Вестник московского университета

№ 4 - 1967

ಗಾಂ

УДК 621.396.67.095.11

р. м. голынская

О СРЕДНИХ ДИАГРАММАХ НАПРАВЛЕННОСТИ И ПОТЕРЯХ УСИЛЕНИЯ АНТЕНН

Получен уход максимума средней диаграммы направленности относительно максимума диаграммы направленности антенны в отсутствии случайных вариаций в амплитудно-фазовом распределении источников по антенне. Теоретические результаты совпадают с экспериментальными, полученными в [1].

§ 1. Влияние на среднюю диаграмму направленности и потери усиления нечетного коэффициента корреляции

До настоящего времени в теории линейных антенн, а также при изучении дифракционной картины поля в фокальной плоскости линзы предполагалось, что четырехмерный нормальный закон распределения плотности вероятности, описывающий случайные процессы, происходящие в раскрыве антенны, образован флуктуациями фазы и логарифма амплитуды [1, 2]. Вместе с предположением четности коэффициента корреляции амплитудно-фазовой неоднородности это приводило к независимости флуктуаций амплитуды и фазы в выражениях для средней диаграммы направленности или в выражениях для дифракционной картины поля в фокальной плоскости линзы.

Однако случай независимости флуктуаций амплитуды и фазы по антенне является частным случаем. Предположение же четности коэффициента корреляции амплитудно-фазовой неоднородности также частный случай. Более естественно предположить, что коэффициент корреляции амплитудно-фазовой неоднородности может быть функцией любого вида. Поэтому в данной работе предполагается, что четырехмерный нормальный закон распределения плотности вероятности, описывающий случайные процессы в раскрыве антенны, образован флуктуациями амплитуды и фазы, это приводит к зависимости флуктуаций амплитуды и фазы. Коэффициент корреляции амплитудно-фазовой неоднородности предполагается функцией произвольного вида.

Так как произвольную функцию всегда можно представить в виде суммы четной и нечетной функций единственным образом, поэтому функцию корреляции амплитудно-фазовой неоднородности по антенне можно представить в виде суммы четной и нечетной частей и рассмотреть влияние этих частей на среднюю диаграмму направленности и потери усиления отдельно. В работе [3] экспериментально получены коэффициенты взаимной временной автокорреляции флуктуаций амплитуды и фазы отраженного от ионосферы сигнала. Эти коэффициенты имеют нечетный вид. Считая исследуемый процесс эргодическим, можно усреднение во времени заменить усреднением по ансамблю. Тогда существование взаимной временной автокорреляционной функции флуктуаций амплитуды и фазы определенного вида предполагает существование взаимной корреляционной функции флуктуаций амплитуды и фазы такого же вида в пространстве.

Остановимся на изучении влияния нечетного коэффициента корреляции флуктуаций амплитуды и фазы на среднюю диаграмму направленности и потери усиления антенны.

Запишем выражения для средней диаграммы направленности и потерь усиления в зависимости от функций корреляции амплитудной, фазовой и амплитудно-фазовой неоднородностей в следующем виде:

$$\overline{|f(\psi)|^2} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [1 + j(\rho_{13} - \rho_{14}) + j(\rho_{23} - \rho_{24}) + \rho_{13} - (\rho_{23} - \rho_{24})(\rho_{13} - \rho_{14})] e^{-\frac{1}{2}(\rho_{33} + \rho_{44} - 2\rho_{34})} e^{j\psi(x-x')} dx dx',$$
(1)

где ρ_{nm} — функции корреляции, $\psi = \frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta$, θ — угол между нормалью к антенне и направлением на точку наблюдения.

Для синфазной антенны с равномерным распределением амплитуды поля по длине антенны найдем выражения средней диаграммы направленности и потерь усиления в случае нечетного коэффициента корреляции амплитудно-фазовой неоднородности. Рассмотрим следующие коэффициенты корреляции:

