Функция Гамильтона при этом имеет вид

$$H = p_\mu \frac{dz^\mu}{ds} - L = \frac{1}{2}\left\{\beta p_\mu p^\mu - \left(2c_2 - \frac{c_3^2}{2e_1}\right) z_\mu z^\mu - \delta z_\mu p^\mu\right\}.$$

Уравнения Гамильтона при условии (19) будут совпадать с (5) и (6). Уравнение Шредингера можно записать в стандартном виде

$$(H - E)\psi = 0; \; \beta p_\mu p^\mu = 2E + \left(2c_2 - \frac{c_3^2}{2c_1}\right)\theta^2 + \delta z_\mu p^\mu,$$

т. е.

$$E = k\theta^2, \quad k \equiv \frac{\beta}{2\theta^2(\beta+\delta)}\{A' - \gamma\theta - \alpha A\} - \left\{2c_2 - \frac{c_3^2}{2c_1}\right\} + A\frac{\delta}{\theta^2}.$$

Аналогично можно записать и уравнение Дирака $\{\gamma_\mu \pi^\mu - (c - \sigma)\}\psi = 0$.

Аналогичным образом можно построить теорию и в пространстве Фридмана положительной кривизны.

Представляет интерес применение используемого метода для построения теории поля в случае обычного 4-мерного пространства Минковского. В этом случае следует исходить из обычного 4-мерного расстояния

$$-s^2 = x_\mu x^\mu, \quad g_{\mu\nu}p = \delta_{\mu\nu}, \quad \mu = 1,\ 2,\ 3, \quad g_{44} = -1, \quad x^\mu = g^{\mu\nu}x_\nu.$$

Результаты, полученные в § 1, 2, 3 (за исключением формулы (17)) остаются в силе и для данного случая, только с учетом $\theta = is$, $\theta' = i$, $\theta'' = 0$. Из (16) получаем $\alpha = \gamma = \delta = 0$, $\beta = \text{const}$, из (11) и (13) получаем $\gamma_\mu p^\mu = \frac{i - a}{\beta}$, $p_\mu p^\mu = \frac{(i-a)^2}{\beta^2}$.

При $a = 0$ получаем обычные, известные результаты.

Выражаю благодарность профессору Д. Д. Иваненко за дискуссию, Э. Я. Мельдыбаевой за ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Курдгелаидзе Д. Ф. «Вестн. Моск. ун-та», сер. физ., астрон., № 6, 1965.
2. Rosen I. Rev. of Modern Phys., 37, No. 1, 204, 1965.
3. Станюкович К. П. Сб. Проблема гравитации элементарных частиц. М., Атомиздат, 1966, стр. 140.

Поступила в редакцию
28. 5 1966 г.

Кафедра
теоретической физики

УДК 537.52

А. Б. БОЙМ, В. Б. ГЛАСКО, Э. М. РЕЙХРУДЕЛЬ

К ВОПРОСУ О МЕХАНИЗМЕ «ЗАТЯГИВАНИЯ» ЗАЖИГАНИЯ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО ИМПУЛЬСНОГО РАЗРЯДА ПРИ НИЗКОМ ДАВЛЕНИИ

Высоковольтный импульсный разряд при низком давлении в трубках с холодным катодом, снабженным поджигающим электродом, находит применение в рентгенографии, вакуумных разрядниках и других устройствах. Время формирования разряда (τ) зависит при этом от начальных значений давления газа и приложенного напряжения и изменяется в пределах от 0,1 до 2 *мксек*.

Значительное увеличение времени формирования наблюдалось ранее авторами при развитии как высоковольтного импульсного разряда при низком начальном давлении (10^{-5}—10^{-6} *мм рт. ст.*) в трубках с холодным катодом с поджигом [1], так и низковольтного разряда в высоком вакууме в магнитном поле [2]. Это явление «затягивания» зажигания было предложено для создания холодного «мультикатода» — катода со множеством поджигающих промежутков [3].

В настоящем сообщении обсуждается возможный механизм и дается расчет «затягивания» зажигания в высоковольтном импульсном разряде с холодным катодом с поджигом, так как существующие теории развития разряда в рентгено-импульсных трубках [4—6] не могут объяснить этого явления.

