для фарадеевского вращателя: 1— эксперимент, 2 расчет

мере увеличения поляризации вещества) расхождение становится более значительным.

На рис. 5 дается экспериментальная и посчитанная третьим методом зависимости угла поворота плоскости поляризации фарадеевского вращателя как функции продольного подмагничивающего поля. Расчет проводился для длины волны  $\lambda=3,2$  см, a=1,15 см, d=1,5 см,  $z_1=$ =0,25 см,  $z_2=1,25$  см,  $\varepsilon=12,62$  см, 2b=0,3 см, N=2 (т. е. учитывались волны  $H_{11}$ ,  $H_{12}$ ,  $E_{12}$  пустого волновода). При этом значения компонентов тензора  $\mu$  брались из эксперимента. Потери в феррите при счете не учитывались.

Выбранная схема счета, использующая дифференциальную прогонку [3], требовала при учете большого числа вектор-функций в разложениях [4], а также при расчете на ЭВМ образцов большой длины (порядка нескольких λ) весьма значительного машинного времени. Поэтому основной расчет проводился для коротких образцов.

Как видно из графиков рис. 5, при небольших полях угол поворота плоскости поляризации растет достаточно быстро, причем закон изменения его примерно такой же, как и закон изменения намагниченности феррита. После того как феррит насыщается, изменение внешнего поля слабо сказывается на величине угла поворота. Расчеты качественно хорошо подтверждаются данными эксперимента. Отличие расчетной кривой от экспериментальной объясняется, по-видимому, тем, что эксперимент ставился для более длинного ферритового образца, где вращение плоскости поляризации значительней, и данные измерений переносились (линейно) на рассчитываемый образец.

Следует отметить, что вычислительный алгоритм, относящийся к третьей группе методов и примененный в данной работе к расчету фа-

радеевского вращателя (см. рис. 2), отличается большой общностью и может быть использован также при расчете других подобных ферритовых устройств [4]. Из системы (5) в одноволновом приближении нетрудно получить простые расчетные формулы [8].

Метод, основанный на решении трансцендентного уравнения, естественно может применяться достаточно эффективно лишь при исследовании систем, более близких к регулярным, например таким, как рассчитываемый в данной работе круглый волновод с расположенным по его оси цилиндрическим ферритовым стержнем бесконечной длины.

Выявленные расхождения экспериментальных и расчетных данных требуют дополнительного исследования для выяснения возможных причин такого расхождения.

Авторы признательны проф. А. Г. Свешникову и проф. В. В. Никольскому за их участие в обсуждении полученных результатов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Свешников А. Г., Моденов В. П. Сб. «Вычислительные методы и програм-мирование», вып. З. Изд-во МГУ, 1965.

2. Свешников А. Г., Моденов В. П. «Радиотехника и электроника», № 12, 1963. 3. Моденов В. П. Сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 5. Изд-во МГУ, 1966.

4. Микаэлян А. Л. Теория и применение ферритов на СВЧ. Л., Госэнергоиздат, 1963.

5. Гуревич А. Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М., Физматгиз, 1960. 6. Waldron B. J. of Brit. IRE, 18, No. 11, 677, 1958.

7. Никольский В. В. «Радиотехника и электроника», 1, 4, 638, 1956.

8. Huang Hung-chia, Fan Dian-Yuan. Sci. sinica, 14, No. 3, 1965.

Поступила в редакцию 23: 11 1965 г.

Кафедра радиотехники