$$\begin{split} \rho_{11} &= \overline{\Delta E^2}; \quad \rho_{12} = \overline{\Delta E^2} e^{-\frac{|x-x'|}{c_E}}; \\ \rho_{13} &= 0; \quad \rho_{14} = \sqrt{\overline{\Delta E^2}} \sqrt{\overline{\Delta \phi^2}} \rho_0 - \frac{\frac{x-x'}{c_{E\phi}}}{1 + \frac{(x-x')^2}{c_{E\phi}^2}}; \\ \rho_{21} &= \rho_{12}; \quad \rho_{22} = \rho_{11}; \quad \rho_{23} = -\rho_{14}; \\ \rho_{24} &= 0; \quad \rho_{31} = \rho_{13}; \quad \rho_{32} = \rho_{23}; \\ &\cdot \rho_{33} = \Delta \overline{\phi^2}; \quad \rho_{34} = \Delta \overline{\phi^2} e^{-\frac{|x-x'|}{c_{\phi}}}; \\ \rho_{41} &= \rho_{14}; \quad \rho_{42} = \rho_{24}; \quad \rho_{43} = \rho_{34}; \quad \rho_{44} = \rho_{33}, \end{split}$$

(2)

где $\overline{\Delta E^2}$ — интенсивность флуктуаций амплитуды, равномерно распределенная по длине антенны, $\overline{\Delta \varphi}^2$ — интенсивность флуктуаций фазы, равномерно распределенная по длине антенны, C_E , C_{φ} , $C_{E\varphi}$ — радиусы корреляции амплитудной, фазовой и амплитудно-фазовой неоднородностей, ρ_0 — максимальный коэффициент корреляции амплитудно-фазовой неоднородности. Тогда выражения для средней диаграммы направленности и потерь усиления примут вид

$$\overline{|f(\psi)|^2} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left[1 - 2\rho_0 j \sqrt{\overline{\Delta E^2}} \sqrt{\overline{\Delta \phi^2}} \frac{\frac{x - x'}{c_{E\phi}}}{1 + \frac{(x - x')^2}{c_{E\phi}^2}} + \overline{\Delta E^2} e^{-\frac{|x - x'|}{c_E}} \right]$$

$$-\rho_{0}^{2}\overline{\Delta E^{2}} \,\overline{\Delta \phi^{2}} \, \frac{\frac{(x-x')^{2}}{c_{E\phi}^{2}}}{\left(1+\frac{(x-x')^{2}}{c_{E\phi}^{2}}\right)^{2}} \left[e^{-\overline{\Delta \phi^{2}}\left(1-e^{\frac{|x-x'|}{c_{\phi}}}\right)}e^{j\psi(x-x')}\,dx\,dx',\qquad(3)$$

$$G = 1 - \frac{\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left[1 - 2\rho_0 j \sqrt{\overline{\Delta E^2}} \sqrt{\overline{\Delta \phi^2}} - \frac{\frac{x - x'}{c_{E\phi}}}{1 - \frac{(x - x')^2}{c_{E\phi}^2}} + \overline{\Delta E^2} e^{-\frac{|x - x'|}{c_E}} - \frac{4(1 + \Delta E^2)}{4(1 + \Delta E^2)} + \frac{1 - \frac{(x - x')^2}{c_{E\phi}^2}}{c_{E\phi}^2} + \frac{1 - \frac{(x - x')^2}{c_{E\phi}^2}}{c_{E\phi}^2}} + \frac{1 - \frac{(x - x')^2}{c_{E\phi}^2}}{c_{E\phi}^2} + \frac{(x - x')^2}{c_{E\phi}^2}}$$

$$-\varphi_0^2 \overline{\Delta E^2} \frac{\frac{(x-x')^2}{c_{E\varphi}^2}}{\left(1+\frac{(x-x')^2}{c_{E\varphi}^2}\right)^2} \left[e^{-\frac{\overline{\Delta \varphi^2}}{c_{\varphi}} \left(1-e^{\frac{|x-x'|}{c_{\varphi}}}\right)} dx dx' \right]$$

$$(4)$$

Предельные выражения в этом случае равны

$$\overline{|f(\psi)|^2} \to \frac{4\sin^2\psi}{\psi^2} e^{-\overline{\Delta\varphi^2}} \quad \text{при } c_E \to 0, \ c_{\varphi} \to 0, \ c_{E\varphi} \to 0,$$
(5)

$$\overline{|f(\varphi)|^2} \rightarrow \frac{4\sin^2\psi}{\psi^2} (1 + \overline{\Delta E^2})$$
 при $c_E \rightarrow \infty, \ c_{\varphi} \rightarrow \infty, \ c_{E\varphi} \rightarrow \infty,$ (6)

$$\Delta G \to 1 - \frac{e^{-\overline{\Delta \varphi^2}}}{1 + \Delta E^2} \quad \text{при } c_E \to 0, \ c_{\varphi} \to 0, \ c_{E\varphi} \to 0, \tag{7}$$

$$\Delta G \to 0$$
 при $c_E \to \infty$, $c_{\varphi} \to \infty$, $c_{E\varphi} \to \infty$. (8)

