

В. Г. ИСАНИН, А. С. РОШАЛЬ

ВОЛНЫ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА В РЕЗОНАТОРЕ С ПОПЕРЕЧНЫМ СИНУСОИДАЛЬНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

Исследуются синхронные и циклотронные волны электронного потока в резонаторе с поперечным электрическим полем, которое синусоидально меняется вдоль направления распространения. Показано существование нарастающих решений. Представлены частотные характеристики взаимодействия потока и резонатора.

Поперечные волны получили применение в приборах СВЧ. В ряде существующих приборов используются циклотронные волны потока; таковы, например, усилитель Адлера [1], электростатический усилитель, предложенный Гордоном [2] и др. Имеются также приборы, работающие на синхронных волнах потока, например, клистроны с поперечным полем [3] и усилитель синхронных волн [4]. В качестве устройства связи с синхронными волнами может использоваться резонатор, создающий в области взаимодействия поперечное синусоидальное электрическое поле. Такое устройство связи теоретически исследуется в настоящей работе. Приводятся частотные характеристики устройства, полученные в результате численных расчетов на основе самосогласованного решения уравнений потока и резонатора.

§ 1. Электронный поток в резонаторе с синусоидальным поперечным полем

Рассмотрим электронный поток, который движется вдоль оси z в линейно поляризованном электрическом поле \vec{E} , синусоидально меняющемся с расстоянием, и однородном продольном магнитном поле \vec{B}_0 . Поле \vec{E} создается системой электродов с напряжением u_c . Представим поле в виде

$$\vec{E} = -\frac{u_c}{\delta} \vec{r}^0 \sin \beta_0 z, \quad (1)$$

где \vec{r}^0 — единичный вектор в направлении поля, β_0 — фазовая постоянная поля, δ — некоторое нормирующее расстояние. Поле вида (1) может быть, например, образовано с помощью структуры, схематично показанной на рис. 1, помещенной в резонатор. (На рисунке сдвиг фа-

зы поля между соседними стержнями составляет π , однако он может быть и меньше [4].)

Будем пользоваться обычными обозначениями, принятыми в теории связанных поперечных волн (см., например, обзор [5]). В отличие от [5], амплитуды волн a_j нормируем так, что мощность P_j , переносимая волной a_j ($j=1, 2, 3, 4$), дается формулой

$$P_j = \sigma_j |a_j|^2, \quad \sigma_1 = \sigma_4 = 1, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = -1, \quad (2)$$

где σ_j — знак мощности. Нормировочный множитель

$$\gamma = \left(\frac{\omega |I_0|}{\omega_c \eta} \right)^{1/2}, \quad \left(\eta = \frac{|e|}{m}, \quad \omega_c = \eta B_0 \right), \quad (3)$$

где I_0 — постоянный ток луча, ω — частота возбуждения.

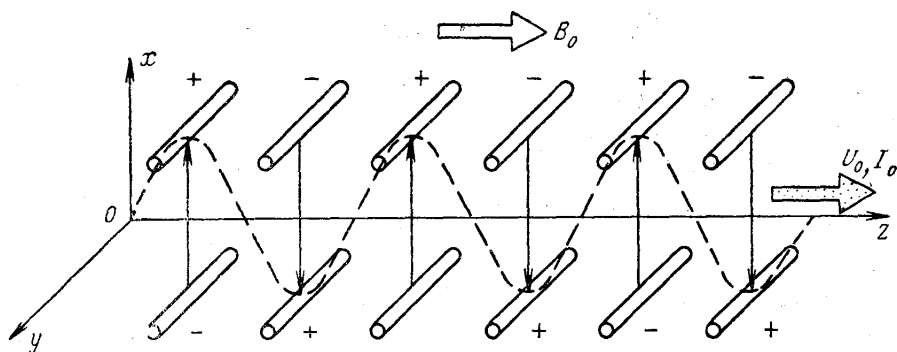


Рис. 1. Схема структуры, создающей поперечное электрическое поле, синусоидально меняющееся вдоль оси z . Стрелками показано направление сил, действующих на электроны потока. Пунктирная кривая указывает на синусоидальный характер изменения этих сил

Решение уравнений связанных волн ([5] уравнения (1.10) с учетом (3)) в поле вида (1) дает

$$a_j(z) = e^{-i\varphi_j} a_{0j} + \sqrt{\frac{\omega G_c}{2\omega_c}} \nu_c \frac{i\varphi_{1j} \sin \varphi_0 - \varphi_{10} \cos \varphi_0 + \varphi_{10} e^{-i\varphi_j}}{\varphi_{10}^2 - \varphi_{1j}^2} f_{0j}, \quad (4)$$

$$G_c = |I_0|^2 / (8U_0 \delta^2), \quad f_{01} = f_{03} = e^{i\alpha}, \quad f_{02} = f_{04} = e^{-i\alpha}, \quad (5)$$