После подачи высокого напряжения на электроды трубки (см. рис. 1) усиленная автоэлектронная эмиссия вызывает пробой в поджигающем промежутке и переход разряда в нем в низковольтный аномальный тлеющий разряд, либо в вакуумную дугу

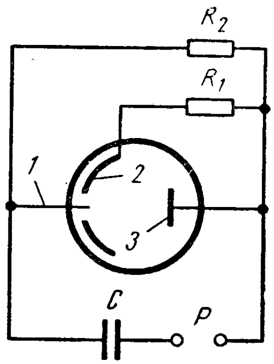

Рис. 1. Схема включения экспериментальной трубки. 1 — катод, 2 — поджигающий электрод, 3 — анод; R_1 — сопротивление в цепи поджигающего промежутка, R_2 — высокоомное сопротивление, включенное параллельно трубке, C — емкость генератора импульсов, P — шаровой разрядник

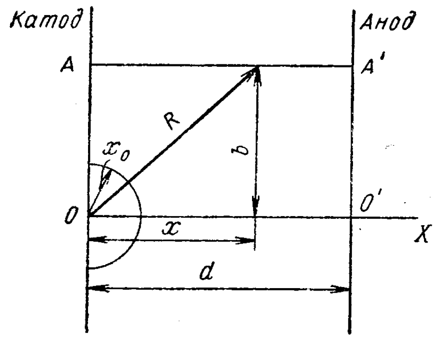

Рис. 2. «Модель разлета» нейтральных паров для плоско-параллельных бесконечно-протяженных электродов

в зависимости от ограничивающего сопротивления R_1 в цепи поджигающего промежутка [7].

Струя паров материалов электродов, генерируемая в вакуумной дуге при взрывах катодных микропятен, распространяется от катода к аноду главного разрядного промежутка. Анализ экспериментальных данных [8—11] и расчеты показывают, что концентрация паров, степень их ионизации и в меньшей степени скорость струи зависят от силы тока в дуге i_t. Сильноточным дугам ($i_t \sim 50$—$100\ a$) в поджигающем промежутке соответствует распространение к аноду высокоскоростной ($\sim 10^6$ *см/сек*) плазменной струи, что совпадает с представлениями теории Флинна [5], дугам с малой силой тока ($i_t = 2$—$5\ a$) — движение струи нейтральных атомов.

Рассмотрим случай движения от катода к аноду струи нейтральных паров, которые на своем пути ионизируются электронным ударом. Время формирования зависит не от времени пролета струи от катода к аноду, а от процессов, развивающихся в главном промежутке после пролета первой струи. Дуга в поджигающем промежутке все время генерирует струи паров, поэтому можно считать, что от катода к аноду главного разрядного промежутка распространяется атомный пучок — пучок испарившихся атомов в основном катода, а также поджигающего электрода. На аноде и стенках трубки происходит конденсация паров, поэтому в течение времени формирования разряда, которое может быть значительно больше времени пролета струи от катода к аноду, в главном разрядном промежутке устанавливается перепад концентрации и давления.

В качестве аппроксимации рассчитанных в работах [12, 13] закономерностей разлета частиц в вакуум примем следующее выражение для распределения давления в главном промежутке:

$$p = P_0, \qquad R \leqslant x_0,$$
$$p = P_0 \frac{x_0^2}{3R(R-x_0)+x_0^2}, \quad R \geqslant x_0. \tag{1}$$

Здесь P_0 — давление в полусфере объемом $\frac{2}{3}\pi x_0^3$, усредненное по времени существования катодного микропятна ($\sim 10^{-7}$ *сек*), x_0 — радиус катодного микропятна (см. рис. 2). Представление о сферически изотропном распределении давления оправдано, так как в условиях опыта расстояние между катодом и анодом (d) сравнимо с расстоянием от поджигающего промежутка до стенок трубки.

Для подсчета зависимости пробивного напряжения от давления паров металлов и газов, выделяющихся в результате пробоя поджигающего промежутка, воспользуемся критерием Таунсенда

$$\gamma \left[\exp \int_0^d \alpha(x)\,dx - 1 \right] = 1 \tag{2}$$

или

$$\int_0^d \alpha(x)\,dx = \ln(1+\gamma^{-1}). \tag{2'}$$

Здесь α — коэффициент объемной ионизации электронным ударом

$$\frac{\alpha}{p} = A \exp\left(-\frac{B}{E/p}\right), \tag{3}$$

γ — коэффициент вторичной ионно-электронной эмиссии.

Используя критерий Таунсенда, справедливый для бесконечно-протяженных электродов при постоянстве параметров в любом сечении промежутка, сводим задачу к одномерному случаю.

Чтобы получить решение в аналитической форме, представим давление $p(x)$ в виде $p=P_0$, $0 \leqslant x \leqslant x_0$,

$$p = \frac{P_0}{3}\frac{x_0^2}{(x-cx_0)^2}, \quad x_0 \leqslant x \leqslant d, \tag{4}$$

где $c = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0{,}42.$

Вычисляя интеграл в выражении (2′) с учетом (3) и (4), производя несложные преобразования и замену переменных, получаем искомое уравнение для осевой прямой 0—0′

$$P_0 = \frac{\delta}{Ax_0}\left\{\exp(-v^2) + \frac{\sqrt{3}\pi}{6}\cdot\frac{1}{v}\left[\operatorname{erf} v - \operatorname{erf}\frac{x_0 v}{\sqrt{3}(d-cx_0)}\right]\right\}^{-1}. \tag{5}$$

Здесь $\delta = \ln(1+\gamma^{-1})$, $v = \sqrt{BP_0/E_s}$ (6), $E_s = \frac{V_s}{d}$ — значение поля в промежутке, соответствующее пробивному напряжению U_s.