Предельные соотношения позволяют проверить правильность полученных выражений. Устремляя радиусы корреляции к нулю, мы получаем дельта-коррелированный процесс и, следовательно, максимальное искажение амплитудно-фазового распределения источников по антенне. Анализ средних диаграмм направленности и потерь усиления показывает, что средняя диаграмма направленности в этом предельном случае наиболее отличается от диаграммы направленности антенны в отсутствие случайных вариаций в амплитудно-фазовом распределении источников по антенне, к бесконечности, мы получаем диаграмму направленности в отсутствие случайных вариаций в амплитудно-фазовом распределении источников по антенне, а потери усиления наибольшие. Устремляя радиус корреляции к бесконечности, мы получаем диаграмму направленности в отсутствие случайных вариаций в амплитудно-фазовом распределении источников и потери усиления, равные нулю. Действительно, в пределах антенны имеем полную коррелированность, и, следовательно, диаграмма направленности не искажается.

Рассматривая предельные соотношения, нужно отметить, что малость радиусов корреляции амплитудной, фазовой и амплитудно-фазовой неоднородностей означает их малость по сравнению с размером антенны, но все же они должны быть больше длины волны. Предельные соотношения показывают тенденцию изменения средних диаграмм направленности и потерь усиления.

По формулам (3) и (4) проведены расчеты средних диаграмм направленности и потерь усиления антенн для нечетного коэффициента корреляции амплитудно-фазовой неоднородности при разных значениях интенсивности флуктуаций амплитуды и фазы и разных радиусах корреляции амплитудно-фазовой неоднородности. Анализ полученных данных показывает, что направление максимума средней диаграммы направленности смещается относительно максимума диаграммы направленности в отсутствие случайных вариаций в амплитудно-фазовом распределении источников по антенне.

Так, при $\rho_0 = 1$, $C_E = 0,1$, $C_{\varphi} = 0,1$, $\overline{\Delta E^2} = 0,81$ и $\overline{\Delta \varphi^2} = 3,0$ для антенны в 25 длин волн направление максимума средней диаграммы направленности смещается на 40 минут по сравнению с направлением максимума диаграммы направленности в отсутствие случайных вариаций в амплитудно-фазовом распределении источников по антенне; потери усиления в данном случае равны 0,932 (см. табл. 1).

Таблица 1

θ	<u> </u> ƒ (θ) ²	fo (0) 2	θ	$\overline{ f(\theta) ^2}$	$ f_0(\theta) ^2$
$ \begin{array}{r} -1^{\circ}00' \\ -50' \\ -40' \\ -30' \\ -20' \\ -10' \\ \end{array} $	0,350 0,438 0,532 0,622 0,715 0,800	0,510 0,637 0,752 0,857 0,950 0,980	$ \begin{vmatrix} 0 \\ +10' \\ +20' \\ +30' \\ +40' \\ +50' \end{vmatrix} $	0,876 0,930 0,970 0,987 1,000 0,995	1,000 0,980 0,950 0,857 0,752 0,637

Полученные результаты подтверждаются экспериментальными данными. В [4] описано измерение «мгновенных диаграмм направленности». На основе экспериментальных данных построены интегральные и дифференциальные распределения флуктуаций направления максимума диаграмм направленности. Характер распределения направлений максимума диаграмм направленности в горизонтальной и вертикальной плоскостях различен на разных трассах (в некоторых случаях кривая имеет немонотонный характер). На всех исследованных трассах направление максимума диаграмм направленности как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости испытывает быстрые флуктуации вокруг своего среднего значения, которое меняется от сеанса к сеансу. В подавляющем числе случаев изменение среднего направления от сеанса к сеансу не превышало одного градуса.