где $a_{0j} \equiv a_j(0)$, фазовые углы $\varphi_j = \beta_j z$, $\varphi_{1j} = \beta_j l$, $\varphi_0 = \beta_0 z$, $\varphi_{10} = \beta_0 l$, l — длина области взаимодействия, α — угол между вектором r^0 и осью x , U_0 — потенциал луча. Будем полагать*, что вдоль структуры укладывается целое число полувольт напряженности поля \bar{E} , т. е.

$$\varphi_{10} = \beta_0 l = \pi n \quad (n = 1, 2; \dots). \quad (6)$$

Волна a_j наводит в резонаторе ток j_{nj} . Для j_{nj} из уравнения баланса мощности можно получить

$$j_{nj} = f_{0j}^* \frac{\sigma_j}{\delta} \sqrt{\frac{\omega |I_0|}{\omega_c U_0}} \int_0^l a_j \sin \beta_0 z dz = j_{n0j} + Y_{ej} \nu_c, \quad (7)$$

* Это предположение естественно вытекает из законов отражения волны поля на границах системы (на стенках резонатора), которое приводит к образованию стоячих волн.

где $Y_{ej} = G_{ej} + iB_{ej}$ — электронная проводимость, соответствующая волне номер j , $j_{\text{но}j} = h_j a_{0j}$ — ток, наводимый входной амплитудой a_{0j} , h_j — коэффициент пропорциональности.

Используя (4), (6), находим

$$h_j = -i\sigma_j \sqrt{\frac{2\omega G_c}{\omega_c}} \left(\frac{\pi n}{\psi_{lj}}\right) m_j e^{-i\Delta\varphi_{lj}/2} I_{0j}^* \quad (8)$$

$$G_{ej} = \sigma_j \frac{\omega G_c}{4\omega_c} \left(\frac{\pi n}{\psi_{lj}}\right)^2 m_j^2, \quad m_j = \frac{\sin(\Delta\varphi_{lj}/2)}{\Delta\varphi_{lj}/2} \quad (9)$$

$$B_{ej} = \sigma_j \frac{\omega G_c}{2\omega_c} \cdot \frac{\pi^2 n^2 \sin \Delta\varphi_{lj} - \varphi_{lj} \psi_{lj} \Delta\varphi_{lj}}{\psi_{lj}^2 (\Delta\varphi_{lj})^2} \quad (10)$$

где m_j — коэффициент зазора,

$$\psi_{lj} \equiv \frac{\varphi_{lj} + \pi n}{2}, \quad \Delta\varphi_{lj} \equiv \varphi_{lj} - \pi n. \quad (11)$$

