Вестник
МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
№ 3 — 1967

УДК 539.216.2/537

Н. С. РЫТОВА

ЭКРАНИРОВАННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА В ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ

Для тонкой полупроводниковой пленки, толщина которой меньше дебройлевской длины волны свободных носителей, вычислен потенциал точечного заряда без учета и с учетом экранирования.

Для многих задач, связанных с физикой тонких пленок, необходимо знать, какой вид имеет в этих пленках энергия взаимодействия точечных зарядов, другими словами, каков потенциал, создаваемый точечным зарядом в тонкой пленке. При этом для проводящей пленки важно знать закон экранирования точечного заряда свободными электронами.

Пространственная неоднородность системы приводит к тому, что как неэкранированный потенциал точечного заряда, так и закон экранирования не такие, как в массивном кристалле. В пределе очень тонкой пленки они имеют специфический «двумерный» характер. Мы получим выражения для экранированного и неэкранированного потенциала в этом предельном случае, указав критерии его реализации.

Будем рассматривать пленку, толщина которой L мала по сравнению с дебройлевской длиной волны электронов, т. е. выполнены неравенства: $L \ll 1/\sqrt{N}$ в случае вырождения и $L \ll \hbar/\sqrt{2m\varkappa T}$ в случае распределения Больцмана. Здесь N — поверхностная концентрация электронов, T — температура, $\varkappa$ — постоянная Больцмана. (Для полупроводниковых пленок с толщиной $L=100$ Å, $m=0{,}1\ m_0$ эти условия выполнены для концентраций $n<10^{18}\ см^{-3}$, и температур $T<30°$K.) Тогда движение электрона по нормали к пленке квантовано, и при одновременном выполнении обоих неравенств эффективно заполнен только первый квантовый уровень. В этих условиях среднее расстояние между свободными электронами и неподвижными точечными зарядами, нейтрализующими заряд электронов, гораздо больше толщины пленки. Поэтому важно знать ход потенциала именно для таких расстояний.

Таким образом, задача состоит в том, чтобы найти асимптотики неэкранированного и экранированного потенциалов точечного заряда в пленке для расстояний, больших по сравнению с ее толщиной.

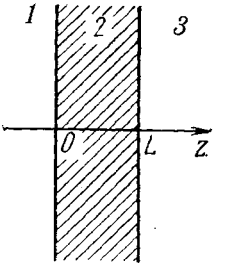
Неэкранированный потенциал

Пусть диэлектрическая проницаемость окружающей среды ε_1, пленки — ε_2, их отношение обозначим через $\varepsilon = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$. Ось z направим по нор-

мали к пленке (см. рис.) и будем считать пленку бесконечной в плоскости xy.

Потенциал $\varphi(\vec{r}, \vec{r'})$ точечного заряда, находящегося в точке $\vec{r'}$ пленки, создаваемый в точке $\vec{r}$, удовлетворяет в областях 1, 2, 3 уравнениям

$$\nabla^2_{\vec{r}} \varphi_1(\vec{r}, \vec{r'}) = 0,$$
$$\nabla^2_{\vec{r}} \varphi_2(\vec{r}, \vec{r'}) = -\frac{4\pi e}{\varepsilon_2} \delta(\vec{r} - \vec{r'}), \qquad (1)$$
$$\nabla^2_{\vec{r}} \varphi_3(\vec{r}, \vec{r'}) = 0$$



с граничными условиями

$$\text{при } z = 0, \quad \varphi_1 = \varphi_2, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial \varphi_2}{\partial z}, \qquad (2)$$
$$\text{при } z = L, \quad \varphi_2 = \varphi_3, \quad \varepsilon \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = \frac{\partial \varphi_3}{\partial z}$$

и требованию ограниченности на бесконечности.