Рассмотрим приближенно зажигание разряда вдоль прямой, проходящей перпендикулярно к электродам, на расстоянии b от центра катода, где $b \gg x_0$. Давление вдоль прямой A—A' (см. рис. 2) изменяется по закону $p = \frac{P_0}{3}\left(\frac{x_0}{R}\right)^2$,

$$(R \gg x_0, \quad R^2 = b^2 + x^2). \tag{6}$$

Производя вычисления, получаем

$$P_0 = \delta\left\{Ax_0\frac{\sqrt{3}\pi}{6}\cdot\frac{1}{v}\left[\operatorname{erf}\frac{x_0 v}{\sqrt{3}(b-cx_0)} - \operatorname{erf}\frac{x_0 v}{\sqrt{3}(d+b-cx_0)}\right]\right\}^{-1}. \tag{7}$$

На рис. 3 приведены «кривые Пашена» для воздуха ($A=15$, $B=365$, $\gamma=1\cdot10^{-2}$) и паров молибдена ($A=0{,}6$; $B=29{,}7$; $\gamma=5\cdot10^{-3}$).

α для паров Mo было рассчитано по методу Льюиса [14] с использованием выражений для эффективных поперечных сечений упругих [15] и неупругих соударений и сечения ионизации [16]. На рис. 4 приведены график α/p, полученный путем приближенного аналитического расчета, и данные строгого расчета, проведенного на электронно-вычислительной машине М-20. Коэффициенты А и В в выражении (3) найдены из кривой *1* рис. 4.

Анализ уравнений (5) и (7) и «кривых Пашена», изображенных на рис. 3, позволяет сделать следующие выводы.

Увеличение расстояния между электродами затрудняет зажигание разряда как в правой, так и в левой ветвях «кривой Пашена» Этим случай изменения давления в промежутке по (1) существенно отличается от обычных условий постоянного p.

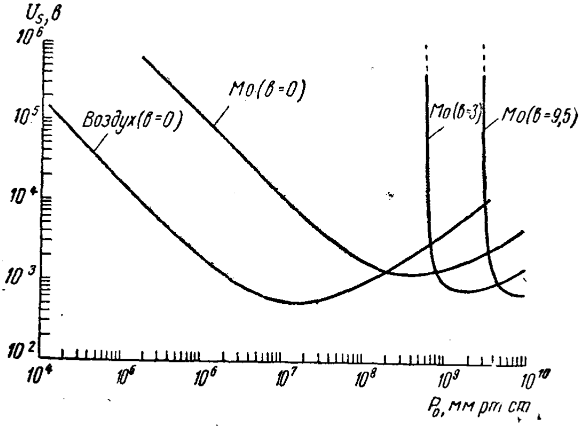

Рис. 3. «Кривые Пашена» для воздуха и паров Mo для неравномерного распределения давления в промежутке, рассчитанные по формулам (5) и (7). P_0 — давление паров в объеме микропятна в момент его взрыва ($x_0=5\cdot10^{-4}$ *см*, $d=3$ *см*)

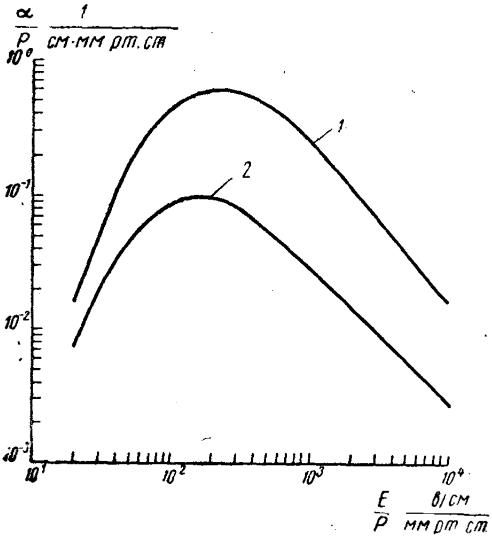

Рис. 4. Коэффициент объемной ионизации электронным ударом $\alpha = p[f(E/p)]$ *1*—α/p, полученное путем приближенного аналитического расчета, *2*—α/p, найденное на электронно-вычислительной машине

Зажигание разряда при постоянном d между центром поджигающего электрода и краем анода затруднено по сравнению с зажиганием по кратчайшей прямой, перпендикулярной к аноду и проходящей через катод (прямая 0—0' рис. 2).

С увеличением b «кривые Пашена» перемещаются вправо и вниз, а при $b \gg d$ $U_{s\,\min} = \mathrm{const}$ и происходит только смещение кривой вправо.