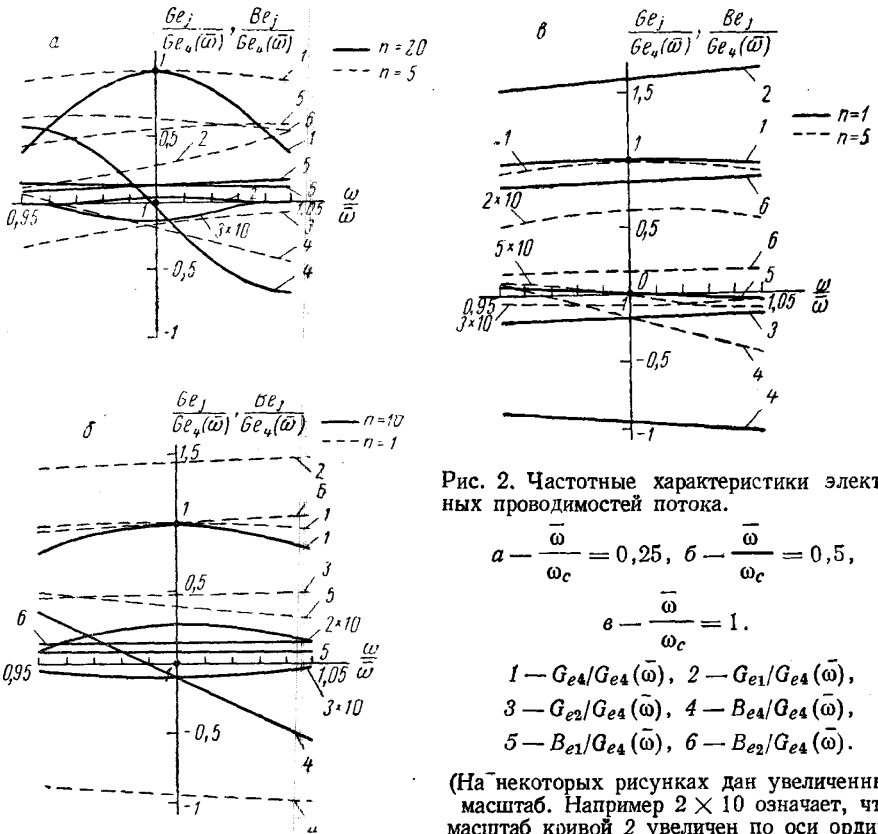


Рис. 2. Частотные характеристики электронных проводимостей потока.

$$a - \frac{\bar{\omega}}{\omega_c} = 0,25, \quad б - \frac{\bar{\omega}}{\omega_c} = 0,5,$$

$$в - \frac{\bar{\omega}}{\omega_c} = 1.$$

$$1 - G_{e4}/G_{e4}(\bar{\omega}), \quad 2 - G_{e1}/G_{e4}(\bar{\omega}),$$

$$3 - G_{e2}/G_{e4}(\bar{\omega}), \quad 4 - B_{e4}/G_{e4}(\bar{\omega}),$$

$$5 - B_{e1}/G_{e4}(\bar{\omega}), \quad 6 - B_{e2}/G_{e4}(\bar{\omega}).$$

(На некоторых рисунках дан увеличенный масштаб. Например 2×10 означает, что масштаб кривой 2 увеличен по оси ординат в 10 раз)

Поскольку $\sigma_3 = -1$, $\sigma_4 = 1$, соответствующие проводимости отличаются только знаком: $Y_{e3} = -Y_{e4}$, так что в суммарную электронную проводимость Y_e входят лишь Y_{e1} и Y_{e2} .

Обозначим $\bar{\omega}$ частоту, на которой имеет место синхронизм потока и поля системы: $\bar{\omega} = \beta_0 u_0$, $\beta_e(\bar{\omega}) = \beta_0$, $\varphi_{l3,4}(\bar{\omega}) = \pi n$. Активная проводимость G_{e4} , определяющая энергетический взаимообмен между структу-

рой и синхронными волнами, на частоте синхронизма достигает максимума. При этом

$$G_{e4}(\bar{\omega}) = \frac{\bar{\omega}G_c}{4\omega_c}, \quad B_{e4}(\bar{\omega}) = -\frac{3G_{e4}(\bar{\omega})}{\pi n}. \quad (12)$$

На рис. 2 представлены электронные проводимости для различных волн в окрестности частоты $\bar{\omega}$, вычисленные по отношению к проводимости $G_{e4}(\bar{\omega})$. Как видно из графиков, при малых n проводимости G_{e1} , G_{e2} могут быть того же порядка, что и G_{e4} . С увеличением n проводимости G_{e1} , G_{e2} становятся много меньше G_{e4} . Это особенно заметно, если $\omega_c \rightarrow \bar{\omega}$, так как при $\bar{\omega} = \omega_c$ постоянные распространения $\beta_1, \beta_2, \beta_4$ сильно различаются.

§ 2. Усиление

Из (4) при синхронизме следует

$$a_{3,4}(z) = e^{-i\varphi_0} a_{03,4} + \frac{if_{03,4}}{2\pi n} v_c \sqrt{\frac{\bar{\omega}G_c}{\omega_c}} (\varphi_0 e^{-i\varphi_0} - \sin \varphi). \quad (13)$$

При $\varphi_0 \gg 1$ амплитуды синхронных волн нарастают пропорционально φ_0 , а их мощности — пропорционально φ_0^2 . Поскольку кинетические мощности синхронных волн разных знаков, переносимая ими суммарная кинетическая мощность $(P_3 + P_4)$ не меняется. Луч, возбужденный

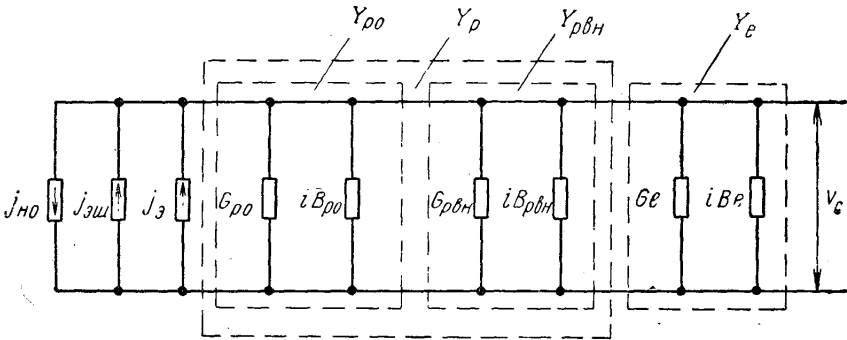


Рис. 3. Эквивалентная схема резонатора

только на синхронных волнах, будет иметь форму нарастающей синусоиды, расположенной в плоскости, нормальной к направлению поля \vec{E} .