При статистической оценке направлений максимума диаграмм направленности следует различать две величины: среднее значение направлений максимума диаграмм направленности и направление максимума средней диаграммы направленности. Эти величины полностью не совпадают лишь потому, что формы диаграммы направленности искажаются при распространении через неоднородную среду (см. рисунки в [1]). Так как «мгновенные диаграммы направленности» отличаются друг от друга, то и среднее значение направлений максимума диаграмм направленности будет отличаться от направления максимума средней диаграммы направленности. Но это отличие невелико. Поэтому все экспериментальные результаты, относящиеся к среднему значению направлений максимума диаграмм направленности, можно отнести к направлению максимума средней диаграммы направленности.

Итак, существование зависимости флуктуаций амплитуды и фазы и нечетного коэффициента корреляции амплитудно-фазовой неоднородности подтверждается экспериментально.

В результате сопоставления теоретических и экспериментальных данных можно сделать вывод о статистической структуре поля, прошедшего через неоднородную среду. Наклон нечетного коэффициента корреляции амплитудно-фазовой неоднородности меняется с течением времени от 0 до п.

Снимая одновременно с измерением диаграмм направленности амилитудно-фазовое распределение источников в раскрыве антенны, можно корректировать точность определения координат цели. Это, например, может иметь место при снятии карты радиоисточников в радиоастрономии.

§ 2. Влияние интенсивности флуктуаций амплитуды на среднюю диаграмму направленности и потери усиления

Во многих работах подробно изучено влияние флуктуаций фазы на статистические характеристики антенн, влияние же флуктуаций амплитуды изучено недостаточно. В связи с этим в настоящей работе рассмотрена зависимость средней диаграммы направленности и потерь усиления от интенсивности флуктуаций амплитуды.

Рассмотрим случай, когда имеют место только флуктуации амплитуды, интенсивность флуктуаций фазы в формуле (1) положим равной нулю. Тогда для средней диаграммы направленности и потерь усиления запишем

$$\overline{|f(\psi)|^2} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left[1 + \overline{\Delta E^2} e^{-\frac{|x-x'|}{c_E}}\right] e^{i\psi(x-x')} dx dx', \qquad (9)$$

$$\Delta G = 1 - \frac{\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \left[1 + \overline{\Delta E^2} e^{-\frac{|x-x'|}{c_E}}\right] dx dx'}{4\left(1 + \overline{\Delta E^2}\right)}. \qquad (10)$$

Предельные выражения в этом случае равны

$$\lim \overline{|f(\psi)|^2} = \frac{4\sin^2\psi}{\psi^2}, \quad c_E \to 0, \tag{11}$$

$$\lim |\overline{f(\psi)}|^2 = (1 + \overline{\Delta E^2}) \frac{4\sin^2 \psi}{\psi^2} c_E \to \infty, \qquad (12)$$

$$\lim \Delta G = \frac{\overline{\Delta E^2}}{1 + \overline{\Delta E^2}}, \ c_E \to 0,$$
$$\lim \Delta G = 0, \quad c_E \to \infty.$$

В случае чисто амплитудных флуктуаций проведены расчеты потерь усиления в зависимости от интенсивности флуктуаций амплитуды и радиуса корреляции амплитудной неоднородности по антенне. Данные приведены в табл. 2. При увеличении интенсивности флуктуаций ампли-

Таблица 2

C_E ΔE^2	0,0	0,1	0,2	0,5	1.0
$\begin{array}{c} 0,01\\ 0,04\\ 0,09\\ 0,16\\ 0,25\\ 0,36\\ 0,49\\ 0,64\\ 0,81\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,010\\ 0,038\\ 0,082\\ 0,138\\ 0,200\\ 0,265\\ 0,328\\ 0,390\\ 0,447\\ \end{array}$	0,009 0,035 0,076 0,127 0,184 0,244 0,302 0,359 0,412	0,008 0,032 0,068 0,105 0,166 0,231 0,273 0,325 0,372	$\begin{array}{c} 0,006\\ 0,023\\ 0,051\\ 0,075\\ 0,124\\ 0,164\\ 0,203\\ 0,241\\ 0,276\end{array}$	$\begin{array}{c} 0,004\\ 0,014\\ 0,030\\ 0,050\\ 0,072\\ 0,097\\ 0,119\\ 0,142\\ 0,162\\ \end{array}$

туды потери усиления увеличиваются, а при увеличении радиуса корреляции амплитудной неоднородности — уменьшаются. Аналогичные результаты получаем и при чисто фазовых флуктуациях. При амплитудных и фазовых флуктуациях влияние интенсивности флуктуаций амплитуды на среднюю диаграмму направленности и потери усиления в случаях зависимых и независимых флуктуаций амплитуды и фазы различно. Разное влияние интенсивностей флуктуаций амплитуды при независимых и зависимых флуктуациях показано в таблицах 3 и 4.

