3. Moss S. I., Haeberli F. W. Nucl. Phys., **72**, 417, 1965.
4. Муниб Адель Халил, Романовский Е. А., Тимушев Г. Ф., Ковтун Л. В. «Ядерная физика», **4**, 512, 1966.
5. Боркин И. М., Гужовский Б. Я., Руднев В. С., Солодовников А. П., Трусилло С. В. «Изв. АН СССР», сер. физич., **30**, 271, 1966.

Поступила в редакцию
27. 4 1966 г.

НИИЯФ

УДК 530.145

Д. Ф. КУРДГЕЛАИДЗЕ

К ПОСТРОЕНИЮ ТЕОРИИ ПОЛЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ФРИДМАНА

§ 1. **Поверхность второго порядка.** Развитый в [1] метод применим для построения теории поля в пространстве Фридмана. С этой целью вложим пространство Фридмана в 5-мерное плоское пространство. В случае пространства отрицательной кривизны имеем [2]

$$z_1 = R\,\mathrm{sh}\,\chi\cos\theta,\quad z_2 = R\,\mathrm{sh}\,\chi\sin\theta\cos\varphi,$$

$$z_3 = R\,\mathrm{sh}\,\chi\sin\theta\sin\varphi,\quad z_4 = R\,\mathrm{ch}\,\chi,$$

$$z_5 = i\int(\dot{R}_2 - 1)^{1/2}dt,\quad \dot{R}_2 - 1 = \frac{\kappa\mu}{4\pi R} + \frac{\lambda R^3}{3},\qquad \dot{R} \equiv \frac{dR}{dt},$$

где k, μ — постоянные, R — трехмерная кривизна пространства Фридмана. При этом находим

$$ds^2 = dz_\mu dz^\mu,$$

$$z_\mu z^\mu = \theta^2, \tag{1}$$

$$\theta^2 = R^2 + \left(\int(\dot{R}^2 - 1)^{1/2}dt\right)^2,$$

где

$$z^\mu = g^{\mu\nu}z_\nu,\quad g_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu},\quad \mu = 1,\ 2,\ 3;\quad \delta_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu},\quad \mu = 4,5.$$

Как видим, пространство Фридмана занимает только части 5-мерного пространства, а именно поверхность (1). Последнюю можно разбить на

$$z_j z^i = R^2(t),\quad j = 1,\ 2,\ 3,\ 4, \tag{2}$$

$$z_5 = i\int(\dot{R}^2 - 1)^{1/2}dt, \tag{3}$$

т. е. на поверхность четырехмерной сферы (2) и линию (3). Теперь можно построить теорию поля как на поверхности (1), так и на поверхности (2). В последнем случае уравнение (2) можно учесть следующим образом: представляя (3) в виде

$$\left(\frac{\lambda}{3}\right)R^4 + \left(\frac{dz_5}{dt}\right)^2 R + \frac{\kappa\mu}{4\pi} = 0 \tag{4}$$

в (2), для $R=R(t)$ следует брать решения уравнения (4). Траектории свободного движения частицы на поверхности (1) будут даваться пересечениями (1) с двумерными плоскостями, проходящими в начале координат, т. е. кривыми второго порядка, в частности, кругом, эллипсом и гиперболой [3]. Однако в отличие от случая пространства постоянной кривизны параметры этих кривых будут зависеть от t (или $R(t)$). Проекции движения свободной частицы на координатной оси будут представлять собой периодические колебания в случае круга и эллипса и апериодические колебания в случае гиперболы. При этом периоды колебания в отличие от случая движения в пространстве постоянной кривизны будут зависеть от кривизны $R=R(t)$. Уравнения траектории (после введения импульса частицы p_μ) с учетом тензорной размерности и зависимости параметров траектории от кривизны можно представить в виде

$$\frac{dz_\mu}{ds} = \alpha(R) z_\mu + \beta(R) p_\mu, \tag{5}$$

$$\frac{dp_\mu}{ds} = \gamma(R) z_\mu + \delta(R) p_\mu, \tag{6}$$

$$\frac{d^2 z_\mu}{ds^2} = (\alpha^2 + \beta\gamma + \alpha') z_\mu + ((\alpha+\delta)\beta + \beta') p_\mu,$$

$$\frac{d^2 p_\mu}{ds^2} = ((\alpha+\beta)\gamma + \gamma') z_\mu + (\delta^2 + \beta\gamma + \delta') p_\mu.$$

Построим теорию поля на поверхности (1). Для этого продифференцируем (1) по элементам траектории s [1] и учтем, что вдоль траектории частицы кривизна $R=R(t)$ меняется, получаем

$$z_\mu p^\mu = \frac{1}{\beta}\{\theta(\theta' - \alpha\theta\} \equiv A. \tag{7}$$

Продифференцировав (7) по s, находим

$$p_\mu p^\mu = \frac{1}{\beta+\delta}\{A' - \gamma\theta - \alpha A\} \equiv B. \tag{8}$$

Продифференцировав (8) еще раз, получаем выражение, совпадающее с ним при условии

$$2\gamma A + 2\delta B - B' = 0. \tag{9}$$

Последнее уравнение представляет собой условие замкнутости полученной системы уравнений. Из него, в частности, можно определить один из параметров уравнений (5) и (6).

