Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 2 — 1967

УДК 539.293.011

И. З. КОСТАДИНОВ, Я. Г. ПРОЙКОВА

КОЭФФИЦИЕНТ ОПТИЧЕСКОГО ПОГЛОЩЕНИЯ НА СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЯХ ЗАРЯДА

Получено выражение для коэффициента поглощения света с учетом затухания. Рассмотрено рассеяние на примесях и на оптических фононах. Результаты вычисления показаны на рисунках. Обсуждается роль различных механизмов рассеяния.

В данной работе вычисляется коэффициент оптического поглощения на электронах проводимости в невырожденных полупроводниках с простой зонной структурой (GaAs, InSb) при рассеянии на примесях и на оптических фононах.

Известно, что переходы с поглощением фонона в пределах одной зоны запрещены в силу сохранения энергии и квазиимпульса. Они, однако, становятся возможными при учете рассеяния электронов на фононах, примесных центрах и других дефектах решетки. Многие работы посвящены вычислению соответствующего коэффициента поглощения. Так, в [1, 2 и 3] определена вероятность оптического перехода для коэффициента поглощения. В работе [4] с помощью мацубаровской техники было получено выражение для коэффициента поглощения при рассеянии на фононах в области высоких частот. В работе [5] методом матрицы плотности получены эквивалентные выражения при рассеянии на примесях и на фононах. Однако во всех указанных работах полученные выражения применимы только в области высоких частот, что иногда оказывается недостаточным. Более общее выражение было получено в [6] для вырожденного газа при помощи расцепления цепочки уравнений для двухвременных функций Грина. В настоящей работе метод, развитый в [6], используется для вычисления коэффициента оптического поглощения при произвольной степени вырождения электронного газа в полупроводнике.

§ 1. Исходные выражения

Как известно, из уравнений Максвелла вытекает, что при высоких частотах действительная часть электропроводности связана с коэффициентом оптического поглощения равенством

$$\alpha(\omega)=\frac{4\pi\, Re\,\sigma(\omega)}{c\sqrt{\varepsilon}}.$$

Далее, согласно [7]

$$Re\,\sigma_{\alpha\beta}(\omega) = -\frac{2\pi e^2}{\omega}\sum_{\vec{k}\,\vec{k}'} v_\alpha(\vec{k})\,v_\beta(\vec{k}')\,Im\,G_{\vec{k},\,\vec{k}'}(\omega),$$

где α, β тензорные индексы, $v_\alpha(\vec{k}) = \frac{\partial \varepsilon_{\vec{k}}}{\partial k_\alpha}$, а запаздывающая функция Грина $G_{\vec{k},\,\vec{k}'}$ определена равенством

$$G_{\vec{k},\,\vec{k}'}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i\omega t}\left(-i\theta(t)<[a^+_{\vec{k}}(t)\,a_{\vec{k}}(t),\ a_{\vec{k}'}(t')\,a'_{\vec{k}}(t')]_->\right).$$

Функция $G_{\vec{k},\vec{k}'}$ находится с помощью расцепления соответствующей цепочки уравнений. При этом гамильтониан для рассеяния на примесях и на оптических фононах имеет вид

$$H = \sum_{\vec{k}} \varepsilon_{\vec{k}}\, a^+_{\vec{k}}\, a_{\vec{k}} + \frac{1}{V}\sum_{\vec{k}\,\vec{q}} I(\vec{q}) \sum_{i=1}^{N} e^{-i\vec{q}\vec{r}_i}\ a^+_{\vec{k}+\vec{q}}\, a_{\vec{k}}, \tag{1}$$

$$H = \sum_{\vec{k}} \varepsilon_{\vec{k}}\, a^+_{\vec{k}}\, a_{\vec{k}} + \sum_{\vec{q}} \omega_{\vec{q}}\, b^+_{\vec{q}}\, b_{\vec{q}} + \sum_{\vec{k}\,\vec{q}} A_{\vec{q}}\, a^+_{\vec{k}+\vec{q}}\, a_{\vec{k}}\,(b_{\vec{q}} + b^+_{-\vec{q}}). \tag{2}$$

Здесь N — полное число хаотически расположенных примесных центров с координатами $\vec{r}_i$, а $I(\vec{q})$ — Фурье-образ экранированного потенциала взаимодействия электрона с примесью имеет вид

$$I(q) = \frac{4\pi e^2}{\varepsilon}\,\frac{1}{k_0^2 + q^2}, \quad k_0 = \sqrt{\frac{4\pi n_0 e^2}{\varepsilon T}},$$

а $n_0 = N_c e^{\frac{\mu - E_c}{T}}$, T — температура в энергетических единицах.