В силу однородности и изотропности системы в плоскости пленки xy, $\varphi(\vec{r}, \vec{r'})$ зависит от $|\vec{\rho} - \vec{\rho'}|$, где $\vec{\rho}$ — радиус-вектор в этой плоскости. Это позволяет, не снижая общности, положить $\vec{\rho'} = 0$, т. е. поместить точечный заряд на оси z, и разложить потенциал $\varphi(\vec{r}, \vec{r'})$ в двойной интеграл Фурье:

$$\varphi(\vec{r}, \vec{r'}) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^2} e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \varphi(k, z, z'). \qquad (3)$$

Компоненты Фурье $\varphi(k, z, z')$ зависят от модуля $|\vec{k}|$. Подставляя (3) в (1) и (2), получаем для компонентов Фурье $\varphi(k, z, z')$ потенциала уравнения

$$\frac{\partial^2 \varphi_1(k, z, z')}{\partial z^2} - k^2 \varphi_1(k, z, z') = 0,$$
$$\frac{\partial^2 \varphi_2(k, z, z')}{\partial z^2} - k^2 \varphi_2(k, z, z') = -\frac{4\pi e}{\varepsilon_2} \delta(z - z'), \qquad (4)$$
$$\frac{\partial^2 \varphi_3(k, z, z')}{\partial z^2} - k^2 \varphi_3(k, z, z') = 0$$

с граничными условиями (2).

В интересующей нас области пленки 2 решение уравнений (4) имеет вид

$$\varphi_2(k, z, z') = \frac{2\pi e}{\varepsilon_2 k} \left\{ e^{-k|z-z'|} + \frac{2\delta}{e^{2kL} - \delta^2} [\delta \operatorname{ch} k(z - z') + e^{kL} \operatorname{ch} k(z + z' - L)] \right\}, \qquad (5)$$

где

$$\delta = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}.$$

Чтобы получить асимптотическое выражение для потенциала $\varphi_2(\vec{r}, \vec{r'})$ для расстояний $\rho \gg L$, достаточно знать его компонент Фурье $\varphi_2(k, z, z')$ для $kL \ll 1$. Полагая в (5) $kL \ll 1$, получаем не зависящее от z и z' выражение

$$\varphi(k) = \frac{2\pi e}{\varepsilon_2 k} \left[\frac{e^{kL} + \delta}{e^{kL} - \delta} \right]. \qquad (6)$$

Экспоненты в (6) не разложены в ряд, поскольку δ может быть близко по модулю к единице, и тогда одна из величин $(1-\delta)$ или $(1+\delta)$ может оказаться сравнимой с kL.

Таким образом, для расстояний, бо́льших по сравнению с толщиной пленки, потенциал точечного заряда в пленке не зависит от координат z и z', становится «двумерным». Получим выражение для него в трех предельных случаях.

1. $\varepsilon \gg 1$, т. е. оптическая плотность пленки больше, чем окружающей среды. В этом случае $\delta = 1 - \frac{2}{\varepsilon}$ и выражение (6) принимает вид

$$\varphi(k) = \frac{4\pi e}{\varepsilon_2 Lk\left(k + \frac{2}{\varepsilon L}\right)}. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (3), находим для $\rho \gg L$

$$\varphi(\rho) = \frac{2e}{\varepsilon_2 L}\int_0^\infty \frac{J_0(k\rho)\,dk}{k + \frac{2}{\varepsilon L}} = \frac{\pi e}{\varepsilon_2 L}\left[H_0\left(\frac{2\rho}{\varepsilon L}\right) - N_0\left(\frac{2\rho}{\varepsilon L}\right)\right], \tag{8}$$

где $H_0(x)$ и $N_0(x)$, $J_0(x)$ — функции Струве, Неймана и Бесселя нулевого порядка.

Для очень больших расстояний $\rho \gg \frac{\varepsilon L}{2}$ выражение (8) принимает вид

$$\varphi(\rho) = \frac{e}{\varepsilon_1 \rho}, \tag{9}$$

т. е. на очень далеких расстояниях потенциал точечного заряда становится таким, как если бы пленки вообще не было. Это кулоновский потенциал в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε_1.

2. $\varepsilon \approx 1$, т. е. оптические плотности пленки и окружающей среды примерно одинаковы. В этом случае $|\delta| \ll 1$ и

$$\varphi(k) = \frac{2\pi e}{\varepsilon_1 k} = \frac{2\pi e}{\varepsilon_2 k}. \tag{10}$$

Поскольку $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2$, система становится почти однородной, и, подставляя (10) в (3), для расстояний $\rho \gg L$ получаем кулоновский потенциал:

$$\varphi(\rho) = \frac{e}{\varepsilon_2}\int_0^\infty J_0(k\rho)\,dk = \frac{e}{\varepsilon_2 \rho} = \frac{e}{\varepsilon_1 \rho}.$$