§ 2. **Поверхность первого порядка.** Уравнение поверхности (1) запишем в виде

$$\theta^2 - z_\mu z^\mu \equiv (\theta - \gamma_\mu z^\mu)(\theta + \gamma^\nu z_\nu),$$

где

$$\gamma_\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu = 2\delta_{\mu\rho} g^{\rho\nu},$$

$$\gamma_5 - \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4: \quad \mu, \nu, \rho = 1, 2, 3, 4, 5. \tag{10}$$

Рассмотрим плоскость $\theta = \gamma_\mu z^\mu$.

Продифференцируем (10) по s с учетом уравнений траектории свободной частицы на этой поверхности, составленное аналогично (5) и (6)

$$\frac{dz_\mu}{ds} = \alpha(R) z_\mu + \beta(R) p_\mu + a(R)\gamma_\mu\theta,$$

$$\frac{dp_\mu}{ds} = \gamma(R) z_\mu + \delta(R) p_\mu + b(R)\gamma_\mu\theta.$$

Тогда получим

$$\gamma_\mu p^\mu = \frac{1}{\beta}\{\theta' - \alpha\theta - a\} \equiv c. \tag{11}$$

Продифференцировав (11), получим выражение, совпадающее с ним при условии

$$\gamma\theta + b + \delta c - c' = 0, \quad c' \equiv \frac{dc}{ds}. \tag{12}$$

Из (11) получаем

$$p_\mu p^\mu = c^2. \tag{13}$$

Продифференцировав (13) опять по s, находим

$$z_\mu p^\mu = \frac{1}{\gamma}\{cc' - bc - \delta c^2\} \equiv D. \tag{14}$$

Продифференцировав (14) еще раз, получаем выражение, совпадающее с (13) при условии

$$\frac{\alpha c}{\gamma}(c' - b - \delta c) + (\beta + \delta) c^2 + \gamma\theta^2 + b\theta + ac - \theta' = 0. \tag{15}$$

Кроме того, если потребуем, чтобы при $a=b=0$ и при любом θ' (13) совпадало с (8), то получим:

$$B = c^2, \quad a = b = 0. \tag{16}$$

(12), (15) и (16) представляют собой условия замкнутости полученных уравнений. Из них можно определить a и b через α, β, γ, δ. Введем преобразование

$$z_\mu = \xi_\mu + \lambda(R)\gamma_\mu, \quad p_\mu = \pi_\mu + \sigma(R)\gamma_\mu, \tag{17}$$

где

$$\frac{d\lambda}{ds} = \alpha\lambda + \beta\sigma + a\theta, \quad \frac{d\sigma}{ds} = \gamma\lambda + \delta\sigma + b\theta.$$

Тогда получим

$$\frac{d\xi_\mu}{ds} = \alpha\xi_\mu + \beta\pi_\mu, \quad \gamma_\mu\xi^\mu = (\theta + \lambda),$$

$$\frac{d\pi_\mu}{ds} = \gamma\xi_\mu + \delta\pi_\mu, \quad \gamma_\mu\pi^\mu = (c - \sigma),$$

$$\xi_\mu\xi^\mu = (\theta + \lambda)^2, \quad \pi_\mu\pi^\mu = (c - \sigma)^2.$$

Относительно ξ_μ, π_μ и $(\theta+\lambda)$ получаем уравнения § 1 и, кроме того, уравнение

$$\left\{\gamma_\mu\pi - (c - \sigma)\right\} = 0. \tag{18}$$

§ 3. **Гамильтоновый формализм.** Функцию Лагранжа рассматриваемой системы можно записать в виде

$$L = c_1(R)\frac{dz_\mu}{ds}\frac{dz^\mu}{ds} + c_2(R) z_\mu z^\mu + c_3(R) z_\mu \frac{dz_\mu}{ds}.$$

Из определения

$$p_\mu = \frac{\partial L}{\frac{\partial}{\partial}(dz_\mu/ds)}, \quad \frac{dp_\mu}{ds} = -\frac{dL}{\partial z_\mu}$$