Матричный элемент электрон-фононного взаимодействия дается выражением *

$$A_q^2 = \frac{8\pi^2 e^4}{MV\omega_0\, a^3 q^2},$$

где M — приведенная масса ионов, ω_0 — частота оптического фонона.

Проводя такие же, как в [6] выкладки, но с учетом того, что $G_{\vec{k},\vec{k}'}$ — коммутаторная функция, находим замкнутое уравнение

$$EG_{\vec{k},\,\vec{k}'}(E) = \frac{1}{2\pi}\sum_{q}\left(\delta_{\vec{k}',\vec{k}-\vec{q}} - \delta_{\vec{k}',\vec{k}}\right) P_{\vec{k}\,\vec{q}}(E) +$$
$$+ \sum_q \left\{G_{\vec{k},\,\vec{k}'}(E)\, w_{\vec{k},\,\vec{k}+\vec{q}}(E) - G_{\vec{k}+\vec{q},\,\vec{k}'}(E)\, w_{\vec{k}+\vec{q},\,\vec{k}}(E)\right\}. \tag{3}$$

---

* Это выражение эквивалентно формуле

$$A_q^2 = \frac{2\pi\omega_0 e^2\left(\frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0}\right)}{q^2 V},$$

где ε_0, ε_∞ — статическая и оптическая диэлектрическая проницаемости.

Здесь E — комплексная переменная.

При этом считается, что величины $I(q)$ и A_q, входящие в (1) и (2), содержат малый параметр g. Вид функций $w_{\vec{k},\vec{k}+\vec{q}}(E)$ и $P_{\vec{k}\vec{q}}(E)$ будет конкретизирован ниже. Пока заметим, что функция $P_{\vec{k}\vec{q}}(E)$ порядка g^2.

Умножая уравнение (3) на $\vec{k}$, суммируя по $\vec{k}$ и учитывая, что

$$\sum_{\vec{k}\,\vec{q}} \vec{k}\, w_{\vec{k},\vec{k}+\vec{q}}\, G_{\vec{k}+\vec{q},\vec{k}'} = \sum_{\vec{k}\,\vec{q}} (\vec{k}+\vec{q})\, w_{\vec{k}+\vec{q},\vec{k}}\, G_{\vec{k},\vec{k}'},$$

снимаем сумму по $\vec{k}$.

Введем обозначение

$$\vec{k}\,\mathfrak{M}_{\vec{k}}(E) = -\sum_{\vec{q}} \vec{q}\, w_{\vec{k}+\vec{q},\vec{k}}(E).$$

Тогда получим *

$$G_{\vec{k},\vec{k}'}(E) = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\sum\limits_{\vec{q}}(\delta_{\vec{k}',\vec{k}-\vec{q}} - \delta_{\vec{k}',\vec{k}})\, P_{\vec{k}\vec{q}}(E)}{E - \mathfrak{M}_{\vec{k}}(E)}.$$

Совершим предельный переход $E=\omega\pm i\varepsilon$, $\varepsilon\to+0$, обозначив

$$\mathfrak{M}_{\vec{k}}(\omega\pm i\varepsilon) = M_{\vec{k}}(\omega) \pm i\gamma_{\vec{k}}(\omega),$$

$$P_{\vec{k}\vec{q}}(\omega\pm i\varepsilon) = P'_{\vec{k}\vec{q}}(\omega) \pm iP''_{\vec{k}\vec{q}}(\omega).$$

Тогда мнимая часть функции $G_{\vec{k},\vec{k}'}(\omega)$ будет

$$ImG_{\vec{k},\vec{k}'}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\sum\limits_{\vec{q}}(\delta_{\vec{k}',\vec{k}-\vec{q}} - \delta_{\vec{k}',\vec{k}})\,[P'_{\vec{k}\vec{q}}(\omega)\,\gamma_k(\omega) + P''_{\vec{k}\vec{q}}(\omega)\,(\omega - M_{\vec{k}}(\omega))]}{[\omega - M_{\vec{k}}(\omega)]^2 + \gamma^2_{\vec{k}}(\omega)}.$$