На рис. 3 представлена эквивалентная схема резонатора. Здесь $j_3, j_{ш}$ — эквивалентные генераторы токов входного сигнала и шума соответственно, $Y_p = G_p + iB_p$ — эквивалентная проводимость резонатора, которая складывается из собственной проводимости $Y_{p0} = G_{p0} + iB_{p0}$ и внешней проводимости $Y_{pвн} = G_{pвн} + iB_{pвн}$ источника сигнала (линии): $Y_p = Y_{p0} + Y_{pвн}$. Из рис. 3 следует, что

$$v_c = \frac{j_3 + j_{ш} - j_{но}}{Y}, \quad Y = G + iB \equiv Y_p + Y_e. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (4) и учитывая, что $j_{но} = \sum_{j=1}^4 j_{ноj}$, получим самосогласованное решение. В частности, на выходе из системы имеем

$$a_j(l) = \sum_{k=1}^4 M_{jk} a_{0k} + s_j (j_{\text{э}} + j_{\text{эш}}), \quad (15)$$

$$s_j = \frac{i}{Y} \sqrt{\frac{G_c \omega}{8 \omega_c}} \left(\frac{\pi n}{\psi_{lj}} \right) m_j e^{-i\psi_{lj} f_{0j}}; \quad M_{jk} = e^{-i\varphi_{lj} \delta_{jk}} - s_j h_k, \quad (16)$$

где $\delta_{jk} = 1$, если $j = k$, и $\delta_{jk} = 0$, если $j \neq k$. С помощью (8) находим

$$|M_{jj}| = \left| 1 - \frac{2G_{ej}}{Y} \right|, \quad |M_{jk}| = \frac{2\sqrt{|G_{ej} \cdot G_{ek}|}}{|Y|} \quad (j \neq k). \quad (17)$$

Элемент M_{jk} ($j \neq k$) определяет величину энергетического взаимодействия между волнами a_j и a_k , т. е. степень их связи. Если $|G_{e1,2}| \ll G_{e4}$, циклотронные волны слабо связаны с синхронными волнами и с полем системы.

Условия согласования резонатора с источником сигнала можно записать в виде

$$Y_{\text{рвн}} = Y_{\text{р0}} + Y_e. \quad (18)$$

Используя обычную эквивалентную схему резонатора, т. е. полагая

$$Y_{\text{р0}} = \frac{1}{\rho_0 Q_0} + \frac{i}{\rho_0} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right), \quad G_{\text{рвн}} = \frac{1}{\rho_0 Q_{\text{вн}}}, \quad B_{\text{рвн}} \approx 0 \quad (19)$$

и учитывая, что $|\rho_0 B_e| \ll 1$, из (18) находим

$$\Delta \omega_0 \equiv \bar{\omega} - \omega_0 \approx -\frac{1}{2} \rho_0 B_e(\bar{\omega}), \quad G(\bar{\omega}) \equiv \frac{1}{\rho_0 Q_{\text{н}}} = \frac{2}{\rho_0 Q_0} + G_e(\bar{\omega}). \quad (20)$$

Здесь ρ_0 — характеристическое сопротивление резонатора; Q_0 , $Q_{\text{вн}}$, $Q_{\text{н}}$ — собственная, внешняя и нагруженная добротности, связанные соотношением $Q_{\text{н}}^{-1} = Q_0^{-1} + Q_{\text{вн}}^{-1}$; $\Delta \omega_0$ — расстройка частоты $\bar{\omega}$ относительно собственной частоты резонатора ω_0 .