получаем уравнения вида (5) и (6) с условием

$$\alpha = -\delta = -\frac{c_3}{2c_1}, \quad \beta = \frac{1}{2c_1},$$

$$\gamma = 2\left\{\frac{dc_1}{dR}\left(\frac{dz_\mu}{ds}\frac{dz^\mu}{ds}\right) + c_2 + \frac{dc_2}{ds} + \frac{dc^3}{ds}\left(z_\mu \frac{dz^\mu}{ds}\right)\right\}, \tag{19}$$

Функцию Лагранжа с учетом (19) можно переписать в виде

$$L = c_1\beta^2 p_\mu p^\mu + \{c_2 + \alpha(c_3 + \alpha c_1)\} z_\mu z^\mu = \frac{1}{2}\left\{\beta p_\mu p^\mu = \left(2c_2 - \frac{c_3^2}{2c_1}\right) z_\mu z^\mu\right\}.$$

Функция Гамильтона при этом имеет вид

$$H = p_\mu \frac{dz^\mu}{ds} - L = \frac{1}{2}\left\{\beta p_\mu p^\mu - \left(2c_2 - \frac{c_3^2}{2e_1}\right) z_\mu z^\mu - \delta z_\mu p^\mu\right\}.$$

Уравнения Гамильтона при условии (19) будут совпадать с (5) и (6). Уравнение Шредингера можно записать в стандартном виде

$$(H - E)\psi = 0;\ \beta p_\mu p^\mu = 2E + \left(2c_2 - \frac{c_3^2}{2c_1}\right)\theta^2 + \delta z_\mu p^\mu,$$

т. е.

$$E = k\theta^2,\quad k \equiv \frac{\beta}{2\theta^2(\beta+\delta)}\{A' - \gamma\theta - \alpha A\} - \left\{2c_2 - \frac{c_3^2}{2c_1}\right\} + A\frac{\delta}{\theta^2}.$$

Аналогично можно записать и уравнение Дирака $\{\gamma_\mu \pi^\mu - (c - \sigma)\}\psi = 0$.

Аналогичным образом можно построить теорию и в пространстве Фридмана положительной кривизны.

Представляет интерес применение используемого метода для построения теории поля в случае обычного 4-мерного пространства Минковского. В этом случае следует исходить из обычного 4-мерного расстояния

$$-s^2 = x_\mu x^\mu,\quad g_{\mu\nu}p = \delta_{\mu\nu},\quad \mu = 1,\ 2,\ 3,\quad g_{44} = -1,\quad x^\mu = g^{\mu\nu}x_\nu.$$

Результаты, полученные в § 1, 2, 3 (за исключением формулы (17)) остаются в силе и для данного случая, только с учетом $\theta = is$, $\theta' = i$, $\theta'' = 0$. Из (16) получаем $\alpha = \gamma = \delta = 0$, $\beta = \text{const}$, из (11) и (13) получаем $\gamma_\mu p^\mu = \frac{i - a}{\beta}$, $p_\mu p^\mu = \frac{(i-a)^2}{\beta^2}$.

При $a=0$ получаем обычные, известные результаты.

Выражаю благодарность профессору Д. Д. Иваненко за дискуссию, Э. Я. Молдыбаевой за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Курдгелаидзе Д. Ф. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 6, 1965.
2. Rosen I. Rev. of Modern Phys., 37, No. 1, 204, 1965.
3. Станюкович К. П. Сб. Проблема гравитации элементарных частиц. М., Атомиздат, 1966, стр. 140.

Поступила в редакцию
28. 5 1966 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 537.52

А. Б. БОЙМ, В. Б. ГЛАСКО, Э. М. РЕЙХРУДЕЛЬ

К ВОПРОСУ О МЕХАНИЗМЕ «ЗАТЯГИВАНИЯ» ЗАЖИГАНИЯ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО ИМПУЛЬСНОГО РАЗРЯДА ПРИ НИЗКОМ ДАВЛЕНИИ

Высоковольтный импульсный разряд при низком давлении в трубках с холодным катодом, снабженным поджигающим электродом, находит применение в рентгенографии, вакуумных разрядниках и других устройствах. Время формирования разряда (τ) зависит при этом от начальных значений давления газа и приложенного напряжения и изменяется в пределах от 0,1 до 2 *мксек*.

Значительное увеличение времени формирования наблюдалось ранее авторами при развитии как высоковольтного импульсного разряда при низком начальном давлении (10^{-5}—10^{-6} *мм рт. ст.*) в трубках с холодным катодом с поджигом [1], так и низковольтного разряда в высоком вакууме в магнитном поле [2]. Это явление «затя-