Опустим $M_{\vec{k}}(\omega)$ и $P'_{\vec{k}\vec{q}}(\omega)\,\gamma_{\vec{k}}(\omega)$ (порядка g^4), считая эти величины малыми. Получим

$$ImG_{\vec{k},\vec{k}'}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\,\frac{\sum\limits_{\vec{q}}(\delta_{\vec{k}',\vec{k}-\vec{q}} - \delta_{\vec{k}',\vec{k}})\,P''_{\vec{k}\vec{q}}(\omega)\cdot\omega}{\omega^2 + \gamma^2_{\vec{k}}(\omega)}. \tag{4}$$

Имея в виду полупроводники с простой зонной структурой, напишем энергию электрона вблизи дна зоны проводимости:

$$\varepsilon_{\vec{k}} = \frac{\vec{k}^2}{2m} - \mu + E_c.$$

Далее, для действительной части электропроводности получим

$$Re\,\sigma_{\alpha\beta}(\omega) = \delta_{\alpha\beta}\,Re\,\sigma(\omega) = \frac{e^2}{3m^2\omega}\,[\delta_{\alpha\beta}\sum_{\vec{k}} \frac{\vec{k}^2\sum\limits_{q} S_{\vec{k}\vec{q}}(\omega)}{\omega^2 + \gamma^2_{\vec{k}}(\omega)}, \tag{5}$$

---

* Решение однородного уравнения $\sum\limits_{\vec{k}} \vec{k}\,\chi_{\vec{k},\vec{k}'} = 0$ не дает вклада в проводимость в данном приближении.

где

$$S_{\vec{k}\,\vec{q}}(\omega)=\frac{q\cos\theta}{k}P''_{\vec{k}\,\vec{q}}(\omega)\,\omega.$$

Используя явные выражения для $S_{\vec{k}\vec{q}}$ и $\gamma_{\vec{k}}$, приведенные ниже в ((6), (7), (9), (10)) в пределе низких частот можно получить классическое выражение для проводимости (для фононов необходимо считать температуру высокой). При этом $1/\gamma_k(0)$ совпадает с временем релаксации, получаемым из кинетического уравнения. Поэтому величину $1/\gamma_k(\omega)$ можно назвать временем релаксации при наличии переменного внешнего поля.

В случае $\omega\gg\gamma_{\vec{k}}(\omega)$ выражение (5) в точности совпадает с формулами, полученными в работах [4] и [5].

§ 2. Рассеяние на примесях

В случае рассеяния на примесях функции $w_{\vec{k},\,\vec{k}+\vec{q}}(E)$, $\gamma_{\vec{k}}(\omega)$ и $S_{\vec{k}\,\vec{q}}(\omega)$ имеют вид

$$w_{\vec{k},\,\vec{k}+\vec{q}}(E)=\frac{N\,|I(\vec{q})|^2}{V^2}\left\{\frac{1}{\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}}-\varepsilon_{\vec{k}}+E}-\frac{1}{\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}}-\varepsilon_{\vec{k}}-E}\right\}.$$

$$\gamma_{\vec{k}}(\omega)=-\pi\sum_{\vec{q}}\frac{N\,|I(\vec{q})|^2}{V^2}\,\frac{q\cos\theta}{k}\left[\delta(\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}}-\varepsilon_{\vec{k}}-\omega)+\delta(\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}}-\varepsilon_{\vec{k}}+\omega)\right],\tag{6}$$

$$S_{\vec{k}}(\omega)=\sum_{q}S_{\vec{k}\,\vec{q}}(\omega)=$$

$$=-\pi\sum_{\vec{q}}\frac{N\,|I(\vec{q})|^2}{V^2}\,\frac{q\cos\theta}{k}\,(n_{\vec{k}}-n_{\vec{k}+\vec{q}})\left[\delta(\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}}-\varepsilon_{k}-\omega)-\delta(\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}}-\varepsilon_{\vec{k}}+\omega)\right].\tag{7}$$

Производя интегрирование в (6) и (7), получаем*

$$\gamma_k(\omega)=\frac{\pi m n_I e^4}{k^3\varepsilon^2}\left\{\varphi(k^2,\varkappa^2)+\theta(k^2-\varkappa^2)\,\varphi(k^2,-\varkappa^2)\right\},$$

$$S_k(\omega)=\frac{\pi m n_I e^4}{k^3\varepsilon^2}\left\{(n_k-n_1)\,\varphi(k^2,\varkappa^2)-\theta(k^2-\varkappa^2)\,(n_k-n_2)\,\varphi(k^2,-\varkappa^2)\right\}.$$