3. $\varepsilon \ll 1$, т. е. оптическая плотность пленки гораздо меньше, чем окружающей среды. Здесь $\delta = -(1-2\varepsilon)$ и

$$\varphi(k) = \frac{2\pi e\varepsilon}{\varepsilon_2 k} = \frac{2\pi e}{\varepsilon_1 k},$$

т. е. и в этом случае уже для $\rho \gg L$ потенциал таков, как если бы пленки не было

$$\varphi(\rho) = \frac{e}{\varepsilon_1 \rho}.$$

Экранированный потенциал

Пусть пленка содержит свободные заряды (электроны), распределенные со средней поверхностной концентрацией N, и неподвижные заряды противоположного знака, распределенные с той же средней поверхностной концентрацией. В целом пленка нейтральна и макроскопически однородна в плоскости xy.

Экранированный потенциал $\tilde{\varphi}(\vec{r}, \vec{r}')$ точечного заряда, расположенного в точке $\vec{r}'$ такой пленки (как и прежде, полагаем $\vec{\rho}'=0$) удовлетворяет в области (2) уравнению

$$\nabla^2_{\vec{r}} \varphi_2(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{4\pi e}{\varepsilon_2}[\delta(\vec{r}-\vec{r}') - \Delta n(\vec{r}, \vec{r}')], \qquad (11)$$

где $\Delta n(\vec{r}, \vec{r}')$ — изменение концентрации свободных электронов в точке $\vec{r}$ под действием поля точечного заряда в $\vec{r}'$.

В условиях теплового равновесия концентрация электронов есть функция электрохимического потенциала

$$\mu = \mu_0 + e\tilde{\varphi},$$

где μ_0 — химический потенциал электронов в отсутствие поля. Для достаточно больших расстояний, когда $e\tilde{\varphi} \ll \mu_0$, можно разложить Δn в ряд по $\tilde{\varphi}$ и ограничиться первым линейным членом разложения

$$\Delta n = \frac{\partial n}{\partial \mu_0} e\tilde{\varphi}. \qquad (12)$$

Подставляя (12) в (11) и разлагая $\tilde{\varphi}(\rho, z, z')$ в интеграл Фурье по образцу (3), получаем для компонентов Фурье уравнения

$$\begin{gathered}
\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}_1(k, z, z')}{\partial z^2} - k^2 \tilde{\varphi}_1(k, z, z') = 0, \\
\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}_2(k, z, z')}{\partial z^2} - \left[k^2 + \frac{4\pi e^2}{\varepsilon_2} \frac{\partial n}{\partial \mu_0}\right] \tilde{\varphi}_2(k, z, z') = -\frac{4\pi e}{\varepsilon_2} \delta(z - z'), \qquad (13) \\
\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}_3(k, z, z')}{\partial z^2} - k^2 \tilde{\varphi}_3(k, z, z') = 0
\end{gathered}$$

с граничными условиями для $\tilde{\varphi}$ такими же, как для φ в (2).

Мы получили для $\tilde{\varphi}_2$ линейное уравнение с переменным коэффициентом, так как $\frac{\partial n}{\partial \mu_0}$ зависит от z. Заметим, что характерное расстояние, на котором заметно меняется $\frac{\partial n}{\partial \mu_0}$ составляет L. Если в уравнении для $\tilde{\varphi}_2$ заменить величину $\frac{\partial n}{\partial \mu_0}$ ее средним значением

$$\left\langle \frac{\partial n}{\partial \mu_0} \right\rangle = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\partial n}{\partial \mu_0} dz = \frac{1}{L} \frac{\partial N}{\partial \mu_0},$$

то уравнение примет вид

$$\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}_2}{\partial z^2} - \tilde{k}^2 \tilde{\varphi}_2 = -\frac{4\pi e}{\varepsilon_2} \delta(z - z'), \qquad (14)$$

где

$$\tilde{k} = \sqrt{k^2 + \frac{4\pi e^2}{\varepsilon_2 L}\frac{\partial N}{\partial \mu_0}}. \qquad (15)$$