Таблица З

$\overline{\Delta \ \varphi^2}$	0	0,1	0,2	0,5	1.0	3,0
0,01 0,04 0,09 0,16 0,25 0,36 0,49 0,64 0,81	0,010 0,038 0,083 0,137 0,200 0,265 0,330 0,390 0,448	0,105 0,130 0,172 0,222 0,276 0,335 0,393 0,448 0,501	0,190 0,212 0,248 0,293 0,346 0,397 0,451 0,500 0,547	$\begin{array}{c} 0,400\\ 0,417\\ 0,444\\ 0,477\\ 0,516\\ 0,554\\ 0,593\\ 0,631\\ 0,665\\ \end{array}$	0,635 0,647 0,663 0,683 0,706 0,730 0,753 0,776 0,797	$\begin{array}{c} 0,950\\ 0,952\\ 0,954\\ 0,957\\ 0,960\\ 0,963\\ 0,967\\ 0,970\\ 0,972\\ \end{array}$

Таблица 4

$\frac{\overline{\Delta \varphi^2}}{\Delta E^2}$	0,0	1,0	3,0
0,01 0,04 0,C9 0,16 0,25 0,36 0,49 0,64 0,81	$\begin{array}{c} 0,009\\ 0,035\\ 0,076\\ 0,127\\ 0,184\\ 0,244\\ 0,302\\ 0,359\\ 0,412 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,580\\ 0,581\\ 0,581\\ 0,582\\ 0,583\\ 0,584\\ 0,586\\ 0,586\\ 0,587\\ 0,588\end{array}$	0,892 0,885 0,877 - 0,864 0,860 0,851 0,845

Приведем значения интенсивности флуктуаций фазы, при которых с изменением интенсивности флуктуаций амплитуды потери усиления не меняются:

 $\Delta G_{\overline{\Delta E^2}} = 0,$

60

$$\overline{\Delta \varphi^2} = \frac{\int_{-1}^{+L} \int_{-1}^{+1} (1 - e^{\frac{|x-x'|}{c_E}} dx dx')}{\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (1 - e^{\frac{|x-x'|}{c_E \varphi}})^2 dx dx^2}$$
(13)

Таким образом, интенсивность флуктуаций фазы, при которой не меняются потери усиления, зависит от радиусов корреляции амплитудной и амплитудно-фазовой неоднородностей. В предельном случае, когда радиусы корреляции стремятся к нулю, $\Delta \overline{\phi^2} = 1$. Этот результат виден в табл. 5

Таблица 5

$\frac{\overline{\Delta \varphi^2}}{\Delta E^2}$	0.0	0,1	0,2	0,5	1,0	3,0
0,01 0,04 0,09 0,16 0,25 0,36 0,49 0,64 0,81	0,010 0,038 0,082 0,138 0,200 0,265 0,328 0,390 0,447	0,105 0,125 0,210 0,258 0,312 0,362 0,413 0,460	$\begin{array}{c} 0,187\\ 0,207\\ 0,234\\ 0,273\\ 0,313\\ 0,356\\ 0,394\\ 0,436\\ 0,474\\ \end{array}$	0,397 0,405 0,418 0,436 0,454 0,474 0,474 0,512 0,529	$\begin{array}{c} 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ 0,632\\ \end{array}$	0,949 0,946 0,942 0,936 0,930 0,924 0,917 0,911 0,906

Приношу благодарность А. А. Семенову за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радиоволн. Сб. статей. M., 1965.

И., 1965.
2. Чернов Л. А. Распространение волн в среде со случайными неоднородностя-ми. М. Изд-во АН СССР, 1958.
3. Гайлит Т. А. «Геомагнетизм и аэрономия», № 2, 1966.
4. Шифрин Я. С., Тарасов В. А., Трашков П. С. «Электросвязь», № 9, 1964.

Поступила в редакцию 6.5.1966 г.

Кафедра волновых процессов