Здесь

$$\varphi(k^2,\varkappa^2)=\ln\left|\frac{k+\sqrt{k^2+\varkappa^2}}{k-\sqrt{k^2+\varkappa^2}}\right|-\frac{2k\sqrt{k^2+\varkappa^2}}{\varkappa^2},$$

$n_I=\dfrac{N}{V}$ — концентрация примесей; $\dfrac{\varkappa^2}{2m}=\omega$ — частота внешнего поля;

$n_{1,2}=n_{\vec{k}}\exp\left(\mp\dfrac{\omega}{T}\right)$, где $n_{\vec{k}}$ — функция распределения Больцмана.

---

* При концентрации электронов $n_0\lesssim10^{17}$ *см*$^{-3}$ и частотах $\omega\gtrsim5\cdot10^{12}$ *сек*$^{-1}$ экранирование не существенно.

В случае $\omega \gg \gamma_k(\omega)$ действительная часть электропроводности будет

$$Re\,\sigma(\omega) = \frac{8\sqrt{2\pi}\, e^6 n_I n_0 \hbar^2}{3m^{3/2} \varepsilon^2 \sqrt{T}\, (\hbar\omega)^3} \cdot \mathrm{sh}\left(\frac{\hbar\omega}{2T}\right) K_0\left(\frac{\hbar\omega}{2T}\right), \tag{8}$$

где $K_0\left(\frac{\hbar\omega}{2T}\right)$ — функция Макдональда нулевого порядка. Отличие (8) от результата, полученного в [1], состоит в наличии множителя $\left(1-\exp\left(\frac{-\hbar\omega}{T}\right)\right)$, учитывающего индуцированное излучение (приход электронов).

Рассмотрим некоторые предельные выражения.

Высокие частоты и низкие температуры $\hbar\omega \gg T$

$$\alpha(\omega) = \frac{16\sqrt{2}\,\pi^2}{3} \frac{e^6 n_I n_0 \hbar^2}{c\sqrt{\varepsilon}\, \varepsilon^2 m^{3/2} (\hbar\omega)^{7/2}}.$$

Высокие температуры и низкие частоты $T \gg \hbar\omega$

$$\alpha(\omega) = \frac{16\pi\sqrt{2\pi}}{3} \frac{e^6 n_I n_0 \hbar^2}{c\sqrt{\varepsilon}\, \varepsilon^2 (mT)^{3/2} (\hbar\omega)^2} \cdot \ln\frac{4T}{\hbar\omega}.$$

§ 3. Рассеяние на оптических фононах

В этом случае функции $w_{\vec{k},\vec{k}+\vec{q}}(E)$, $\gamma_{\vec{k}}(\omega)$, $S_{\vec{k}\vec{q}}(\omega)$ имеют вид

$$w_{\vec{k}+\vec{q},\vec{k}}(E) = 2EA^2_{\vec{q}} \left\{ \frac{1+\nu_q - n_{\vec{k}+\vec{q}}}{E^2 - (\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{k}} + \omega_0)^2} + \frac{\nu_{\vec{q}} + n_{\vec{k}+\vec{q}}}{E^2 - (\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{k}} - \omega_0)^2} \right\};$$

$$\gamma_{\vec{k}}(\omega) = -\pi \sum_{\vec{q}} A^2_q \frac{q\cos\theta}{k} \{(1+\nu_{\vec{q}} - n_{\vec{k}+\vec{q}})[\delta(\omega+\omega_0+\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{k}}) +$$
$$+\delta(\omega-\omega_0-\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} + \varepsilon_{\vec{k}})] + (\nu_{\vec{q}} + n_{\vec{k}+\vec{q}}) \times$$
$$\times [\delta(\omega+\omega_0-\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} + \varepsilon_{\vec{k}}) + \delta(\omega-\omega_0+\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{k}})]\}. \tag{9}$$