Можно применить вывод, данный Шаде [17] для определения времени формирования τ к условиям неравномерного распределения давления в промежутке. Для $\tau_{\max}$ справедливо выражение

$$\tau_{\max} = t_i \frac{i_s}{i_0}, \qquad (8)$$

где t_i — длительность одного цикла ионизации, приблизительно равная времени движения иона от катода к аноду

$$t_i = \int_0^d \frac{dx}{v_i(x)}, \qquad (9)$$

где i_0 — ток в момент подачи напряжения U на трубку, i_s — то значение тока, при котором возникают искажения поля пространственным зарядом, приводящие к пробою.

Расчет t_i по (9) для ионов Mo^+ с учетом (1) ($b=0$, $d=3$ *см*, $U_s=31{,}2$ *кв*) дает $t_{i\,Mo^+} = 22{,}57\cdot10^{-6}$ *сек*. Расчет t_i при тех же условиях для ионов N_2 дает $t_{i\,N_2^+} = 4{,}9\times$ $\times10^{-6}$ *сек*.

Если же воспользоваться экспериментальными кривыми Пашена [18] для равномерного распределения давления в промежутке, то для $U_s = 30$ *кв* получим $t'_{i_{N_2^+}} = 2{,}68 \cdot 10^{-6}$ *сек*.

Таким образом, $t_{i_{\mathrm{Mo}^+}} : t_{i_{N_2^+}} : t'_{i_{N_2^+}} = 8{,}4 : 1{,}83 : 1$.

Время формирования τ при малых перенапряжениях $\Delta U/U_s$ близко к τ_{max} и, согласно (8), значительно превосходит t_i.

Полученные расчетом значения τ для N_2 и Мо находятся в удовлетворительном согласии с экспериментально наблюдаемыми значениями для времени формирования [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Бойм А. Б., Рейхрудель Э. М. ЖТФ, **31**, 1127, 1961.
2. Рейхрудель Э. М., Смирницкая Г. В. «Изв. вузов», радиофизика, **1**, 45, 1958; Рейхрудель Э. М., Смирницкая Г. В., Васильева М. Н. «Радиотехника и электроника», **5**, 662, 1960.
3. Рейхрудель Э. М., Бойм А. Б. Авт. свидетельство № 148150, с приоритетом от 20. VII 1961.
4. Fünfer E. Z. angew. Phys., **2**, 125, 1950; **5**, 426, 1953.
5. P. T. G. Flynn. Proc. Phys. Soc., **69**, 748, 1956.
6. Mc Veagh J. S. J. SMPTE, **70**, 10, 1961.
7. Кесаев И. Г. ЖТФ, **34**, 1482, 1964.
8. Плютто А. А., Рыжков В. Н., Капин А. Т. ЖЭТФ, **47**, 494, 1964.
9. Engel A. Y., Arnold K. W. Phys. Rev., **125**, 803, 1962.
10. Reece M. P. Proc. IRE, **110**, 793, 1963.
11. Тюлина М. А. ЖТФ, **35**, 511, 1965.
12. Ющенкова Н. И. Сб. «Проблемы энергетики». М., Изд-во АН СССР, 1959, стр. 343.
13. Narasimha R. J. Fluid Mech., **12**, 2, 1962.
14. Lewis T. J. Proc. Roy. Soc., **244A**, 166, 1958.
15. Robinson L. B. Phys. Rev., **117**, 1281, 1960.
16. Gryzinski M. Phys. Rev., **115**, 374, 1959.
17. Schade R. Z. Phys., **104**, 487, 1937; **108**, 353, 1938.
18. Гусева Л. Г. «Тр. ВЭИ», вып. 63, № 7, 17, 1959.

Поступила в редакцию
4. 5 1966 г.

Кафедра
общей физики
для биологов

УДК 539.12.01

Г. Н. ШИКИН

К ВОПРОСУ О НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЯХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Рассматриваются нелинейные уравнения скалярного поля без массового члена с нелинейным членом по производной от полевой функции. Исследуется возможность существования нестационарных решений, дающих конечное значение для величин энергии и импульса поля — частицеподобных решений. Рассматривается четыре типа уравнений, получаемых из четырех типов функций Лагранжа: типа Борна—Инфельда, двух логарифмических функций типа Шредингера и типа $L = L_0 + L_{\mathrm{I}}$, где L_0 дает уравнение для свободного поля, а L_{I} дает нелинейные члены в уравнении поля. Для исследуемых уравнений комплексные поля имеют нестационарные частицеподобные решения, действительные поля не имеют.

Действительные поля. Рассмотрим уравнение, получаемое из функции Лагранжа типа Борна—Инфельда

$$L = \frac{1}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - \lambda\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu}\right)^2}\right).$$