Рассматривая усиление, будем полагать $j_{\text{эш}} = 0$, $a_{0j} = 0$ ($j = 1, 2, 3, 4$). При этом

$$P_j = \frac{1}{2} G_{ej} |v_c|^2, \quad P_a = \frac{1}{2} G |v_c|^2, \quad (21)$$

где P_a — активная мощность сигнала, доставляемая генератором тока $j_{\text{э}}$. Если $|G_{e1,2}| \ll |G_{e4}|$, выходная мощность циклотронных волн $|P_{1,2}| \ll P_a$. Под коэффициентом усиления резонатора K_y будем понимать

$$K_y(\omega) = \frac{P_4}{P_a} = \frac{G_{e4}}{G}. \quad (22)$$

Если пренебречь циклотронными волнами, то $Y_e(\omega) \equiv 0$, $G^{-1} = G_p^{-1} = \rho_0 Q_{\text{н}} = \text{const}$, и частотная характеристика усиления совпадает с частотной характеристикой проводимости $G_{e4}(\omega)$. В середине полосы ($\omega = \bar{\omega}$):

$$K_y(\bar{\omega}) = \frac{1}{4} \frac{\bar{\omega}}{\omega_c} \rho_0 G_c Q_{\text{н}} = \frac{1}{8} \frac{\bar{\omega}}{\omega_c} \rho_0 G_c Q_0. \quad (23)$$

Из (17) можно найти условие полного удаления шума из быстрой синхронной волны на частоте $\bar{\omega}$, полагая $M_{44}(\bar{\omega}) = 0$, $Y_e(\bar{\omega}) \equiv 0$. Учитывая, что $\bar{\omega} = \omega_0$, $B(\bar{\omega}) = 0$, получаем

$$\frac{G_{e4}(\bar{\omega})}{G_p} = \frac{1}{2} = K_y(\bar{\omega}). \quad (24)$$

Следовательно, при выполнении условия полного удаления шума вместо усиления имеются потери 3 дБ.

Отметим интересный случай, когда $\bar{\omega} = \beta_0 \omega_0 = \frac{\omega_c}{2}$. При этом $\beta_0 = \beta_e(\bar{\omega}) = -\beta_1(\bar{\omega})$, т. е. обратная быстрая циклотронная волна сильно связана с полем системы. Переходя в (4) к пределу при $\beta_e \rightarrow \beta_0$, $\beta_1 \rightarrow -\beta_0$, находим, помимо (13), также

$$a_1(z) = e^{i\varphi_0} a_{01} - \frac{if_{01}}{2\pi n} v_c \sqrt{\frac{\bar{\omega} G_c}{\omega_c}} (\varphi_0 e^{i\varphi_0} - \sin \varphi_0). \quad (25)$$

Таким образом, имеет место одновременное усиление быстрой циклотронной и синхронных волн. При $a_{0j} = 0$ выходная мощность каждой из этих волн равна

$$|P_j(\bar{\omega})| = \frac{1}{16} G_c |v_c|^2, \quad (j = 1, 3, 4). \quad (26)$$

Мощность $P_1(\bar{\omega})$ в 8 раз меньше мощности, которую быстрая циклотронная волна имеет на выходе из резонатора типа Каччия с тем же значением проводимости G_c [5].

Выводы

Резонатор рассмотренного типа обеспечивает усиление синхронных волн электронного потока в окрестности частоты синхронизма ω . Поскольку в устройствах связи с синхронными волнами взаимодействие с циклотронными волнами нежелательно, необходимо соответствующим образом выбрать параметры системы. Наиболее благоприятным является случай $\omega_c = \omega$, однако при этом требуется большое магнитное поле \bar{B}_0 . Расчеты показывают, что взаимодействием с циклотронными волнами можно пренебречь, если длина резонатора $n \gg 1$ и $\bar{\omega} = (2-4)\omega_c$. Увеличение отношения ω/ω_c ведет также к увеличению электронной проводимости G_{e4} , а следовательно, и коэффициента усиления резонатора K_y (23).

Коэффициент усиления K_y пропорционален n^2 благодаря множителю G_c . Для получения достаточного усиления необходим резонатор с высокой добротностью. Так, в случае $\rho_0 = 100$ ом, $G_c = 5 \cdot 10^{-6}$ ом $^{-1}$, $\bar{\omega}/\omega_c = 4$, $Q_0 = 2 \cdot 10^4$ согласно (23) имеем $K_y(\bar{\omega}) = 50$.

При $\bar{\omega} = \omega_c/2$ возможно одновременное усиление быстрой циклотронной волны и обеих синхронных волн. Практически область $\omega_c > \omega$ является невыгодной, так как требует значительных магнитных полей.

В заключение авторы выражают признательность проф. В. М. Лопухину за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Adler R., Hrbek G., Wade G. Proc. IRE, 47, No. 10, 1713, 1959.
2. Gordon E. I. Proc. IRE, 48, No. 6, 1960.
3. Ергаков В. С., Шапошников А. А. «Изв. вузов», радиофизика, 3, № 6, 1045, 1960.
4. Hayes R. E. IEEE Trans., ED-11, No. 3, 98, 1964.
5. Лопухин В. М., Рошаль А. С. «Успехи физич. наук», 85, вып. 2, 297, 1965.