$$S_{\vec{k}}(\omega) = \sum_{\vec{q}} S_{\vec{k}\vec{q}}(\omega) =$$

$$= -\pi \sum_{\vec{q}} A^2_{\vec{q}} \frac{q\cos\theta}{k} \left\{ \frac{n_{\vec{k}} - n_{\vec{k}+\vec{q}}}{2} \left[\mathrm{cth}\frac{\omega_0}{2T} + \mathrm{cth}\frac{\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{k}}}{2T}\right] \times \right.$$
$$\times [\delta(\omega-\omega_0-\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} + \varepsilon_{\vec{k}}) - \delta(\omega+\omega_0+\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{k}})] +$$
$$+ \frac{n_{\vec{k}} - n_{\vec{k}+\vec{q}}}{2} \left[\mathrm{cth}\frac{\omega_0}{2T} - \mathrm{cth}\frac{\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{k}}}{2T}\right] \cdot [\delta(\omega+\omega_0-\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} + \varepsilon_{\vec{k}}) -$$
$$\left. -\delta(\omega-\omega_0+\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}} - \varepsilon_{\vec{k}})] \right\}. \tag{10}$$

Как и ранее, интегрируем, учитывая

$$n(\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}})\,\delta(\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}}-\varepsilon_{\vec{k}}+\omega+\omega_0)=n(\varepsilon_{\vec{k}}-\omega-\omega_0)\,\delta(\varepsilon_{\vec{k}+\vec{q}}-\varepsilon_{\vec{k}}+\omega+\omega_0).$$

Введем обозначения

$$n_{1,2}=n_{\vec{k}}\exp\left(\frac{\omega_0\mp\omega}{T}\right);$$

$$n_{3,4}=n_{\vec{k}}\exp\left(\frac{-\omega_0\mp\omega}{T}\right);\quad \frac{\vec{q}_0^{\,2}}{2m}=\omega_0;\quad \nu_0=\left(e^{\frac{\omega_0}{T}}-1\right)^{-1};$$

$$\psi(k^2,-\varkappa^2,q_0^2)=\left\{\frac{-\varkappa^2+q_0^2}{k^2}\ln\left|\frac{k+\sqrt{k^2-\varkappa^2+q_0^2}}{k-\sqrt{k^2-\varkappa^2+q_0^2}}\right|-\right.$$

$$\left.-\frac{2}{k}\sqrt{k^2+q_0^2-\varkappa^2}\right\}\times\Theta(k^2-\varkappa^2+q_0^2).$$

Получим

$$\gamma_k(\omega)=\frac{-\pi me^4}{M\omega_0a^3k}\{(1+\nu_0-n_1)\,\psi(k^2,\varkappa^2,-q_0^2)+(1+\nu_0-n_2)\times$$

$$\times\psi(k^2,-\varkappa^2,-q_0^2)+(\nu_0+n_3)\,\psi(k^2,\varkappa^2,q_0^2)+(\nu_0+n_4)\,\psi(k^2,-\varkappa^2,q_0^2)\}.$$

$$S_k(\omega)=\frac{-\pi me^4}{M\omega_0a^3k}\left\{\frac{n_k-n_1}{2}\left[\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}+\operatorname{cth}\frac{\varepsilon_{k+q}-\varepsilon_k}{2T}\right]\psi(k^2,\varkappa^2,-q_0^2)-\right.$$

$$-\frac{n_k-n_2}{2}\left[\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}+\operatorname{cth}\frac{\varepsilon_{k+q}-\varepsilon_k}{2T}\right]\psi(k^2,-\varkappa^2,-q_0^2)+$$

$$+\frac{n_k-n_3}{2}\left[\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}-\operatorname{cth}\frac{\varepsilon_{k+q}-\varepsilon_k}{2T}\right]\psi(k^2,\varkappa^2,q_0^2)-$$

$$\left.-\frac{n_k-n_4}{2}\left[\operatorname{cth}\frac{\omega_0}{2T}-\operatorname{cth}\frac{\varepsilon_{k+q}-\varepsilon_k}{2T}\right]\psi(k^2,-\varkappa_2,q_0^2)\right\}.$$

В случае высоких частот ($\omega\gg\gamma_k(\omega)$) получаем (ср. [3])

$$Re\sigma(\omega)=\frac{4\pi n_0e^6}{3\hbar mM\omega_0^3a^3}\sqrt{\frac{2m}{\hbar\omega_0}}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{\frac{5}{2}}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2T}}}\frac{\operatorname{sh}\frac{\hbar\omega}{2T}}{\operatorname{sh}\frac{\hbar\omega_0}{2T}}\times$$

$$\times\left\{\frac{|\hbar(\omega-\omega_0)|}{2T}K_1\left(\frac{|\hbar(\omega-\omega_0)|}{2T}\right)+\frac{\hbar(\omega+\omega_0)}{2T}K_1\left(\frac{\hbar(\omega+\omega_0)}{2T}\right)\right\},$$

где $K_1\left(\frac{\hbar(\omega+\omega_0)}{2T}\right)$ есть функция Мак-дональда первого порядка.