Характерное расстояние, на котором заметно меняется решение уравнения (14), есть $\tilde{k}^{-1}$. Если оно велико по сравнению с L, т. е. $\tilde{k}L \ll 1$, то $\tilde{\varphi}_2(k, z, z')$ приближенно совпадает с решением уравнения (14) со средним коэффициентом. Заменяя второе уравнение в (13) на (14) и решая полученную при этом систему уравнений, получаем для $\tilde{\varphi}_2(k, z, z')$ выражение, формально сходное с (5):

$$\tilde{\varphi}_2(k, z, z') = \frac{2\pi e}{\varepsilon_2 \tilde{k}}\left\{e^{-\tilde{k}|z-z'|} + \frac{2\tilde{\delta}}{e^{2\tilde{k}L} - \tilde{\delta}^2}\left[\tilde{\delta}\operatorname{ch}\tilde{k}(z-z') + \right.\right.$$

$$\left.\left. + e^{\tilde{k}L}\operatorname{ch}\tilde{k}(z+z'-L)\right]\right\}, \qquad (16)$$

где $\tilde{k}$ определено равенством (15), а

$$\tilde{\delta} = \frac{\varepsilon\tilde{k} - k}{\varepsilon\tilde{k} + k}.$$

Поскольку в (16) $\tilde{k}L \ll 1$, получаем, как и в (6), «двумерное» выражение

$$\tilde{\varphi}(k) = \frac{2\pi e}{\varepsilon_2 \tilde{k}}\left[\frac{e^{\tilde{k}L} + \tilde{\delta}}{e^{\tilde{k}L} - \tilde{\delta}}\right]. \qquad (17)$$

Неравенство $\tilde{k}L \ll 1$ может быть реализовано лишь при одновременном выполнении двух неравенств

$$kL \ll 1$$

и

$$\frac{4\pi e^2 L}{\varepsilon_2}\frac{\partial N}{\partial \mu_0} \ll 1. \qquad (18)$$

Первое неравенство означает, что выражение (17) описывает ход потенциала $\tilde{\varphi}(\rho)$ на далеких расстояниях $\rho \gg L$.

Выясним физический смысл неравенства (18). В принятых в начале статьи приближениях

$$\mu_0 = E_1 + \varkappa T \ln\left(e^{\frac{\pi N\hbar^2}{m\varkappa T}} - 1\right),$$

где E_1 — энергия первого квантового уровня, и

$$\frac{\partial N}{\partial \mu_0} = \frac{m}{\pi\hbar^2}\left(1 - e^{-\frac{\pi N\hbar^2}{m\varkappa T}}\right). \qquad (19)$$

Подставляя (19) в (18), получаем

$$\frac{4L}{a}\left(1 - e^{-\frac{\pi N\hbar^2}{m\varkappa T}}\right) \ll 1, \qquad (20)$$

где $a = \varepsilon_2\hbar^2/me^2$ — радиус первой боровской орбиты в среде с диэлектрической проницаемостью ε_2. В предельных случаях вырожденного распреде-

ления Ферми для электронов на первом уровне $\left(\frac{\pi N\hbar^2}{m\varkappa T} \gg 1\right)$ и невырожденного распределения Больцмана $\left(\frac{\pi N\hbar^2}{m\varkappa T} \ll 1\right)$ неравенство (20) принимает вид

$$\frac{4L}{a} \ll 1, \quad \frac{4L}{a}\,\frac{\pi N\hbar^2}{m\varkappa T} \ll 1. \tag{21}$$

Чтобы выяснить физический смысл требования (20), вспомним выражение для дебаевского радиуса r_0 в массивном кристалле:

$$r_0^{-1} = \begin{cases} 2\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/6} \sqrt{\frac{me^2}{\varepsilon_2\hbar^2}\, n^{1/3}} & \text{(случай Ферми)} \\ \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{\varepsilon_2 \varkappa T}} & \text{(случай Больцмана).} \end{cases} \tag{22}$$

Составим отношение $\alpha = \frac{L}{r_0}$, учтя, что $n = \frac{N}{L}$.

$$\alpha = \frac{L}{r_0} = \begin{cases} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/6} (NL^2)^{1/6} \left(\frac{4L}{a}\right)^{1/2} & \text{(случай Ферми)} \\ \left(\frac{\pi N\hbar^2}{m\varkappa T}\right)^{1/2} \left(\frac{4L}{a}\right)^{1/2} & \text{(случай Больцмана).} \end{cases} \tag{23}$$

Сравнивая предельные выражения (23) соответственно с левыми частями неравенств (21), видим, что условие (20), обеспечивающее «двумерность» экранированного потенциала на далеких расстояниях, совпадает с условием $\alpha \ll 1$, т. е. толщина пленки должна быть меньше дебаевского радиуса экранирования в массивном кристалле.

Как и в предыдущем параграфе, получим выражение для двумерного экранированного потенциала $\tilde{\varphi}(\rho)$ для трех предельных соотношений ε_1 и ε_2. Будем рассматривать случай вырождения, когда

$$\tilde{k} = \sqrt{k^2 + \frac{4}{aL}}, \tag{24}$$

помня, что, согласно (21), от него легко перейти к невырожденному случаю, заменив в (24) a на $a\,\frac{m\varkappa T}{\pi N\hbar^2}$.

1. $\varepsilon \gg 1$. В этом случае $1 + \tilde{\delta} = 2$, $1 - \tilde{\delta} = \frac{2k}{\varepsilon\tilde{k}}$ и из (17) получаем*

$$\tilde{\varphi}(k) = \frac{4\pi e}{\varepsilon_2 L\left[k\left(k + \frac{2}{\varepsilon L}\right) + \frac{4}{aL}\right]}. \tag{25}$$

Если при этом

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \ll \frac{4L}{a},$$

то в знаменателе (25) можно пренебречь линейным членом

$$\tilde{\varphi}(k) = \frac{4\pi e}{\varepsilon_2 L\left(k^2 + \frac{4}{aL}\right)}.$$

* Тот же результат был получен с помощью диаграммной техники. Рытова Н. С. ДАН СССР, **163**, 1118, 1965.

Тогда для $\rho \gg L$ получаем

$$\tilde{\varphi}(\rho) = \frac{2e}{\varepsilon_2 L} K_0\left(\frac{2\rho}{\sqrt{L \cdot a}}\right), \tag{26}$$

где $K_0(x)$ — функция Макдональда нулевого порядка. Для расстояний $\rho > \rho_0 = \frac{1}{2}\sqrt{L \cdot a}$ (26) принимает вид

$$\tilde{\varphi}(\rho) = \frac{2e}{\varepsilon_2 L} \sqrt{\frac{2\rho_0}{\pi\rho}}\, e^{-\frac{\rho}{\rho_0}},$$

из которого следует, что экранированный потенциал экспоненциально мал за пределами круга радиуса ρ_0, где

$$\rho_0 = \begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{La} & \text{(случай Ферми)} \\ \frac{1}{2}\sqrt{La\frac{m\varkappa T}{\pi N\hbar^2}} = \sqrt{\frac{L\varepsilon_2\varkappa T}{4\pi N e^2}} & \text{(случай Больцмана).} \end{cases}$$

В случае Больцмана двумерный радиус экранирования ρ_0 имеет ту же структуру, что и трехмерный (ср. с (22)). В случае Ферми ρ_0 не зависит от концентрации, что принципиально является следствием двумерной статистики.

2. $\varepsilon \approx 1$. Подставляя в (17) $1 + \tilde{\delta} = \frac{2\tilde{k}}{k + \tilde{k}}$ и $1 - \tilde{\delta} = \frac{2k}{k + \tilde{k}}$, получаем

$$\tilde{\varphi}(k) = \frac{2\pi e}{\varepsilon_2\left(k + \frac{2}{a}\right)}, \tag{27}$$

откуда для $\rho \gg L$

$$\tilde{\varphi}(\rho) = \frac{e}{\varepsilon_2}\left\{\frac{1}{\rho} - \frac{\pi}{a}\left[H_0\left(\frac{2\rho}{a}\right) - N_0\left(\frac{2\rho}{a}\right)\right]\right\}. \tag{28}$$

Для больших расстояний, $\rho \gg \frac{a}{2}$, (28) принимает вид

$$\tilde{\varphi}(\rho) = \begin{cases} \frac{ea^2}{4\varepsilon_2\rho^3} & \text{(случай Ферми)} \\ \frac{ea^2}{4\varepsilon_2\rho^3}\left(\frac{\varkappa T m}{\pi N\hbar^2}\right)^2 & \text{(случай Больцмана).} \end{cases} \tag{29}$$

Радиуса экранирования в этом случае нет. На далеких расстояниях потенциал убывает как обратный куб расстояния.