Перепишем выражение

$$\sigma_0=\frac{4\pi n_0e^6}{3\hbar mM\omega_0^3a^3}\sqrt{\frac{2m}{\hbar\omega_0}}$$

и рассмотрим некоторые предельные случаи:

Высокие частоты $\omega \gg \omega_0 \sim \frac{T}{\hbar}$

$$\alpha(\omega) = \frac{4\pi\sigma_0}{c\sqrt{\varepsilon}} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{1}{\operatorname{sh}\frac{\hbar\omega_0}{2T}}.$$

Низкие температуры $\frac{\hbar(\omega-\omega_0)}{T} \gg 1$

$$\alpha(\omega) = \frac{4\pi\sigma_0}{c\sqrt{\varepsilon}} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{\frac{5}{2}} \sqrt{1-\frac{\omega_0}{\omega}}.$$

При $\omega < \omega_0$ коэффициент поглощения экспоненциально мал. Это обстоятельство подробно обсуждается в [3] и отвечает пороговому рождению оптических фононов.

Низкие частоты: $\omega \ll \omega_0 \sim \frac{T}{\hbar}$.

В этой области частот величина $\gamma_k(\omega)$ оказывается порядка $\hbar\omega$ и не может быть опущена в (4). Прямое вычисление приводит к следующему результату:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 n_0}{m\omega} I;$$

$$I = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} b^5 \int_0^\infty dy\, y^4 e^{-b^2 y^2} \frac{2\varphi(y)}{\varphi^2(y)+1};$$

$$\varphi(y) = \frac{d}{y}\left\{2\sqrt{1+y^{-2}} - y^{-2}\ln\frac{1+\sqrt{1+y^{-2}}}{\sqrt{1+y^{-2}}-1}\right\};$$

$$b = \frac{\hbar\omega_0}{T};$$

$$d = \pi\nu_0\sqrt{2}\left(\frac{e^2}{a\hbar\omega}\right)\left(\frac{e^2}{a^2\omega_0\sqrt{mT}}\right)\frac{m}{M}\,\frac{T}{\hbar\omega_0}.$$

Грубые оценки интеграла показывают, что $I \sim 1$. При $d \gg 1$ (очень малые частоты) I пропорционально ω и σ стремится к постоянной величине.

§ 4. Обсуждение результатов

Ниже будет проанализировано влияние различных механизмов рассеяния на поглощении свободными носителями заряда; мы приведем результаты, полученные в работе [8], для рассеяния на акустических фононах.

Низкие температуры $\hbar\omega \gg T \gg ms^2$ (s — скорость звука), $\nu_q \ll 1$, $\gamma_k \ll \hbar\omega$.

$$\alpha(\omega) = \frac{10}{3\sqrt{\varepsilon}} \frac{e^2}{\hbar c} (n_0 a^3) \left(\frac{m}{M}\right) \frac{T}{\hbar s} \left(\frac{E_1}{\hbar\omega}\right)^2.$$

Высокие температуры: $T \gg \hbar\omega \gg ms^2$, $\nu_q \gg 1$, $\gamma_k \ll \hbar\omega$.

$$\alpha(\omega) = \frac{16}{c\sqrt{\varepsilon}} (n_0 a^3) \frac{m}{M} \cdot \frac{e^2 T}{\hbar^2 s} \left(\frac{E_1}{\hbar\omega}\right)^2.$$

„Высокие" температуры: $\hbar\omega \gg T \gg ms^2$, $\nu_q \gg 1$, $\gamma_k \ll \hbar\omega$.

$$\alpha(\omega) = \frac{4}{\sqrt{\varepsilon}}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)(n_0 a^3)\frac{m}{M}\left(\frac{T}{\hbar s}\right)^2\left(\frac{E_1}{\hbar\omega}\right)^2\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}.$$

Результат, полученный в [1] (закон $\omega^{-\frac{3}{2}}$), можно получить лишь при выполнении неравенства

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{2}}\left(\frac{m}{M}\right)\sqrt{\frac{T}{\hbar\omega}}\left(\frac{E_1 a}{\hbar s}\right)^2\frac{a\sqrt{mT}}{\hbar} \gg 1.$$

Далее, составляя соответствующие отношения, приходим к результатам, представленным в таблице.