3. $\varepsilon \ll 1$. Подставляя в (17) $1 + \tilde{\delta} = \frac{2\varepsilon\tilde{k}}{\varepsilon\tilde{k} + k}$ и $1 - \tilde{\delta} = \frac{2k}{\varepsilon\tilde{k} + k}$ и выбрасывая из полученного выражения слагаемое, не зависящее от k (поскольку оно не влияет на ход потенциала на далеких расстояниях), получаем

$$\tilde{\varphi}(k) = \frac{2\pi e\varepsilon}{\varepsilon_2\left(k + \frac{2\varepsilon}{a}\right)} = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon_1\left(k + \frac{2me^2}{\varepsilon_1\hbar^2}\right)}. \tag{30}$$

Результат совпадает с формулой (27) для случая 2, если заменить в ней ε_2 на ε_1. С той же заменой для случая 3 справедливы и формулы (28), (29).

Выражения для экранированного потенциала в случаях 2 и 3 не зависят ни от толщины пленки L, ни от ее диэлектрической проницаемости ε_2 (в случае 2 $\varepsilon_1=\varepsilon_2$) и потому могут быть получены предельным переходом к нейтральной проводящей плоскости (см. ниже). Выражение (26), справедливое в случае 1, содержит конечную толщину пленки L и ее диэлектрическую проницаемость ε_2. Для этого случая принципиально не может быть предельного перехода от пленки конечной толщины к проводящей плоскости.

Экранированный потенциал точечного заряда в проводящей плоскости.

Плоскость $z=0$ нейтральна и содержит свободные заряды со средней поверхностной концентрацией N. Диэлектрическая проницаемость окружающей среды ε_1. Вычислим потенциал, создаваемый в плоскости $z=0$ точечным зарядом $+e$, помещенным в начале координат.

В областях 1 ($z<0$) и 2 ($z>0$) потенциал $\varphi(r)$ удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\nabla^2\varphi=0. \tag{31}$$

Потенциал ограничен на бесконечности, на границе раздела $z=0$ выполнены условия

$$\begin{cases} \varphi_1=\varphi_2, \\ \dfrac{\partial\varphi_1}{\partial z}-\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial z}=\dfrac{4\pi}{\varepsilon_1}\sigma(\rho), \end{cases} \tag{32}$$

где $\sigma(\rho)$ — поверхностная концентрация заряда в плоскости $z=0$, которая складывается из концентрации точечного заряда в начале координат и заряда, возникшего из-за перераспределения свободных электронов в поле этого точечного заряда.

$$\sigma(\rho)=e\delta(\vec{\rho})-e\Delta N(\rho).$$

Разложим $\varphi(\vec{r})$ в двойной интеграл Фурье:

$$\varphi(\vec{r})=\int\frac{d\vec{k}}{(2\pi)^2}\,e^{i\vec{k}\vec{\rho}}\,\varphi(k,z).$$

Для компонентов Фурье $\varphi(k, z)$ получаем из (31) и (32) уравнение

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}-k^2\varphi=0 \tag{33}$$

с граничными условиями

при $z=0$

$$\begin{cases} \varphi_1=\varphi_2 \\ \dfrac{\partial\varphi_1}{\partial z}-\dfrac{\partial\varphi_2}{\partial z}=\dfrac{4\pi e}{\varepsilon_1}(1-\Delta N(k)) \end{cases} \tag{34}$$

и требованием ограниченности на бесконечности.

Подставляя в граничные условия (34) решения уравнения (33) $\varphi_1(k, z)=c_1e^{kz}$ и $\varphi_2(k, z)=c_2e^{-kz}$ получаем для Фурье-компонента потенциала в плоскости $z=0$ уравнение

$$\tilde{\varphi}(k)\equiv\varphi(k,\ z=0)=\frac{2\pi e}{\varepsilon_1 k}[1-\Delta N(k)]. \tag{35}$$

На далеких расстояниях, т. е. для малых k, ΔN линейно по $\tilde{\varphi}$

$$\Delta N=\frac{\partial N}{\partial\mu_0}e\tilde{\varphi}(k). \tag{36}$$

Подставляя (36) в (35), находим

$$\tilde{\varphi}(k)=\frac{2\pi e}{\varepsilon_1\left(k+\dfrac{2\pi e^2}{\varepsilon_1}\dfrac{\partial N}{\partial\mu_0}\right)}.$$

Этот результат совпадает с результатами (27) и (30) для пленки конечной толщины.

Автор выражает благодарность В. Л. Бонч-Бруевичу за полезные замечания.

Поступила в редакцию
9. 2 1966 г.

Кафедра
полупроводников