Предельный случай	Механизм рассеяния		
	оптические фононы	акустические фононы	примесь
Высокие частоты $\omega \gg \omega_0 \sim \frac{T}{\hbar}$			
Низкие температуры $T \ll \hbar\omega_0$, $\omega < \omega_0$			
Низкие температуры $T \ll \hbar\omega_0$, $\omega > \omega_0$			
Низкие частоты $\omega \ll \omega_0 \sim \frac{T}{\hbar}$			
Высокие температуры $\hbar\omega_0 \ll T$			

Преобладающий механизм указан штриховкой. Сравнения сделаны при $n_I \sim 10^{17}$ $см^{-3}$; $n_0 \sim 10^{17}$ $см^{-3}$; $\omega_0 = 5\cdot 10^{13}$ $сек^{-1}$ для GaAs.

Как видно из таблицы, в области высоких частот существенно поглощение, связанное с рассеянием на оптических фононах. Зависимость α_{opt} от ω показана на рис. 1.

В случае низких температур при частотах, меньших ω_0, главную роль играет рассеяние на примеси. Зависимость α_{imp} от ω показана на рис. 2.

При $\omega > \omega_0$ рассеяние на оптических фононах становится сравнимым с рассеянием на примеси.

При высоких температурах преобладает рассеяние на оптических фононах, но неравенство $\hbar\omega \gg \gamma_k$, при котором вычислено α_{opt}, может нарушаться для частот, близких к частоте оптического фонона, и тогда коэффициент поглощения уменьшается.

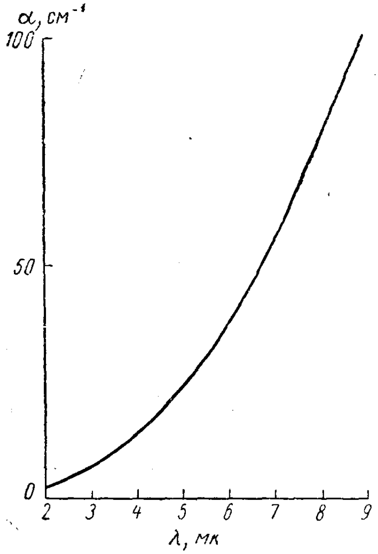

Рис. 1. $\alpha_{opt}(\lambda)$ для GaAs при $T = 300$ °K и $n_0 = 10^{18}$ $см^{-3}$

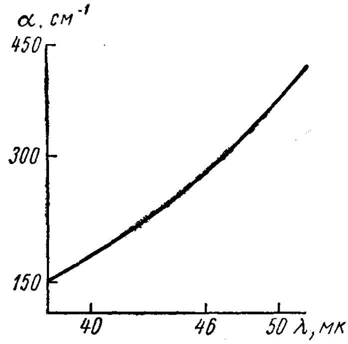

Рис. 2. $\alpha_{imp}(\lambda)$ для GaAs при $T = 120$ °K и $n_0 = 10^{17}$ $см^{-3}$, $n_I = 10^{17}$ $см^{-3}$, $\omega < \omega_0$

В низкочастотной области рассеяние на акустических фононах преобладает. Однако по мере роста ω возрастает рассеяние на примесях и при $\omega = 0{,}1\ \omega_0$ оно уже преобладает.

В заключение выражаем глубокую признательность проф. В. Л. Бонч-Бруевичу за предложенную тему и многочисленные полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фань Н. И. «Усп. физич. наук», **64**, 316, 1958.
2. Яковлев В. А. «Физика твердого тела», **4**, вып. 4, 1962.
3. Wolfe R.,—Proc. Phys. Soc., **A67**, 74, 1954.
4. Гуревич В. Л., Ланг И. Г., Фирсов Ю. А. «Физика твердого тела», **4**, вып. 5, 1962.
5. Ron A. Nuovo Cim., **34**, No. 6, 1964.
6. Плакида Н. М. ДАН СССР, **147**, 1067, 1962.
7. Бонч-Бруевич В. Л., Тябликов С. В. Метод функций Грина в статистической механике. М., Физматгиз, 1961.
8. Bonch-Bruevich W. L. Fundamentals of Solid State Optics. Proc. International School. «Enrico Fermi», Bolojna, 1966.

Поступила в редакцию
1. 2 1966 г.

Кафедра
полупроводников